



Definiční obor

Definice: Definiční obor funkce je množina všech přípustných hodnot, které můžeme ve funkci $f(x)$ dosadit za argument x tak, aby daná funkce byla definována (měla řešení). Definiční obor funkce většinou značíme $D(f)$.

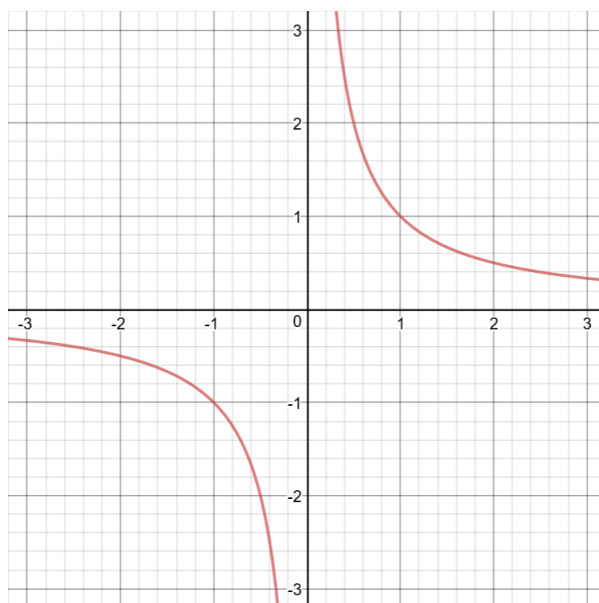
Pozn.: Pozor, neplést s oborem hodnot (značeno $H(f)$). To je množina všech hodnot, kterých může daná funkce nabývat.

Definici již známe, ale jak Definiční obor funkce najdeme? Velká většina jednoduchých funkcí je definována na celé množině reálných čísel. Tedy $D(f) = \mathbb{R}$. Existují ovšem výjimky. Na ty se nyní zaměříme. Veškerá práce spojená s hledáním definičního oboru sebesložitější funkce je založena na identifikaci a správné interpretaci těchto výjimek.

$$1) f(x) = \frac{1}{x}$$

Funkce není v oboru reálných čísel definovaná pouze pro případ, když $x = 0$. Její definiční obor tedy můžeme zapsat: $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$.

Pro kontrolu se můžeme podívat na graf funkce.





Graf funkce $f(x) = \frac{1}{x}$. (desmos.com)

2) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

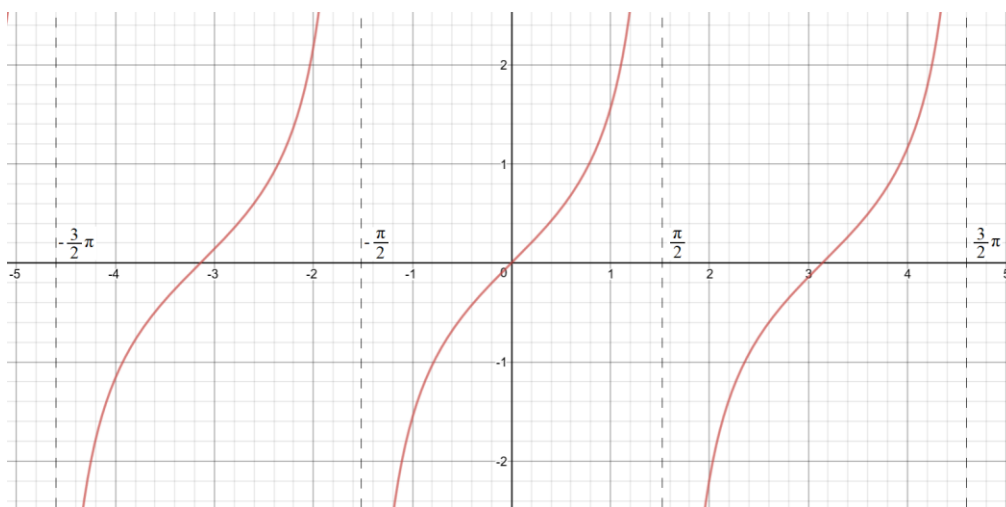
Funkce tangens je variací na předešlou podmínku. Lze ji totiž definovat následovně:

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

Při srovnání tohoto výrazu s bodem 1 získáme podmínku, že funkce $\operatorname{tg}(x)$ není definovaná v bodech, kde $\cos(x) = 0$. Tyto situace nasávají pouze v případě, když $x = \frac{\pi}{2} + k.\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), tedy pro liché násobky $\frac{\pi}{2}$.

Definiční obor funkce $\operatorname{tg}(x)$ můžeme tedy zapsat: $D(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k.\pi \right\}$.

Graf funkce tangens vypadá následovně:



Graf funkce $f(x) = \operatorname{tg}(x)$. Hodnoty osy x jsou v radiánech. (desmos.com)

- Obdobným případem je funkce kotangens $\operatorname{cotg}(x)$. Protože je definován obráceným poměrem sinu a kosinu než tangens, jeho definiční obor je dán tím, kdy je funkce $\sin(x) = 0$. Definiční obor funkce kotangens je tedy: $D(f) = \mathbb{R} - \{k.\pi\}$.

