EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Jednoduché absolutní hodnoty:

1) $|-6| =$

$$= \underline{6}$$

2) $|2-4| =$

$$= |-2| = \underline{2}$$

3) $-|-154| =$

$$= \underline{-154}$$

4) $|3-1| + |-6| - |2| =$

$$= |2| + 6 - 2 = 2 + 6 - 2 = \underline{6}$$

5) $-|4-7| \, . \, (1 + |-9|) + 10 =$

$$= -|-3| \, . \, (1+9) + 10 = -3 \, . \, 10 + 10 = -30 + 10 = \underline{-20}$$

Rovnice s absolutní hodnotou:

1) $|x+4| = 2$

nulový bod: -4

$$(-\infty\,;-4) \Rightarrow -x-4 = 2$$

$$\underline{x=-6} \in (-\infty\,;-4)$$

$$\langle -4\,;\infty) \Rightarrow x+4 = 2$$

$$\underline{x=-2} \in \langle -4\,;\infty)$$

K = {-6, -4}

2) $|4-2x|=2$

$$|2x-4|=10$$

nulový bod: 2

$$(-\infty\,;2)\Rightarrow -2x+4=10$$

$$-2x=6$$

$$\underline{x=-3}\in(-\infty\,;2)$$

$$\langle 2\,;\infty)\Rightarrow 2x-4=10$$

$$2x=14$$

$$\underline{x=7}\in\langle 2\,;\infty)$$

K = {-3, 7}

3) $|5x+1|=-5$

nemá řešení, $|5x+1|\geq 0$

4) $|x+1|-|x-1|=8$

nulové body: -1 a 1

	x + 1	x – 1	rovnice
(-∞ ; -1)	-	-	-x - 1 + x - 1 = 8
<-1 ; 1>	+	-	x + 1 + x - 1 = 8
(1 ; ∞)	+	+	x + 1 - x + 1 = 8

$$(-\infty\,;-1)\Rightarrow -x-1+x-1=8$$

$$-2=8$$

Na prvním intervalu nemá rovnice řešení.

$$\langle -1;1\rangle \Rightarrow x+1+x-1=8$$

$$2x=8$$

$$x=4\notin\langle -1;1\rangle$$

Ani v druhém intervalu nemá rovnice řešení.

$$(1;\infty)\Rightarrow x+1-x+1=8$$

$$2=8$$

Taktéž ve třetím intervalu nemá rovnice řešení. To znamená, že rovnice nemá řešení v celém definičním oboru.

5) $|x+3|+|2-x|+x=2|x-1|+10$

Přepíšeme do tvaru, ve kterém najdeme snadno nulové body:

$$|x+3|+|x-2|+x=2|x-1|+10$$

nulové body: -3, 2, 1

	x + 3	x - 2	x-1	Rovnice
(-∞ ; -3)	-	-	-	-x - 3 - x + 2 + x = 2(-x + 1) + 10
<-3 ; 1>	+	-	-	x + 3 - x + 2 + x = 2(-x + 1) + 10
(1 ; 2>	+	-	+	x + 3 - x + 2 + x = 2(x - 1) + 10
(2 ; ∞)	+	+	+	x + 3 + x - 2 + x = 2(x - 1) + 10

$$(-\infty;-3)\Rightarrow -x-3-x+2+x=-2x+2+10$$

$$-x-1=-2x+12$$

$$x-1=12$$

$$x=13\notin(-\infty;-3)$$

Na prvním intervalu nemá rovnice řešení.

$$\langle -3\,;1\rangle \Rightarrow x+3-x+2+x=-2x+2+10$$

$$x+5=-2x+12$$

$$3x=7$$

$$x=\frac{7}{3}\notin\langle -3\,;1\rangle$$

Ani v druhém intervalu nemá rovnice řešení.

$$(1\,;2\rangle \Rightarrow x+3-x+2+x=2x-2+10$$

$$5+x=2x+8$$

$$-3=x$$

$$x=-3\notin(1\,;2\rangle$$

Ani ve třetím intervalu nemá rovnice řešení.

$$(2\,;\infty)\Rightarrow x+3+x-2+x=2x-2+10$$

$$3x+1=2x+8$$

$$\underline{x=7}\in(2\,;\infty)$$

Rovnice má tedy jeden kořen **K = {7}**.

Nerovnice s absolutní hodnotou:

1) $|x|<2$

Nulovým bodem je zde 0, což nám rozdělí definiční obor na dva intervaly (-∞ ; 0) a <0 ; ∞).

$$(-\infty\,;0)\Rightarrow -x<2$$

$$\underline{x>-2}\Rightarrow x\in(-2\,;\infty)\cap(-\infty\,;0)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in (-2\,;0)}$$

$$\langle 0\,;\infty) \Rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty\,;2) \cap \langle 0\,;\infty)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in \langle 0\,;2)}$$

Výsledkem je sjednocení obou výsledných intervalů.

$$x \in (-2\,;0) \cup \langle 0\,;2)$$

$$\underline{\underline{x \in (-2\,;2)}}$$

2) $|x-3| > 4$

Nulový bod je 3. Definiční obor je tedy rozdělen na intervaly (-∞ ; 3) a <3 ; ∞).

$$(-\infty\,;3) \Rightarrow -x+3 > 4$$

$$-x > 1$$

$$\underline{x < -1} \Rightarrow x \in (-\infty\,;-1) \cap (-\infty\,;3)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in (-\infty\,;-1)}$$

$$\langle 3\,;\infty) \Rightarrow x-3 > 4$$

$$\underline{x > 7} \Rightarrow x \in (7\,;\infty) \cap \langle 3\,;\infty)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in (7\,;\infty)}$$

