

# Informatika

MATLAB – úvod do použití

Část 1. - práce v příkazovém okně

# MATLAB

( Matrix – Laboratory)

MATLAB je integrované prostředí pro vědeckotechnické výpočty, modelování, návrhy algoritmů, simulace, analýzu a prezentaci dat, paralelní výpočty, měření a zpracování signálů, návrhy řídicích a komunikačních systémů.

The screenshot displays the MATLAB R2013b environment. The main window shows a script editor with the following code:

```
1 %% PRACE S PROMENNYMI TYPU TABLE
2
3 %% Promenna typu Table - import z xLS
4 T1 = readtable('patients.xls', 'ReadRowNames', true);
5
6 %% Promenna typu Table - manualni vytvoreni
7 LastName = {'Smith'; 'Johnson'; 'Williams'; 'Jones'; 'Brown'};
8 Age = [38; 43; 38; 40; 49];
9 Height = [71; 69; 64; 67; 64];
10 Weight = [176; 163; 131; 133; 119];
11 BloodPressure = [124 93; 109 77; 125 83; 117 75; 122 80];
12
13 T2 = table(Age, Height, Weight, BloodPressure, 'RowNames', LastName);
14
```

The Command Window shows the execution of the command `T2({'Smith', 'Jones'}, 1:3)`, resulting in the following table:

	Age	Height	Weight
Smith	38	71	176
Jones	40	67	133

The Workspace window shows the variables T1, T2, and ans. The Variables window shows the structure of T2, which is a 5x4 table with columns Age, Height, Weight, and BloodPressure. A 3D surface plot is visible in the bottom right corner of the interface.

# PRODUKT



The MathWorks, Inc.  
3 Apple Hill Drive, Natick, Massachusetts 01760 USA  
<http://www.mathworks.com/>



Výhradní zastoupení  
pro ČR a Slovensko

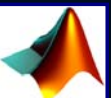


HUMUSOFT s.r.o.  
Pobřežní 20, 186 00 Praha 8  
<http://www.humusoft.cz/>





- **System MATLAB** patří mezi základní výpočetní nástroje na mnoha vzdělávacích a výzkumných institucích po celém světě.
- **Více než 5 000 univerzit** používá MATLAB k výzkumu a zkvalitnění výuky v oblasti technických výpočtů, analýzy dat a simulace.
- **MATLAB je běžným nástrojem** v řadě průmyslových i ekonomických odvětví.



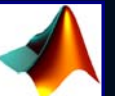
# Doporučená literatura :

- Zaplatílek, K., Doňar, B.: *MATLAB pro začátečníky*. BEN, Praha 2005.
- Dušek, F: *Matlab a Simulink*. Univerzita Pardubice, 2000.
- Karban, P.: *Výpočty a simulace v programech Matlab a simulink*. Comuter Press, Brno 2006.
- Kozák, Š., Kajan, S.: *Matlab-Simulink 1* . STU, Bratislava, 1999.
- Kupka, L.: *Matlab a Simulink, úvod do použití*. SOŠ a SOU, Lanškroun, 2007.
- Janeček, J., Kupka, L.: *Matlab a Simulink, řešené příklady*. SOŠ a SOU, Lanškroun, 2007.

## Freeware **Octave** ( ne zcela plnohodnotný klon Matlabu ) :

- <http://www.orift.com/cs/instalace-gnu-octave-782/>
- <http://www.octave.cz/>

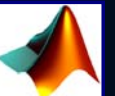
( Ale mluví česky ! )



# Úvod do práce se systémem :



- MATLAB je **vysoce výkonný** jazyk určený pro technické výpočty.
- Umožňuje **rychlou práci** s maticemi, komplexními čísly a rozsáhlými datovými soubory.
- **Otevřená architektura** MATLABu obsahuje množství specializovaných knihoven funkcí a bloků (tzv. toolboxů) určené pro různé vědní a technické obory.
- **Podporuje** : matematické výpočty, vývoj algoritmů, měření a zpracování údajů, jejich analýzu a vizualizaci, modelování a simulaci, programování a vývoj aplikací.



# Dobře míněné rady :

---

## - Nechtějte **VŠECHNO** pochopit

( důležité pro zachování duševní rovnováhy )

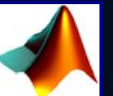
Matlab je tak rozsáhlý a složitý nástroj, že ho obsáhne v plném rozsahu ( včetně všech Toolboxů ) jen málokdo ( nikoho takového neznám ).

---

## - **Trénink dělá mistra**

Naučte se jen to, co potřebujete ke své práci, to ale používejte ( ostatní stejně zapomenete ) .

Od toho jsou přece nápovědy, příručky a učebnice. Používejte je, budete se tak stále zdokonalovat v tom, co hlavně potřebujete.







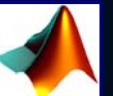
# Důležitá poznámka :

Tento text **NENÍ**  
podrobným manuálem

Ambicí tohoto textu je být pouze pomocníkem pro první nesmělé krůčky Matlabem, být průvodcem po jeho nejběžnějších a nejpoužívanějších příkazech a možnostech.

Podrobnosti hledejte v učebnicích, manuálech a nápovědách. Používejte je !

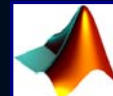
Užitečné je i pracovat se vzorovými aplikacemi ( dema ), která Matlab uživatelé nabízí. Lze z nich i kopírovat celé sekvence příkazů.



# Základní postulát :


## VŠECHNO JE MATICE

- Má-li pouze jeden sloupec – je to **VEKTOR**.
- Má-li právě jeden sloupec a jeden řádek – je to **SKALÁR**.




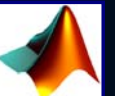
# Spuštění a vypnutí Matlabu :

## SPUŠTĚNÍ :

- Dvojklik na ikonu  (ktrá se zpravidla nachází na pracovní ploše PC).
- Z operačního systému : Start → Programy → Matlab → Matlab.

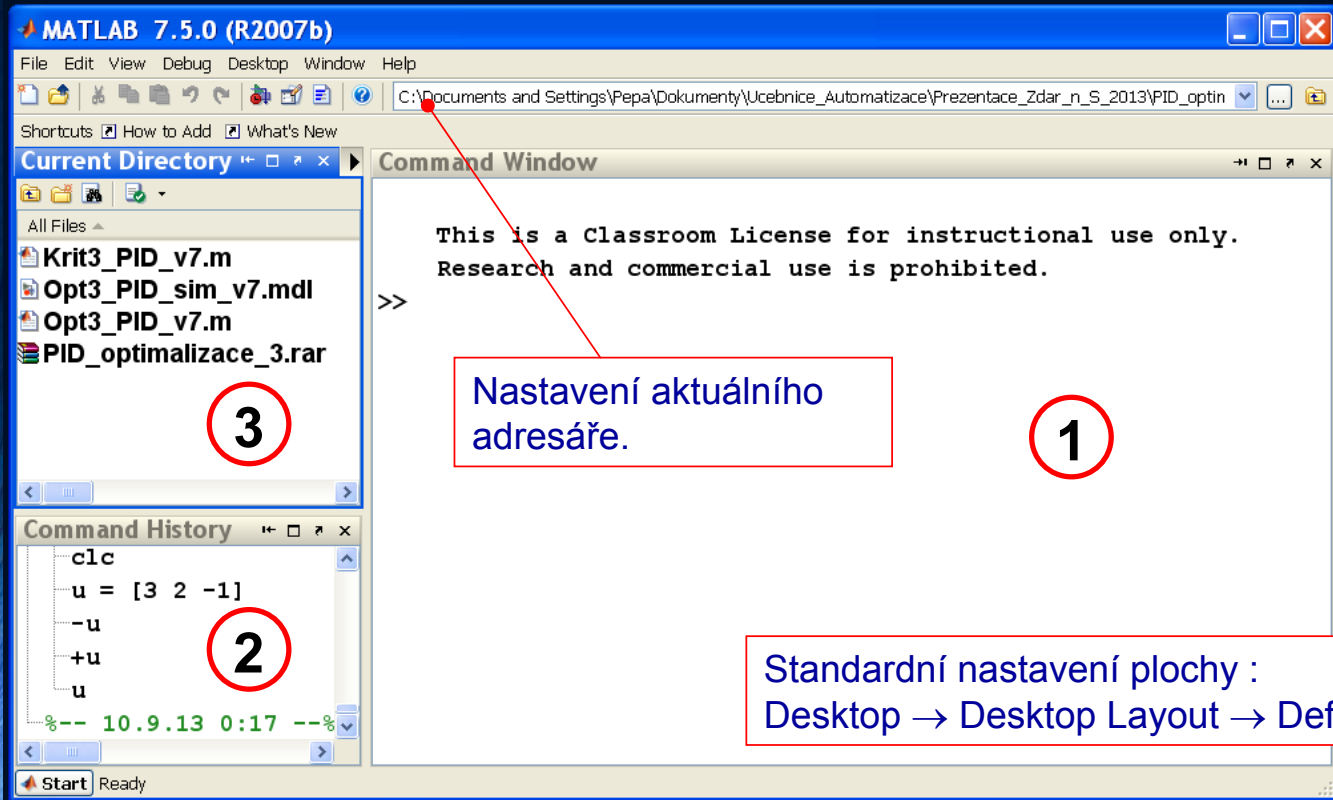
## VYPNUTÍ :

- Klik na ikonu  v záhlaví pracovní plochy Matlabu.
- Z nabídky File→Exit MATLAB.
- Stiskem kláves Ctrl+Q.