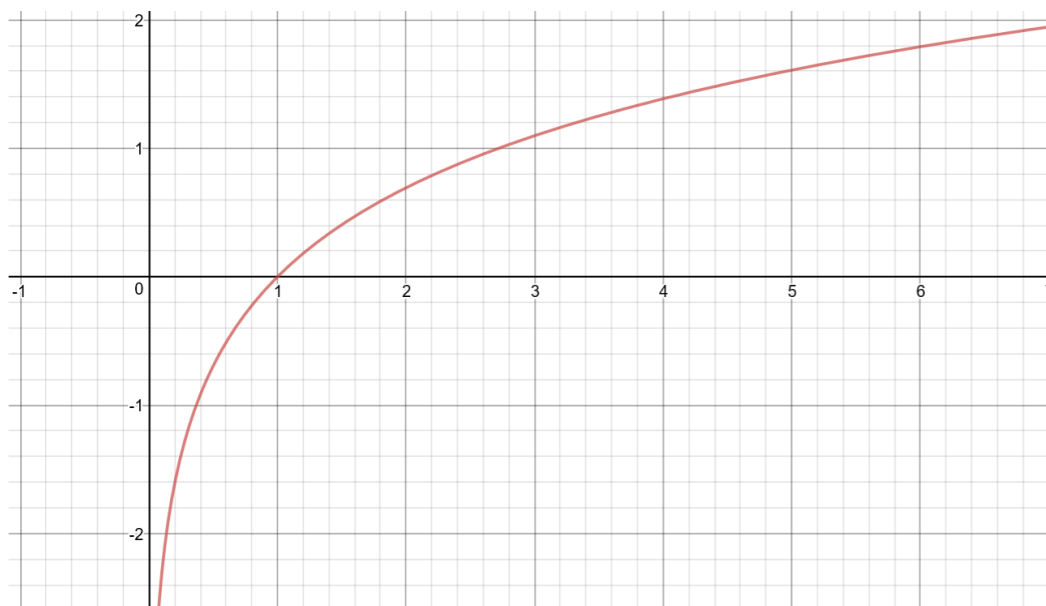
3) $f(x) = \log_a(x)$



Funkce logaritmus není v oboru reálných čísel definována pro $x \leq 0$. Její definiční obor lze zapsat: $D(f) = (0 ; \infty)$.

Toto platí pro funkci logaritmus bez ohledu na její základ a (pro všechna $a \in \mathbb{R} - \{1\}$), tedy i speciální případy jako je desítkový logaritmus (\log) nebo přirozený logaritmus (\ln).

Opět si ukažme graf logaritmické funkce:

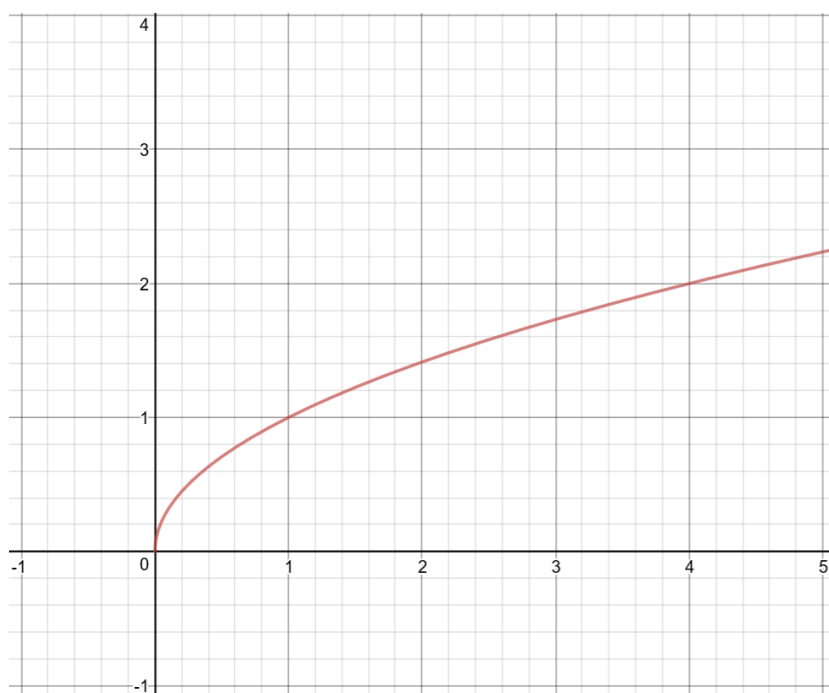


Graf funkce $f(x) = \ln(x)$. (desmos.com)

4) $f(x) = \sqrt{x}$

Funkce odmocnina není v oboru reálných čísel definována pro $x < 0$. Její definiční obor je tedy: $D(f) = \langle 0 ; \infty \rangle$.

I zde si můžeme ukázat graf funkce odmocnina:



Graf funkce $f(x) = \sqrt{x}$. (desmos.com)

Pozn.: Všechna uvedená pravidla předpokládají, že se pohybujeme v oboru reálných čísel. V případě, že přejdeme do nadřazené množiny komplexních čísel, situace bude jiná. Toto téma je podrobněji diskutováno v jiném dokumentu.