Výsledkem je tedy sjednocení obou výsledných intervalů:

$$\underline{\underline{x \in (-\infty\,;-1) \cup (7\,;\infty)}}$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

3) $|x-1|-|x-3|>1$

Nulové body jsou 1 a 3.

	x – 1	x – 3	Rovnice
(-∞ ; 1)	-	-	-x + 1 - (-x + 3) > 1
<1 ; 3>	+	-	x - 1 - (-x + 3) > 1
(3 ; ∞)	+	+	x - 1 - (x - 3) > 1

$$(-\infty\,;1)\Rightarrow -x+1-(-x+3)>1$$

$$-x+1+x-3>1$$

$$-2>1$$

Tento výrok není pravdivý, nerovnice tedy na tomto intervalu nemá řešení.

$$\langle 1\,;3\rangle \Rightarrow x-1-(-x+3)>1$$

$$x-1+x-3>1$$

$$2x-4>1$$

$$2x>5$$

$$\underline{x>2.5}\Rightarrow x\in(2.5\,;\infty)\cap\langle 1\,;3\rangle$$

$$\Rightarrow \underline{x\in(2.5\,;3\rangle}$$

$$(3\,;\infty)\Rightarrow x-1-(x-3)>1$$

$$\underline{2>1}$$

Tento výrok je pravdivý, nerovnice má tedy řešení na celém intervalu, na kterém ji právě řešíme.

$$\Rightarrow \underline{x\in(3\,;\infty)}$$

Výsledkem je sjednocení obou výsledných intervalů.

$$x\in(2.5\,;3\rangle\cup(3\,;\infty)$$

To lze přepsat následovně:

$$\underline{\underline{x \in (2.5\,;\infty)}}$$

4) $|x-4|+|x+6| \geq 8$

Nulové body jsou -6 a 4.

	x – 4	x + 6	Rovnice
(-∞ ; -6)	-	-	-x + 4 - x - 6 ≥ 8
<-6 ; 4>	-	+	-x + 4 + x + 6 ≥ 8
(4 ; ∞)	+	+	x - 4 + x + 6 ≥ 8

$$(-\infty\,;-6) \Rightarrow -x+4-x-6 \geq 8$$

$$-2x-2 \geq 8$$

$$-2x \geq 10$$

$$\underline{x \leq -5} \Rightarrow x \in (-\infty\,;-5\rangle \cap (-\infty\,;-6)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in (-\infty\,;-6)}$$

$$\langle -6\,;4\rangle \Rightarrow -x+4+x+6 \geq 8$$

$$\underline{10 \geq 8}$$

Tento výrok je pravdivý, nerovnice má tedy řešení na celém intervalu definičního oboru, na kterém ji zrovna řešíme.

$$\Rightarrow \underline{x \in \langle -6\,;4\rangle}$$

$$(4\,;\infty) \Rightarrow x-4+x+6 \geq 8$$

$$2x+2 \geq 8$$

$$2x \geq 6$$

$$\underline{x \geq 3} \Rightarrow x \in \langle 3\,;\infty) \cap (4\,;\infty)$$

$$\Rightarrow \underline{x \in (4\,;\infty)}$$

Výsledkem je sjednocení všech tří výsledných intervalů.

$$x \in (-\infty\,;-6) \cup \langle -6\,;4\rangle \cup (4\,;\infty)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x \in R}}$$

Nerovnice má tedy řešení na celém intervalu reálných čísel.

5) $|x+4|-|x-7| \leq 3$

Nulové body jsou -4 a 7.

	x + 4	x – 7	Rovnice
(-∞ ; -4)	-	-	-x - 4 - (-x + 7) ≤ 3
<-4 ; 7>	+	-	x + 4 - (-x + 7) ≤ 3
(7 ; ∞)	+	+	x + 4 - (x - 7) ≤ 3

$$(-\infty\,;-4) \Rightarrow -x-4-(-x+7) \leq 3$$

$$-x-4+x-7 \leq 3$$

$$\underline{-11 \leq 3}$$

Tento výrok je pravdivý, nerovnice má tedy řešení na celém intervalu, na kterém ji právě řešíme.

$$\Rightarrow \underline{x \in (-\infty\,;-4)}$$

$$\langle -4\,;7\rangle \Rightarrow x+4-(-x+7) \leq 3$$

$$x+4+x-7 \leq 3$$

$$2x-3 \leq 3$$

$$2x \leq 6$$

$$\underline{x \le 3} \Rightarrow x \in (-\infty\,;3\rangle \cap \langle -4\,;7\rangle$$

$$\Rightarrow \underline{x \in \langle -4\,;3\rangle}$$

$$(7\,;\infty) \Rightarrow x+4-(x-7) \le 3$$

$$x+4-x+7 \le 3$$

$$11 \le 3$$

Tento výrok není pravdivý, znamená to, že na tomto intervalu nerovnice nemá řešení.

Výsledkem je tedy sjednocení dvou předešlých výsledných intervalů:

$$x \in (-\infty\,;-4) \cup \langle -4\,;3\rangle$$

$$\underline{\underline{x \in (-\infty\,;3\rangle}}$$

Realizováno za finanční podpory ESF a státního rozpočtu ČR v rámci v projektu "*Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0*" *CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002329* – ESF OP VVV

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY