EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Základy Pravděpodobnosti

Teorie pravděpodobnosti vznikla díky potřebě předpovídat poměrnou četnost výsledků při náhodných pokusech, s jakými se setkáme například u různých hazardních her.

Na začátku je potřeba si definovat základní pojmy se kterými budeme pracovat:

Náhodný pokus je takový, který může nabývat kteréhokoliv výsledku za všech možných.

Náhodný jev je výsledek náhodného pokusu.

Pokud házíme mincí, pak je to náhodný pokus. Náhodným jevem nazveme výsledek hodu, tedy například, že padl orel.

Pravděpodobnost náhodného jevu *A* lze určit jako poměr počtu všech výsledků příznivých jevu *A* ku počtu všech možných výsledků daného náhodného pokusu:

$$P(A) = \frac{p}{n}$$

Příklad: S jakou pravděpodobností při hodu kostkou padne sudé číslo?

Řešení:

Počet všech možných výsledků při hodu kostkou je $n = 6$. Počet příznivých výsledků (2, 4, 6) je $p = 3$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Dále si definujme **vlastnosti pravděpodobnosti**:

- Pro každý náhodný jev platí, že $0 \leq P(A) \leq 1$
- Pro jev, který je nemožný (tj. nikdy nenastane) je $p = 0$ a tedy $P(A) = 0$.
- Pro jev, který je jistý (tj. nastane vždy) je $p = n$ a tedy $P(A) = 1$.
- Pravděpodobnost jevu, doplňkového k jevu A je $P(A') = 1 - P(A)$
    - Doplňkový jev k jevu *A* je takový, pro nějž jsou příznivé ty výsledky, které nejsou příznivé pro *A*.

  Příklad: Jev *A* – při hodu kostkou padne 6

  Jev *A'* – při hodu kostkou nepadne 6 (tj. padne 1, 2, 3, 4, nebo 5)

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Disjunktní jevy

Náhodné jevy můžeme nazvat disjunktními, nemohou-li nastat zároveň (vzájemně se vylučují).

Příklad:

Jev A: Při jednom hodu kostkou padne 1.

Jev B: Při jednom hodu kostkou padne 5.

Protože nemůže nastat situace kdy padne zároveň 1 a 5, jevy jsou disjunktní ($A \cap B = 0$).

Pravděpodobnost sjednocení disjunktních jevů

Pravděpodobnost, že nastane alespoň některý z disjunktních jevů je:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Je to tedy pravděpodobnost toho, že nastane jev A, nebo B.

Příklad: S jakou pravděpodobností padne na kostce trojka, nebo sudé číslo?

Řešení: $A \cap B = 0$ – jevy jsou disjunktní.

Jev A – padne trojka $P(A) = \frac{1}{6}$

Jev B – padne sudé číslo $P(B) = \frac{3}{6}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Pokud jevy **nejsou disjunktní**, tedy mohou alespoň částečně nastat zároveň, platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Příklad: S jakou pravděpodobností padne na kostce pětka, nebo liché číslo?

Řešení: Jevy nejsou disjunktní – pětka je liché číslo – $A \cap B = 1$ (padne-li pětka, padne zároveň i liché číslo).

Jev A – padne pětka $P(A) = \frac{1}{6}$

Jev B – padne liché číslo $P(B)=\frac{3}{6}$

Průnik obou jevů – padne pětka a tedy i liché číslo $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Nezávislé jevy

Jevy A a B jsou nezávislé, pokud pravděpodobnost toho, že nastanou současně je:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

Pravděpodobnost jednoho jevu nijak neovlivní pravděpodobnost druhého.

Příklad: Házíme zároveň dvěma kostkami. S jakou pravděpodobností padne na obou kostkách šestka?

Řešení:

Jev A – na jedné kostce padne šestka $P(A)=\frac{1}{6}$

Jev B – na druhé kostce padne šestka $P(B)=\frac{1}{6}$

Pravděpodobnost, že nastanou oba jevy zároveň je tedy:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{6}.\frac{1}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{36}}}$$

Podmíněná pravděpodobnost

Podmíněná pravděpodobnost náhodného jevu A za předpokladu splnění jevu B určíme jako součet pravděpodobností výsledků příznivých jevu A z těch, při kterých nastal jev B.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Příklad: S jakou pravděpodobností vyhrajeme 3. cenu ve Sportce, pokud jsme si vsadili jeden tiket na jeden tah?

Řešení: Možných výsledků při tahu Sportky je $n = \binom{49}{6}$.

Vyhrát třetí cenu znamená, trefit se na tiketu pouze do 4 ze 6 tažených čísel a zbylé 2 čísla zadat špatně.

Je tedy $\binom{6}{4}$ způsobů, jak vybrat do kterých z vylosovaných čísel jsme se trefili a $\binom{43}{2}$ způsobů jak vybrat 2 špatná (nevylosovaná) čísla. $p = \binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}$

$$P = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}$$

Realizováno za finanční podpory ESF a státního rozpočtu ČR v rámci v projektu "*Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0*" *CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002329* – ESF OP VVV

Použitá literatura

Pešková E., Mulačová J.: *Matematika - Přehled středoškolského učiva*. ORFEUS, Szalai & Smolan, Praha, 1992.