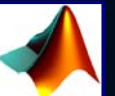


# Pracovní plocha prostředí Matlab :

(Plocha se může poněkud lišit podle uživatelského nastavení a verze Matlabu.)



- 1 **Command Window :** hlavní a nejdůležitější plocha, zapisují se zde příkazy, zobrazuje se odezva a systémová hlášení.
- 2 **Command History :** zobrazují se zde všechny v minulosti zapsané příkazy, lze je znovu aktivovat.
- 3 **Current Directory :** zobrazuje všechny soubory aktuálního adresáře. Lze přepnout na okno **Workspace**, ve kterém se zobrazují hodnoty všech proměnných.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Matlab jako kalkulačka



- Příkazy se **ihned** vykonávají ( po stisknutí Enter ).
- Základní operace : **+** , **-** , **\*** , **/** , **^** ( umocnění ).
- Pokud není nazván jinak, výsledek se ukládá do proměnné **ans** ( ANSwer ).
- Je možno používat závorky ( , ) - kulaté, ostatní mají jiný syntaktický význam .

### Zkus :

```
>> 3+2      ans = 5
>> 3-2      ans = 1
>> 3*2      ans = 6
>> 3^2      ans = 9
>> 3/2      ans = 1.5000
```

```
>> (((3+2)/4)-5)^2)*2      ans = 28.1250
Resp. : >> ((3+2)/4-5)^2*2      ans = 28.1250
```

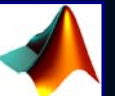
platí obvyklá  
priorita operací  
**^** , **\*** , **/** , **+** , **-**

**ALE !**

```
>> 2*1,5
ans = 2
ans = 5
```



**V čem je  
problém ?**



# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

## Matlab jako kalkulačka - proměnné

- Desetinná čísla v Matlabu **POVINNĚ S TEČKOU !!!**

```
>> 2*1,5
ans =
     2
ans =
     5
```

**ALE :**

```
>> 2*1.5
ans =
     3
```



- Výsledky matematických operací se mohou ukládat do proměnných.
- Proměnná musí : - **začínat písmenem** *Typ proměnné se nemusí předem deklarovat.*
  - mít **max. 31 znaků** anglické abecedy, číslice a podtržítka
  - **nesmí** obsahovat tečku, znaménko a jiné řídicí znaky
  - **rozlišují** se malá a velká písmena
- Proměnné se ukládají do Workspace**, mohou se znovu použít nebo smazat

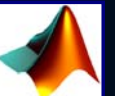
```
>> (((3+2)/4)-5)^2)*2
ans =
 28.1250
```

```
>> a=3+2
a =
     5
```

```
>> b=a/4
b =
 1.2500
```

```
>> c=(b-5)^2
c =
 14.0625
```

```
>> a_vysl=c*2
a_vysl =
 28.1250
```



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Nejdůležitější triky a fígle

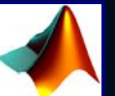
Možnosti, které nám usnadňují práci



- Napíšeme-li za příkaz **středník**, příkaz se provede, ale jeho výsledek se v příkazovém okně nezobrazí.
- **Mezera** v příkazu je nevýznamná.
- Na jednom příkazovém řádku může být **více příkazů** oddělených čárkou nebo středníkem.
- Pomocí kurzorových **šipek** **↑** a **↓** lze vybírat již provedené příkazy nebo je sledovat a vybírat v okně *Command History*.
- Příkazy jsou v textové formě a můžeme je přenášet pomocí **Ctrl+C** a **Ctrl+V** ( třeba i z PC Wordu ).
- Pokud je příkaz příliš dlouhý, lze ho rozdělit **třemi tečkami** i na další řádek.
- Znak **%** (procento) uvozuje poznámku, text až do konce řádky je ignorován.
- Obsah okna lze smazat pomocí příkazu **clc**, hodnoty proměnných se zachovávají.
- Příkaz **who** vypíše všechny proměnné, příkaz **whos** provede totéž s podrobnější informací.
- Mazání proměnné příkazem **clear<proměnná>**, příkaz **clear all** maže všechny proměnné.



Další možnosti a podrobnější informace viz učební text , help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Speciální a předdefinované proměnné

- **pi** ... Ludolfovo číslo  $\pi$
- **realmax** ... největší možné kladné reálné číslo
- **realmin** ... nejmenší možné kladné reálné číslo
- **eps** ... přesnost výpočtu
- **i** nebo **j** ... imaginární složka komplexního čísla
- **ans** ... pomocná implicitní proměnná
- **Inf** ... nekonečno (infinity), např. výsledek 1/0
- **NaN** ... nedefinovaná hodnota (Not a Number), např. výsledek 0/0

```
>> pi
ans =
    3.1416

>> realmax
ans =
    1.7977e+308

>> eps
ans =
    2.2204e-016

>> realmin
ans =
    2.2251e-308

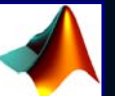
>> i
ans =
    0 + 1.0000i

>> j
ans =
    0 + 1.0000i

>> 1/0
ans =
    Inf

>> 0/0
ans =
    NaN
```

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Formát zobrazení čísel

MATLAB pracuje vždy ve dvojnásobné přesnosti, formát určuje jen tvar zobrazení čísel.

Mezery jsou zde významné!

- **format short** ... implicitní formát (4 desetinná místa)
- **format long** ... zobrazení na 15 desetinných míst
- **format short e** ... exponenciální tvar s krátkou mantisou
- **format long e** ... exponenciální tvar s dlouhou mantisou
- **format bank** ... zobrazení na dvě desetinná místa
- **format compact** ... potlačuje volný řádek v příkazovém okně

```
>> format short,pi  
ans =  
    3.1416
```

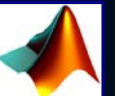
```
>> format long,pi  
ans =  
    3.141592653589793
```

```
>> format short e,pi  
ans =  
    3.1416e+000
```

```
>> format long e,pi  
ans =  
    3.141592653589793e+000
```

```
>> format bank,pi  
ans =  
    3.14
```

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Funkce a operátory

Mezery jsou zde významné !

MATLAB obsahuje velké množství funkcí a operátorů.

Přehled získáme :

- **help** ... úplný seznam a rozdělení do základních skupin
- **help elfun** ... přehled elementárních matematických funkcí
- **help specfun** ... přehled speciálních matematických funkcí
- **help general** ... přehled všeobecných příkazů
- **help ops** ... přehled všech typů operátorů
- **help arith** ... přehled aritmetických operátorů
- **help relop** ... přehled relačních operátorů

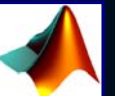
Používejte nápovědu !



Argumenty funkcí jsou v kulatých závorkách za názvem funkce  
např.:  $\sin(x)$ ,  $\sqrt{y_1}$ , ...

**Nesnažte se zvládnout najednou úplně všechny funkce MATLABU, jeho aplikační záběr je obrovský !**  
Začněte s nejjednoduššími a postupně si osvojujte i funkce, které budete potřebovat. Jinak vás široká nabídka zahltí !

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Matematické funkce ( nejčastěji používané )

Goniometrické funkce :


- **sin** ... sinus, argument v radiánech
- **sind** ... sinus, argument ve stupních
- **asin** ... arcus sinus (inverzní sinus), výsledek v radiánech
- **asind** ... arcus sinus (inverzní sinus), výsledek ve stupních  
atd.

Exponenciální funkce :

- **exp** ... exponenciální funkce  $e^x$
- **log** ... přirozený logaritmus
- **log10** ... dekadický logaritmus
- **sqrt** ... druhá odmocnina  
atd.

Ostatní funkce : komplexní, pro zaokrouhlování, maticové, speciální, ...

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



```
>> sin(pi/6)
ans =
    0.5000
```

```
>> sind(30)
ans =
    0.5000
```

```
>> asin(0.5)
ans =
    0.5236
```

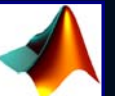
```
>> asind(0.5)
ans =
    30.0000
```

```
>> y=exp(-0.5)
y =
    0.6065
```

```
>> x=log(y)
x =
   -0.5000
```

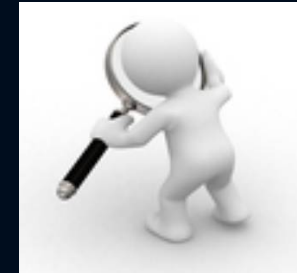
```
>> log10(1000)
ans =
     3
```

```
>> Alfa=pi/4; Obsah=3.4*(5.3*cos(Alfa))/2
Obsah =
    6.3710
```



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Chybová hlášení



Pokud je výraz zapsán chybně nebo není úplný dojde k chybovému hlášení.

Např. :

```
>> x 1=2/-0.5
??? Undefined function or method 'x' for input arguments of type 'char'.
```

Špatně zapsaná proměnná  
( v názvu nesmí být mezera ).

Správný zápis :

```
>> x1=2/-0.5
x1 =
    -4
```

nebo :

```
>> x1=2/- .5
x1 =
    -4
```

( pokud je před desetinnou tečkou nula,  
může se vynechat ).

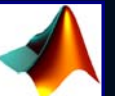
Jiné chybové hlášení :

```
>> x1=2/.-5
??? x1=2/.-5
      |
Error: Unexpected MATLAB operator.
```

Špatně syntakticky zapsaný dělitel  
( tečka předchází znaménko ).

Ukázka označení místa chyby v chybovém hlášení.

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





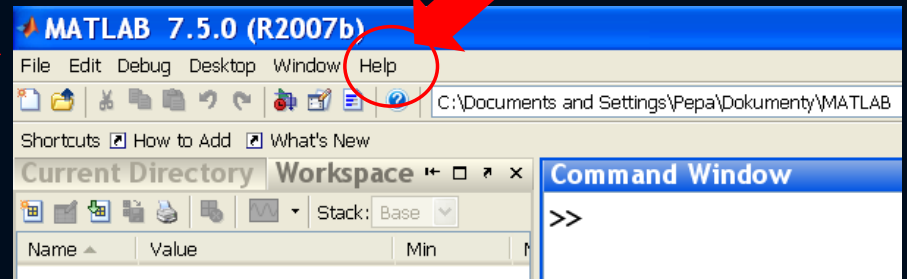
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Nápověda

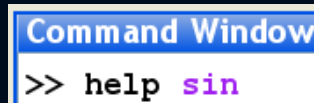
( autoři rozsáhlé nápovědy předpokládali, že umíte alespoň trochu anglicky )

Přístup k nápovědě :

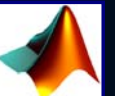
- Hlavní okno Matlabu, základní menu v horní liště ( rozkliknutím se dostaneme k menu na Internetu )



- Okno *Command Window* :
  - `help <název funkce>`
  - `doc <název funkce>` ( podrobnější nápověda k funkci v okně *Help* )
  - `helpwin` ( vyvolání okna *Help* pro podrobnou strukturovanou nápovědu )
  - `help` ( vypsání dostupných položek nápovědy )
  - `help help` ( podrobný popis použití nápovědy )



Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Nápověda - ukázka konkrétní nápovědy

```
Command Window
>> help sin
SIN      Sine of argument in radians.
        SIN(X) is the sine of the elements of X.

See also asin, sind.

Overloaded methods:
sym/sin

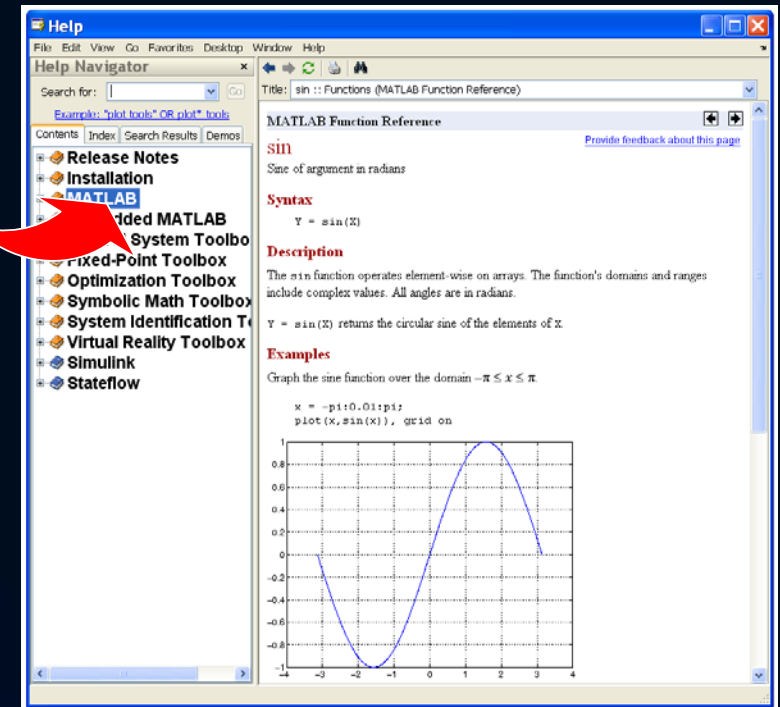
Reference page in Help browser
doc sin
```

Orientační nápověda  
( užitečné je využití odkazů *See also* )

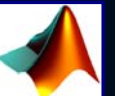
```
Command Window
>> doc sin
```

Nejčastější použití nápovědy

Podrobnější nápověda



Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Příklad 1

Vypočtěte hodnotu uvedeného výrazu :

$$\left(\sin \frac{\pi}{3} + 2^4\right)^2 - 180 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$$

Řešení :

```
>> (sin(pi/3)+pow2(4))^2-180*tan(pi/8)
ans =
    209.9044
```

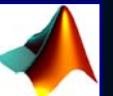
Výpočet s větší přesností :

```
>> format long, (sin(pi/3)+pow2(4))^2-180*tan(pi/8)
ans =
    2.099043716939449e+002
```

Použité příkazy :

sin, pow2, tan, format long

Přesněji : výpočet proběhl v obou případech se stejnou ( dvojnásobnou ) přesností.  
Formát upravuje jen tvar výstupu, přesnost výpočtu neovlivňuje.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Příklad 2

Potřebujeme koupit 12 rohlíků, 20 vajec a 5 jogurtů.  
Rohlík stojí 1,50 Kč, vejce 2,70 Kč a jogurt 12,30 Kč.  
Kolik zaplatíme za celý nákup ?

Řešení :

```
>> 12*1.50+20*2.70+5*12.30
ans =
    133.5000
```

nebo :

```
>> format bank, 12*1.50+20*2.70+5*12.30
ans =
    133.50
```

Za nákup tedy zaplatíme  
133,50 Kč.

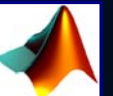
Stejný výpočet s použitím proměnných :

```
>> cena_rohlik=1.5; cena_vejce=2.7; cena_jogurt=12.3;
>> pocet_rohliku=12; pocet_vajec=20; pocet_jogurtu=5;
>> cena_nakupu=pocet_rohliku*cena_rohlik + ...
pocet_vajec*cena_vejce + pocet_jogurtu*cena_jogurt
cena_nakupu =
    133.50
```

Použité příkazy :

násobení, sčítání, format bank, potlačení  
výstupu středníkem, rozdělení  
příkazového řádku třemi tečkami

Výhodou tohoto řešení je, že se proměnné ukládají do *Workspace* a mohou se měnit nebo využít v jiném výpočtu.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Příklad 3

1. Rozhodněme zda přímka  $y = 0,64x - 11,27$  prochází bodem  $Q \equiv [21,13 ; 2,25]$  ?
2. Určete průsečík s osou  $x$ .

Řešení :

1.

```
>> k=0.64; q=-11.27; x=21.13; y=k*x+q  
y =  
    2.2532
```

Přímka bodem Q neprochází.

2.

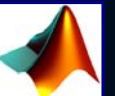
```
>> y=0; x=(y-q)/k  
x =  
    17.6094
```

nebo přesněji :

```
>> format long, y=0; x=(y-q)/k  
x =  
    17.609375000000000
```

Přímka protíná osu  $x$  v bodě  $P \equiv [17,6094 ; 0]$ .

Za povšimnutí stojí : použití proměnných, potlačení zobrazení středníkem, vliv formátu, zobrazení proměnných ve *Workspace*.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Příklad 4

Rovníkový průměr zeměkoule je 12756,270 km. Představme si, že zeměkoule je přesnou koulí a těsně kolem rovníku natáhneme ocelový drát. Prodloužíme ho pak o 1 metr a rovnoměrně po celém obvodu oddálíme. Jak velká mezera vznikne ? Protáhne se jí myš ?

Řešení :

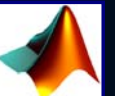
```
>> d=12756.27; Delta_d=1.0; %d [km], Delta_d [m]
>> Mezera=((pi*d*10^5+Delta_d*10^2)/pi-d*10^5)/2 %Pocitame v centimetrech
Mezera =
    15.9155
```

( Jedno z možných řešení, nikoliv nejjelegantnější, snad logicky srozumitelné .)

Poměrně známý paradox. Vznikne neuvěřitelně velká mezera ca 16 cm.  
Myška samozřejmě pohodlně proleze.

Za povšimnutí stojí :

použití pí, mocniny, priority algebraických operací, závorek a poznámek.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s komplexními čísly

Zadání komplexního čísla – pomocí symbolů  $i$  nebo  $j$  (oba jsou ekvivalentní).



POZOR na používání obou symbolů ! Často se používají jako index v cyklech. Může dojít k jejich přepsání a chybné funkci programu.

Nejčastěji používané funkce :

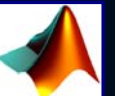
- **real** ... reálná část čísla
  - **imag** ... imaginární část
  - **abs** ... absolutní hodnota ( tzv.modul )
  - **angle** ... fázový úhel ( tzv.argument ) v rad
  - **conj** ... komplexně sdružené číslo
- aj.

```
>>> k1=2+0.5i
k1 =
    2.0000 + 0.5000i
>>> real(k1)
ans =
     2
>>> imag(k1)
ans =
    0.5000

>>> k2=2+0.5j
k2 =
    2.0000 + 0.5000i
>>> abs(k2)
ans =
    2.0616
>>> angle(k2)
ans =
    0.2450

>>> k3=5-4i
k3 =
    5.0000 - 4.0000i
>>> conj(k3)
ans =
    5.0000 + 4.0000i
```

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s vektory a maticemi

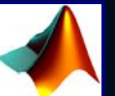
**Vektorem** zpravidla chápeme matici pouze s **jedním sloupcem**.

Matici pouze s **jedním řádkem** zpravidla označujeme jako **transponovaný vektor**, příp. **řádkový vektor**.  
Pokud má matice stejný počet řádků a sloupců, jedná se o matici **čtvercovou**.

### Doporučení :

- **matice** ... značit velkými písmeny, např.: **A, B, M, Q, ...**
- **vektory** ... značit malými písmeny, např.: **a, b, v, r, ...**

Není to nutné ( syntaxe Matlabu to nevyžaduje ), je to ale obvyklé v matematice, zlepšuje to orientaci v zápisu.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s vektory a maticemi

Zadávání matic :

- Prvky matice se zadávají do hranatých závorek.
- Matice se zapisují po řádcích, které jsou odděleny středníkem ( nebo novým řádkem ).
- Prvky v řádku jsou odděleny mezerou ( nebo čárkou ).
- Prvky matice mohou být čísla, proměnné nebo libovolné výrazy.
- Počet řádků a sloupců nemusí být stejný.

```
>> M1=[1 2 3;4 5 6]
```

```
M1 =  
     1     2     3  
     4     5     6
```

```
>> M2=[log10(100) exp(1);-5*2 sin(pi/2)]
```

```
M2 =  
     2.0000     2.7183  
    -10.0000     1.0000
```

```
>> v1=[7;8;9]
```

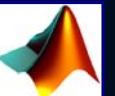
```
v1 =  
     7  
     8  
     9
```

```
>> v2=[10 11 12 13]
```

```
v2 =  
     10     11     12     13
```

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.

Za povšimnutí stojí :  
zadání matice M2.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Prvky matic nemusejí být skalární

Příklad :

```
>> M1=[1 2 3;4 5 6]
M1 =
     1     2     3
     4     5     6
```

```
>> s=[1;4]
s =
     1
     4
```

```
>> r1=[2 3]
r1 =
     2     3
```

```
>> r2=[5 6]
r2 =
     5     6
```

```
>> M1=[s [r1;r2]]
M1 =
     1     2     3
     4     5     6
```

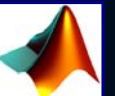
ale :

```
>> M1=[s;r1;r2]
??? Error using ==> vertcat
CAT arguments dimensions are not consistent.
```

Nesouhlasí dimenze ( počty řádků / sloupců )  
jednotlivých submatic .



Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s vektory a maticemi : **tvorba řádkových vektorů ( tzv. polí )**

Buď jako normální matici **do hranatých závorek, ale pouze s jedním řádkem** nebo s výhodou ( zejména u rozsáhlých polí ) :

Často používané !

- Dvojtečková konverze  $x = a : b$   
vytvoří pole  $x$  od  $a$  ( včetně ) do  $b$  s krokem  $1$  ( poslední prvek  $\leq b$  ).
- Dvojtečková konverze  $x = a : k : b$   
vytvoří pole  $x$  od  $a$  ( včetně ) do  $b$  s krokem  $k$  ( poslední prvek  $\leq b$  ).
- Příkazem  $x = \text{linspace}(a, b, n)$   
vytvoří pole  $x$  od  $a$  do  $b$  ( včetně ) s  $n$  prvky ( lineárně rozloženými ).
- Příkazem  $x = \text{logspace}(a, b, n)$   
vytvoří pole  $x$  od  $10^a$  do  $10^b$  ( včetně ) s  $n$  prvky ( logaritmicky rozloženými ).

```
>> x=0:pi
x =
    0    1    2    3

>> x=1:0.7:pi
x =
    1.0000    1.7000    2.4000    3.1000

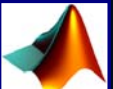
>> x=linspace(-1,pi,4)
x =
   -1.0000    0.3805    1.7611    3.1416

>> x=logspace(0,2,4)
x =
    1.0000    4.6416   21.5443  100.0000
```



Povšimněte si posledních prvků polí.

Další možnosti a podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Řádkové vektory - příklady

1. a. Generujte pole ( řádkový vektor ) prvních pěti přirozených čísel.  
b. Generujte podobné pole, ale s pěti tisíci čísly.

Řešení : a. 

```
>> p1=1:5
p1 =
     1     2     3     4     5
```

b. 

```
>> p2=1:5000;
```

Středník potlačuje zobrazení dlouhého pole. Všimněte si protokolu ve *Workspace*.

Nezapomínejte na středník. Pokud bychom ho zde neuváděli, vypsaloby se do okna všech 5000 hodnot !

2. Generujte pole prvních pěti sudých čísel ( počínaje nulou ).

Řešení : 

```
>> s=0:2:8
s =
     0     2     4     6     8
```

resp.: 

```
>> s=linspace(0,8,5)
s =
     0     2     4     6     8
```

3. Generujte a uložte do pole tisíc hodnot funkce  $y = \sin(x)$  pro  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

Řešení : 

```
>> x=linspace(0,2*pi,1000);
>> y=sin(x);
```

resp.: 

```
>> y=sin(linspace(0,2*pi,1000));
```



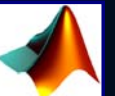
Pro jinou funkci.



```
>> y1=sin(x)+cos(2*x-pi/2);
```



Argumentem funkce může být i jiná funkce, viz oba příklady.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Speciální matice

( Praktické, šetří práci hlavně při velkých rozměrech. )

Nejčastěji prakticky používané :

- Nulová matice  $N = \text{zeros}(r, s)$   
vytvoří čtvercovou matici s  $r$  řádky a  $s$  sloupci samých nul.
- Nulová čtvercová matice  $N = \text{zeros}(r)$   
vytvoří čtvercovou matici s  $r$  řádky a  $r$  sloupci samých nul.
- Jednotková matice  $E = \text{eye}(r)$   
vytvoří jednotkovou matici rozměru  $r$  ( čtvercovou matici s  $r$  řádky a  $r$  sloupci, s jedničkami na hlavní diagonále, ostatní prvky nulové ).
- Matice samých jedniček  $J = \text{ones}(r, s)$  resp.  $J = \text{ones}(r)$   
vytvoří matici jedniček rozměru  $(r, s)$  resp.  $(r, r)$ .
- Matice náhodných prvků  $R = \text{rand}(r, s)$  resp.  $R = \text{rand}(r)$   
vytvoří matici náhodných čísel s rovnoměrným rozložením z intervalu  $(0, 1)$  rozměru  $(r, s)$  resp.  $(r, r)$ .



```
>> N1=zeros(2,3)
N1 =
     0     0     0
     0     0     0

>> N2=zeros(2)
N2 =
     0     0
     0     0

>> E=eye(3)
E =
     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1

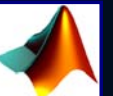
>> J1=ones(2,3)
J1 =
     1     1     1
     1     1     1

>> J2=ones(2)
J2 =
     1     1
     1     1

>> R1=rand(2,3)
R1 =
     0.8147     0.1270     0.6324
     0.9058     0.9134     0.0975

>> R2=rand(2)
R2 =
     0.2785     0.9575
     0.5469     0.9649
```

Matlab nabízí další možnosti a varianty. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Maticové operace

Základní operace :

- $C = A + s$  ... ke každému prvku matice **A** je přičten skalár **s**
- $D = A * s$  ... každý prvek matice **A** je vynásoben skalárem **s**
- $E = A / s$  ... každý prvek matice **A** je vydělen skalárem **s**
- $F = A + B$  ... součet stejnohlých prvků matic **A** a **B**
- $G = A - B$  ... rozdíl stejnohlých prvků matic **A** a **B**
- $H = A * B$  ... klasické násobení matic **A** a **B**
- $I = A .* B$  ... násobení stejnohlých prvků matic **A** a **B**
- $J = A ./ B$  ... dělení stejnohlých prvků matic **A** a **B**
- $K = A .\ B$  ... dělení stejnohlých prvků matic **B** a **A**
- $L = A / B$  ... pravé dělení matic (  $L = A B^{-1}$  )
- $M = A \ B$  ... levé dělení matic (  $M = A^{-1} B$  )
- $N = A ^ n$  ... **n**-tá mocnina matice **A** ( pouze čtvercové )
- $P = A . ^ n$  ... **n**-tá mocnina každého prvku matice **A**



```
>> A=[1 2;3 4];
>> B=[1 1;-2 2]; A,B
A =
     1     2
     3     4
B =
     1     1
    -2     2

>> Q1=A*2.5
Q1 =
     2.5000     5.0000
     7.5000    10.0000

>> Q2=A-B
Q2 =
     0     1
     5     2

>> Q3=A*B
Q3 =
    -3     5
    -5    11

>> Q4=A.*B
Q4 =
     1     2
    -6     8

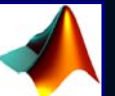
>> Q5=A/B
Q5 =
     1.5000     0.2500
     3.5000     0.2500

>> Q6=A^2
Q6 =
     7     10
    15     22
```

( Zkus i jiné operace. )

**n nemusí být celé**  
**např. n=0,5 ... odmocnina**

Matlab nabízí další možnosti a varianty. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Maticové funkce

Základní a často používané funkce :

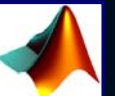
- **$B = A'$**  ... ( apostrof ) transpozice matice **A** – záměna řádků a sloupců,  **$B = A^T$**
- **$C = \text{inv}(A)$**  ... inverze matice **A** ( pouze pro čtvercovou regulární matici ),  **$C = A^{-1}$**
- **$d = \text{det}(A)$**  ... determinant matice **A** ( pouze pro čtvercovou matici )
- **$v = \text{eig}(A)$**  ... vrací vektor vlastních čísel matice **A** ( pouze pro čtvercovou matici )
- **$v1 = \text{size}(A)$**  ... vrací řádkový vektor, první prvek = počet řádek  
druhý prvek = počet sloupců matice **A**

```
>> A=[1 2;3 4] >> B=A' >> C=inv(A) >> E=A*inv(A) >> d=det(A) >> v=eig(A) >> v1=size([1 2 3;4 5 6])
A =          B =          C =          E =          d =          v =          v1 =
 1     2      1     3    -2.0000    1.0000    1.0000    0    -2          -0.3723    2     3
 3     4      2     4     1.5000   -0.5000    0.0000    1.0000
                                     >> E=inv(A)*A
E =
 1.0000    0
 0.0000  -1.0000
```

Všimněte si :  $A*A^{-1} = A^{-1}*A = E$   
E ... jednotková matice

Násobení matic však obecně komutativní NENÍ !!!

Matlab nabízí řadu dalších speciálních funkcí. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.






# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Výběr prvků matice

Nejčastěji používané :

- $M(r, s)$  ...  $r$  – index řádku,  $s$  – index sloupce  
(  $r$  může být i sloupcový vektor a  $s$  vektor řádkový zvolených indexů )
- $M(r, :)$  ... dvojtečková konverze značí výběr všech sloupců
- $M(:, s)$  ... dvojtečková konverze značí výběr všech řádků



```
>> M=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
M =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

```
>> M(2,3)
ans =
     6

>> M(2,:)
ans =
     4     5     6
```

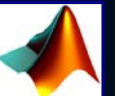
```
>> M(:,3)
ans =
     3
     6
     9
```

```
>> M([1;3],2)
ans =
     2
     8
```

```
>> M([1;3],[1 2])
ans =
     1     2
     7     8
```

Všimněte si užití dvojtečkové konverze – často se používá.

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.




# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Matice - užitečné, často používané funkce

Často používané :

- **M1 = fliplr (M)** ... přerovnání sloupců matice **M** ( v obráceném pořadí )
- **M2 = flipud (M)** ... přerovnání řádků matice **M** ( v obráceném pořadí )
- **n = length (v)** ... vrací počet prvků vektoru **v**
- **n = length (M)** ... vrací maximum z počtu řádků a počtu sloupců matice **M**



```
>> M=[1 2 3;4 5 6]
M =
     1     2     3
     4     5     6
```

```
>> M1=fliplr (M)
M1 =
     3     2     1
     6     5     4
```

```
>> M2=flipud (M)
M2 =
     4     5     6
     1     2     3
```

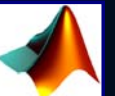
```
>> v1=M(1, :),v2=M(:,1)
v1 =
     1     2     3
v2 =
     1
     4
```

```
>> n=length (M)
n =
     3
```

```
>> n=length (v1)
n =
     3
```

```
>> n=length (v2)
n =
     2
```

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Maticový počet - příklady použití

## Příklad 1

Nalezněme součet kvadrátů prvních pěti přirozených čísel.

**Řešení :** Způsobů řešení zadané úlohy bývá zpravidla více.  
Například jedno z nich :

```
>> x=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2
x =
    55
```

Řešení je sice správné, ale jeho “nešikovnost” by nás jistě napadla, kdybychom měli pracovat nikoliv pouze s pěti, ale např. se stem nebo tisícem prvků.

Jiné možné řešení :

```
>> p=[1;2;3;4;5]
p =
     1
     2
     3
     4
     5
```

Resp.:

```
>> p=[1:5]'
```

Resp.:

```
>> p=rot90([1:5])
```

```
>> x=p'*p
x =
    55
```

Nebo rovnou „z jedné vody na čisto“ :

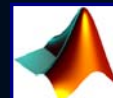
```
>> p=rot90([1:5]); x=p'*p
x =
    55
```

**Princip řešení :**

$$x = p^T p = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

Skalární součin = ( Euklidova norma )<sup>2</sup>.

Za povšimnutí stojí použití funkce **rot90** ( ještě použita nebyla - zkus help ).



# Maticový počet - příklady použití

## Příklad 2

Na louce byly slepice a krávy. Měly dohromady 60 hlav a 140 nohou. Kolik bylo kterých?

Řešení :

s ... počet slepic  
k ... počet krav

$$\left. \begin{array}{l} s+k = 60 \\ 2s+4k = 140 \end{array} \right\} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} s \\ k \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 60 \\ 140 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \rightarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$$

Maticový tvar vyjádření soustavy lineárních algebraických rovnic.

```
>> A=[1 1;2 4]; b=[60;140]; x=inv(A)*b
x =
    50
    10
```

Na louce bylo **50** slepic a **10** krav.

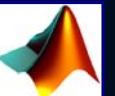
Resp.:

```
>> x=A\b
x =
    50
    10
```

Srovnej také :

```
>> inv(A)
ans =
    2.0000    -0.5000
   -1.0000     0.5000
```

```
>> A^-1
ans =
    2.0000    -0.5000
   -1.0000     0.5000
```



# Maticový počet - příklady použití

## Příklad 3

Řešení :

k ... počet ořechů Karel  
t ... počet ořechů Tomáš  
m ... počet ořechů Michal

$$\left. \begin{array}{l} k = t + m/3 \\ m = k + t/3 \\ t = 20 + k/3 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3k - 3t - m = 0 \\ -3k - t + 3m = 0 \\ -k + 3t = 60 \end{array} \right.$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} k \\ t \\ m \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 60 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \rightarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \rightarrow \underline{\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}}$$

Babička poslala svým třem vnukům koš ořechů. Měli se rozdělit v poměru věku všech tří. Když je rozdělili, zjistili, že Karel má tolik jako Tomáš a ještě třetinu toho, co má Michal. Michal má tolik, co Karel a ještě třetinu Tomášova podílu. Tomáš má 20 ořechů a třetinu Karlova podílu. Spočtete:

- a) kolik bylo v koši ořechů, b) kolik má každý z chlapců, c) kolik jim je let.

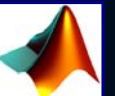
```
>> A=[3 -3 -1;-3 -1 3;-1 3 0];  
>> b=[0;0;60];  
>> x=inv(A)*b
```

```
x =  
    75.0000  
    45.0000  
    90.0000  
>> k=x(1),t=x(2),m=x(3)  
k =  
    75.0000  
t =  
    45.0000  
m =  
    90.0000
```

```
>> Pocet_orechu=sum(x)  
Pocet_orechu =  
    210.0000
```

- a) V koši bylo celkem 210 ořechů.  
b) Karel má 75, Tomáš 45 a Michal 90 ořechů.

Všimněte si použití funkce **sum** (ještě použita nebyla - zkus help).





# Maticový počet - příklady použití

## Příklad 3 - pokračování

Všimněte si použití funkce `gcd` (ještě použita nebyla - zkus `help`).

Bratři se rozdělili o ořechy od babičky v poměru jejich věku, Karel má 75, Tomáš 45 a Michal 90 ořechů. Ukolem je určit jejich věk.

Největší společný dělitel všech tří položek :

```
>> msd=gcd(75, gcd(45, 90))
msd =
  15
```

```
>> r=xi/msd; rk=r(1), rt=r(2), rm=r(3)
rk =
     5
rt =
     3
rm =
     6
```

Věk jednotlivých bratrů.

```
>> k=xi(1), t=xi(2), m=xi(3)
k =
    75
t =
    45
m =
    90
```

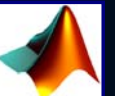
k ... počet ořechů Karel  
t ... počet ořechů Tomáš  
m ... počet ořechů Michal

```
>> xi=round(x); r=xi/gcd(xi(1), gcd(xi(2), xi(3)));
>> rk=r(1), rt=r(2), rm=r(3)
rk =
     5
rt =
     3
rm =
     6
```

Výpočet rovnou „z jedné vody na čisto“.

Karel má 5, Tomáš 3 a Michal 6 let.

Výsledek není jednoznačný – každý celočíselný násobek této trojice vyhovuje zadání, např.: (10, 6, 12), (15, 9, 18), atd.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Soustava lineárních rovnic

Jednou z nejčastějších úloh lineární algebry je řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Úlohu lze řešit různými metodami, Matlab poskytuje univerzální nástroj s možností výběru optimální numerické metody vzhledem k zadaným parametrům ( rozsáhlé, řídké, špatně podmíněné a speciální tvary matic ).

**$x = \text{linsolve}(A, b)$**  ...  **$x$**  je vektor řešení,  **$A$**  matice soustavy,  **$b$**  vektor pravých stran.

Příkaz může mít i třetí parametr, je však nepovinný ( pro jednoduchost zde není uveden).

Má význam jen ve speciálních případech, zpřesňuje a zrychluje výpočet.

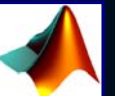
Podrobnosti viz učební text, help linsolve nebo manuál.

Příklad :

```
>> A=[1 1;2 4];b=[60;140];x=linsolve(A,b)
x =
    50
    10
```

Srovnej s příkladem 2 předcházejícího textu.

( Funkce s potlačeným třetím parametrem používá defaultně metody LU rozkladu s problémy u špatně podmíněných matic. )



# Maticový počet - příklady použití

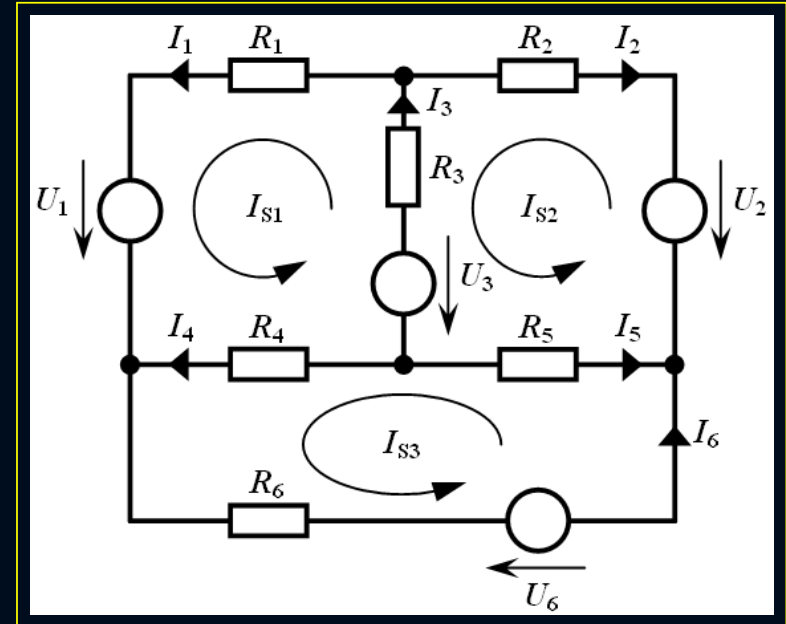
## Příklad 4

Analýza elektrického obvodu :

$$R_1 = 4 \Omega, R_2 = 20 \Omega, R_3 = 8 \Omega, R_4 = 15 \Omega, R_5 = 5 \Omega, R_6 = 10 \Omega, \\ U_1 = 6 \text{ V}, U_2 = 3 \text{ V}, U_3 = 5 \text{ V}$$

Úkolem je určit :

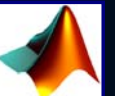
- proudy tekoucí jednotlivými rezistory
- elektrická napětí na jednotlivých rezistorech



Řešení : Metodou smyčkových proudů sestavíme rovnice :

Příklad aplikace 2. Kirchhoffova zákona.

$$\begin{aligned} R_1 I_{S1} + U_1 + R_4 (I_{S1} - I_{S3}) - U_3 + R_3 (I_{S1} - I_{S2}) &= 0 \\ R_2 I_{S2} + R_3 (I_{S2} - I_{S1}) + U_3 + R_5 (I_{S2} - I_{S3}) - U_2 &= 0 \\ R_4 (I_{S3} - I_{S1}) + R_6 I_{S3} - U_6 + R_5 (I_{S3} - I_{S2}) &= 0 \end{aligned}$$

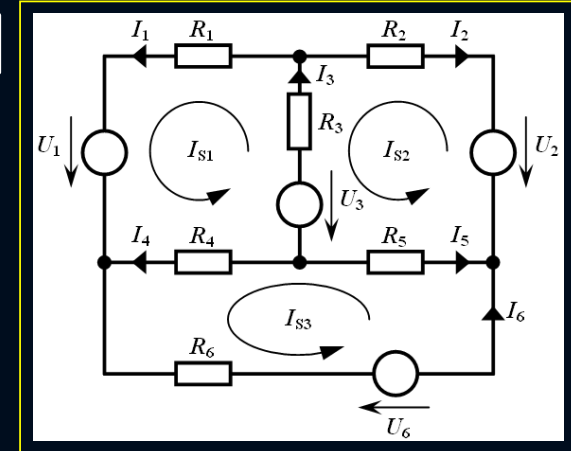


# Maticový počet - příklady použití

## Příklad 4 - pokračování

$$\underbrace{\begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & -R_3 & -R_4 \\ -R_3 & R_2 + R_3 + R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \\ I_{S3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_S} = \underbrace{\begin{bmatrix} -U_1 + U_3 \\ U_2 - U_3 \\ U_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_S = \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{I}_S = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$$



$R_1 = 4 \Omega,$   
 $R_2 = 20 \Omega,$   
 $R_3 = 8 \Omega,$   
 $R_4 = 15 \Omega,$   
 $R_5 = 5 \Omega,$   
 $R_6 = 10 \Omega,$   
 $U_1 = 6 \text{ V},$   
 $U_2 = 3 \text{ V},$   
 $U_6 = 5 \text{ V}$

### Řešení:

```

>> R1=4; R2=20; R3=8; R4=15; R5=5; R6=10;
>> U1=6; U2=3; U3=12; U6=5;
>> A=[R1+R3+R4 -R3 -R4;-R3 R2+R3+R5 -R5;...
-R4 -R5 R4+R5+R6];
>> b=[-U1+U3;U2-U3;U6];
    
```

```

>> Is=inv(A)*b; Is'
ans =   Is1   Is2   Is3
       0.3630  -0.1354  0.3256
    
```

Resp.: `>> Is=linsolve(A,b)`

Smysl  $I_{S2}$  byl odhadnutý obráceně (znaménko).

```

>> I=[Is(1), -Is(2), Is(1)-Is(2), ...
Is(3)-Is(1), Is(2)-Is(3), Is(3)]
    
```

$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
0.3630	0.1354	0.4984	-0.0374	-0.4610	0.3256

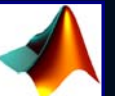
Fyzikální rozměr všech proudů [ A ].

```

>> U=[I(1)*R1, I(2)*R2, I(3)*R3, ...
I(4)*R4, I(5)*R5, I(6)*R6]
    
```

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$
1.4520	2.7079	3.9871	-0.5609	-2.3050	3.2560

Fyzikální rozměr všech napětí [ V ].



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s polynomy

**Polynomy** jsou v Matlabu standardně definovány pomocí **polí** ( řádkových vektorů ), která obsahují jejich koeficienty v sestupném pořadí od nejvyšší mocniny proměnné k nejnižší.

Příklad :

$$p_1(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 1$$

```
>> p1=[3 -6 5 -1]
p1 =
     3     -6     5     -1
```

- roots (p) ... výpočet kořenů polynomu

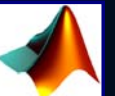
```
>> roots(p1)
ans =
    0.8590 + 0.6666i
    0.8590 - 0.6666i
    0.2819
```

$$p_2(x) = x^2 - 2x$$

```
>> p2=[1 -2 0]
p2 =
     1     -2     0
```

```
>> roots(p2)
ans =
     0
     2
```

Koeficienty polynomů mohou být i desetinná čísla ( dokonce i komplexní ).





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s polynomy

- polyval (p, x) ... výpočet funkční hodnoty polynomu **p** pro zadanou hodnotu **x**

Příklad :

$$p_1(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 1$$

```
>> p1=[3 -6 5 -1]
p1 =
     3     -6     5     -1
```

```
>> y1=polyval (p1, -1)
y1 =
    -15
```

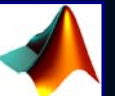
$$y_1 = p_1(-1) = 3(-1)^3 - 6(-1)^2 + 5(-1) - 1 = -15$$

$$p_2(x) = x^2 - 2x$$

```
>> p2=[1 -2 0]
p2 =
     1     -2     0
```

```
>> y2=polyval (p2, 0.1)
y2 =
   -0.1900
```

$$y_2 = p_2(0,1) = (0,1)^2 - 2(0,1) = -0,19$$



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s polynomy

- $p3 = \text{conv}(p1, p2)$  ... násobení polynomu  $p1$  polynomem  $p2$
- $[q, r] = \text{deconv}(p1, p2)$  ... dělení polynomu  $p1$  polynomem  $p2$   
(  $q$  ... kvocient,  $r$  ... zbytek )

Příklad :

$$p_1(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 1$$

$$p_2(x) = x^2 - 2x$$

```
>> p3=conv([3 -6 5 -1],[1 -2 0])
p3 =
     3    -12    17   -11     2     0
>> [q,r]=deconv([3 -6 5 -1],[1 -2 0])
q =
     3     0
r =
     0     0     5    -1
```

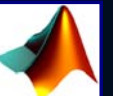
$$p_3 = (3x^3 - 6x^2 + 5x - 1) \cdot (x^2 - 2x) =$$
$$= 3x^5 - 12x^4 + 17x^3 - 11x^2 + 2x$$

$$(3x^3 - 6x^2 + 5x - 1) : (x^2 - 2x) = 3x$$

$$- \frac{3x^3 + 6x^2}{0 + 5x - 1}$$

$$\frac{3x^3 - 6x^2 + 5x - 1}{x^2 - 2x} = \underbrace{3x}_q + \underbrace{\frac{5x - 1}{x^2 - 2x}}_r$$

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s textovými řetězci

**Textový řetězec** se zapisuje v Matlabu jako řada ASCII znaků uzavřený do apostrofů.

Nedoporučuje se používat diakritiku ( nefunguje ve starších verzích ).

Přístup k jednotlivým znakům je možný **pomocí indexů** jako u matic a vektorů.

Příklad :

```
>> s='Toto je textovy retezec'  
s =  
Toto je textovy retezec  
-----  
>> length(s)  
ans =  
23  
-----  
>> s(17) %vyber 17.prvku retezce  
ans =  
r  
-----  
>> s(17:end) %vyber od 17.prvku do konce retezce  
ans =  
retezec
```



- zadání textového řetězce

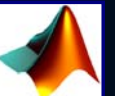
- délka řetězce ( počet znaků včetně mezer )

- výběr prvku podle indexu

- výběr části řetězce

Všimněte si použití kovnerze **end** ( zatím použita nebyla - viz help ).

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s textovými řetězci

Textové řetězce lze ukládat **do polí** ( podobně jako matice ).

- **S = char (s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ..., s<sub>n</sub>)** ... vytvoří matici,  
její řádky jsou jednotlivé řetězce **s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ..., s<sub>n</sub>**

Příklad :

```
>> S=char('pondeli','utory','streda')
S =
pondeli
utory
streda
```

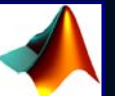
```
>> S(2,:)
ans =
utory
```

```
>> size(S)
ans =
     3     7
```

Všimněte si uložení textového řetězce také ve *Workspace*.

Textové pole má 3 řádky ( pondeli, utory, streda ),  
a 7 sloupců ( podle počtu znaků nejdelšího – pondeli ),  
neobsazené pozice zbylých řádků jsou vyplněny prázdným znakem (ASCII 32) .

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s textovými řetězci

Převod mezi textovým řetězcem a číselnou proměnnou :

- **x = str2num (s)** ... převod textu **s** na číslo **x**
- **s = num2str (x)** ... převod čísla **x** na text **s**

Příklady :

```
>> text='1.2345'  
text =  
1.2345  
>> cislo=str2num(text)  
cislo =  
1.2345
```

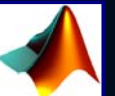
```
>> pi  
ans =  
3.1416  
>> pi_retezec=num2str(pi)  
pi_retezec =  
3.1416
```

```
>> A=[1 2;3 4.5]; size(A) %A je matice 2x2  
ans =  
2 2  
>> B=num2str(A); size(B) %B je retezec 2x13  
ans =  
2 13
```

desetinná tečka je povinná  
( zkuste a pochopte jak se to chová  
s čárkou )

```
>> r=3.5; p=pi*r^2;  
>> s=['Kruh o polomeru r =', num2str(r), ' ma obsah p =', num2str(p) ]  
s =  
Kruh o polomeru r =3.5 ma obsah p =38.4845
```

Matlab nabízí řadu dalších možností. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

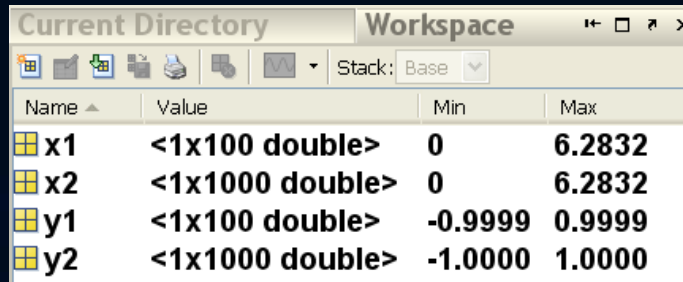
## Práce s daty - odstranění proměnných z Workspace

- **clear** ... smaže všechny proměnné
- **clear p1 p2** ... smaže jen uvedené proměnné, zde **p1** a **p2** ( výčet může být samozřejmě i delší )

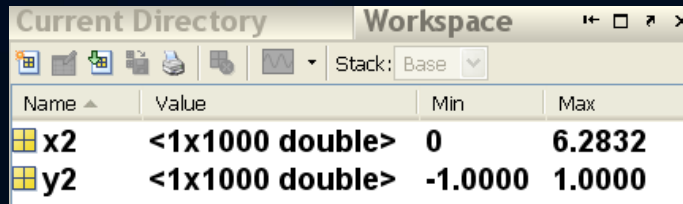
Příklad :

```
>> x1=linspace(0,2*pi,100);  
>> x2=linspace(0,2*pi,1000);  
>> y1=sin(x1);  
>> y2=sin(x2);
```

```
>> clear x1 y1
```



Name	Value	Min	Max
x1	<1x100 double>	0	6.2832
x2	<1x1000 double>	0	6.2832
y1	<1x100 double>	-0.9999	0.9999
y2	<1x1000 double>	-1.0000	1.0000



Name	Value	Min	Max
x2	<1x1000 double>	0	6.2832
y2	<1x1000 double>	-1.0000	1.0000



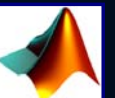
### **POZOR !**

Smazané proměnné nelze obnovit, pokud nebyly předem uloženy na HD.

Výpočet pořadnic funkce  $y = \sin(x)$  na intervalu  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$  ve 100 a 1000 bodech.

Vymazání  $x1$  a  $y1$  pro 100 bodů.

- **Totéž přímo ve Workspace :** označit proměnnou + Del .



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

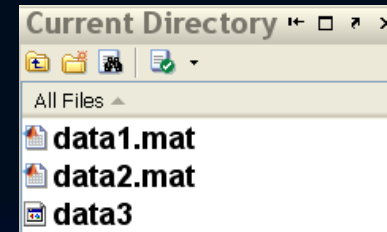
## Práce s daty - ukládání proměnných do souboru

### ► Do aktuálního adresáře ( *Current Directory* ) :

- **save** ... uloží všechny proměnné do souboru „matlab.mat“
- **save nazev** ... do souboru „nazev.mat“
- **save nazev p1 p2** ... uloží vybrané proměnné ( zde **p1** a **p2** ), příp. všechny uvedené do souboru „nazev.mat“
- **save nazev p1 p2 -ascii** ... uloží vybrané proměnné ( zde **p1** a **p2** ), příp. všechny uvedené do souboru „nazev“ ( bez přípony v textové podobě )  
( soubory \*.mat jsou ve spec.formátu Matlabu )

### Příklad :

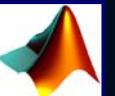
```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 1]; b=[6; 6; 6];  
>> save data1;           % ulozi vse do data1  
>> save data2 A;        % ulozi A do data2  
>> save data3 b -ascii; % ulozi do textoveho data3 hodnoty b
```



### ► Do jiného adresáře : název souboru uvést vč. cesty, např.:

```
>> save 'G:\Data\data4' A b
```

Cestu vč.názvu uvést mezi apostrofy !



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Práce s daty - načtení proměnných ze souboru

Opačný postup než při ukládání, tentokrát pomocí příkazu load .

Soubor typu :

- **\*.mat** ... uloží se do *Workspace* všechny proměnné i se svými původními názvy
- **\*.txt** ... uloží se jen pod názvem souboru bez rozlišení proměnných  
( Soubor \*.txt nebo soubor bez přípony textového typu. )

Příklady :

```
>> clear all; load data1; who % nacteni vseh dat
```

Your variables are:

```
A b
```

```
>> clear all; load data2; who % nacteni matice A
```

Your variables are:

```
A
```

```
>> clear all; load data3; who % nacteni dat ASCII
```

Your variables are:

```
data3
```

```
>> data3
data3 =
     6
     6
     6
```

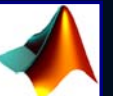
```
>> clear all; load 'G:\Data\data4'; who % nacteni z jineho adresare
```

Your variables are:

```
A b
```

Všimněte si a pochopte použití příkazů „who“ a „clear all“.

Matlab nabízí i další možnosti. Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Grafika - vizualizace numerických dat, grafická okna

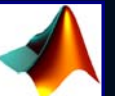
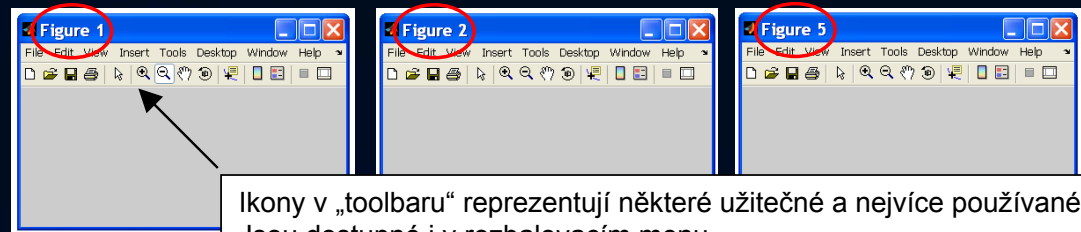
- Matlab nabízí širokou škálu možností 2D a 3D grafiky
- Grafický výstup je realizován v grafickém okně - Figure

### Práce s grafickými okny :

- Grafická funkce Matlabu automaticky otevře grafické okno ( **Figure 1** pokud dosud neexistovalo ) a graf do něj vykreslí
- Grafických oken může být i víc ( liší se pořadovým číslem ), můžeme mezi nimi **přepínat**
- Graf se vykreslí vždy **do aktuálního okna** ( poslední otevřené, aktualizované příkazem nebo klikem )
- Příkazem **figure** (bez parametru ) otevřeme grafické okno s **dalším** pořadovým číslem, resp. **figure (n)** s pořadovým číslem určeným parametrem **n** ( **n ... přirozené** )

### Příklad :

```
>> figure; figure; figure(5);
```



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## Grafika - vizualizace numerických dat, grafická okna

### Zavření grafického okna :

- **close** ... zavře **aktivní** grafické okno
- **close (n)** ... zavře okno s pořadovým číslem určené parametrem **n**
- **close all** ... zavře **všetchna** grafická okna

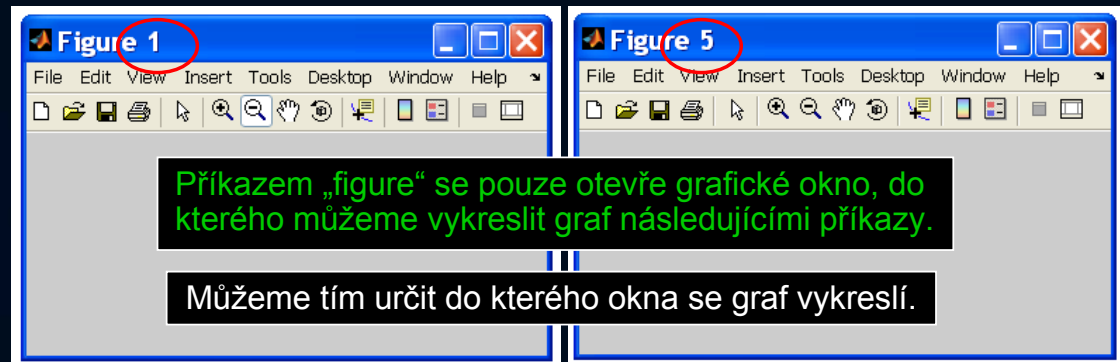
### Příklad :

```
>> figure, figure, figure(5)  
>> close(2)
```

Byla otevřena tři okna:

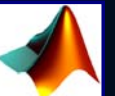
Figure 1, Figure 2, Figure 5.

Druhým příkazem bylo Figure 2 zavřeno.



Matlab umožňuje řadu možností pro práci a nastavení grafického objektu a oken

( velikost, umístění, barvu, překrytí, ... ). Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - použití příkazu plot

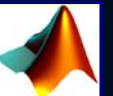
Základním příkazem pro vykreslení 2D grafu  
v prostředí Matlab je příkaz **plot**.

Syntaxe příkazu :

- **plot (y)** ... vykreslí a spojí lomenou čarou body, jejichž svislé pořadnice jsou dány hodnotami vektoru **y** ( sloupcového nebo řádkového ) v závislosti na pořadí
- **plot (x, y)** ... totéž, ale pořadnice **y** jsou vykresleny v závislosti na hodnotách vektoru **x**
- **plot (x, y, s)** ... totéž, ale pomocí textového řetězce **s** ( uzavřeného mezi apostrofy ) můžeme ovlivnit výsledný vzhled grafu ( barvu, značky, čáry )

Proměnná **s** obsahuje až tři hodnoty vlastností v pořadí : barva, typ značky a typ čáry.  
Pokud se některá z vlastností nedefinuje, použije se implicitní nastavení.

Implicitní nastavení : čára modrá, šířky 0,5 a bez značek jednotlivých bodů.

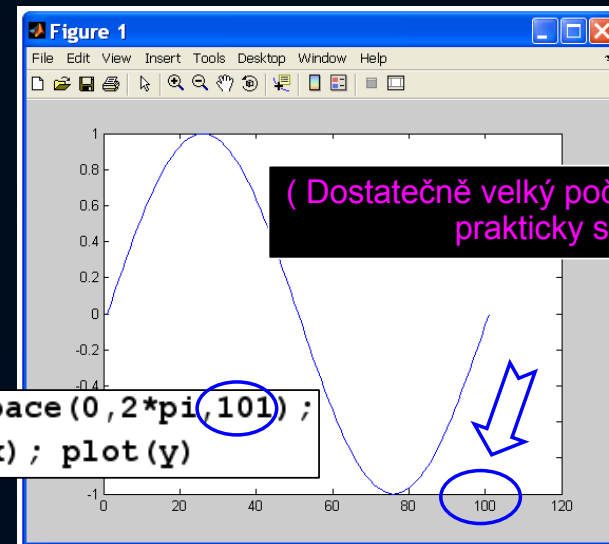
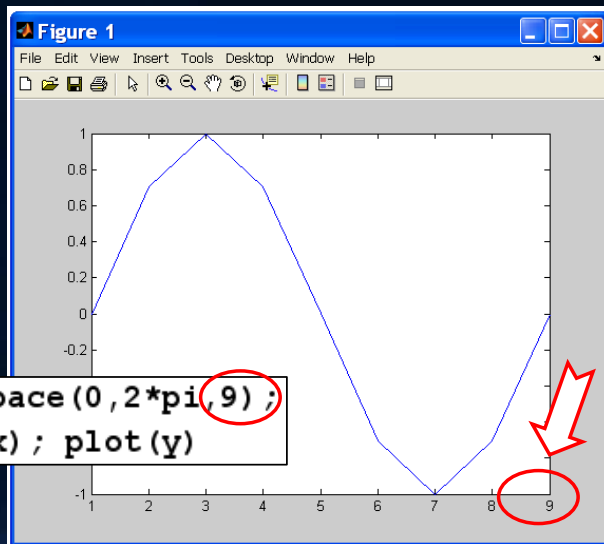


# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

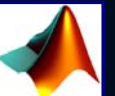
## 2D grafika - použití příkazu plot

- plot (y) ... vykreslí a spojí lomenou čarou body, jejichž svislé pořadnice jsou dány hodnotami vektoru **y** ( sloupcového nebo řádkového ) v závislosti na pořadí

Příklady :



Pokud se nezadá jinak, Matlab měřítku grafu optimalizuje a nastaví automaticky sám.



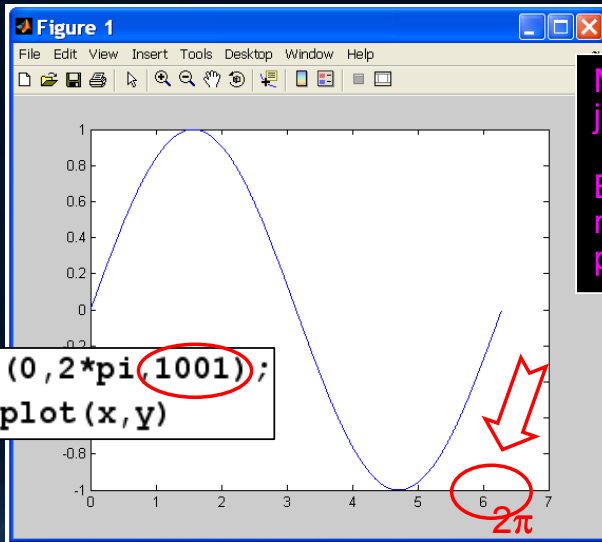
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - použití příkazu plot

- plot (x, y) ... vykreslí a spojí lomenou čarou body, jejichž svislé pořadnice jsou dány hodnotami vektoru **y** ( sloupcového nebo řádkového ) v závislosti na hodnotách vektoru **x**
- plot (x1, y1, x2, y2, ...) ... dtto pro více křivek ( pro všechny uvedené dvojice souřadnic **x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>** )

### Příklady :

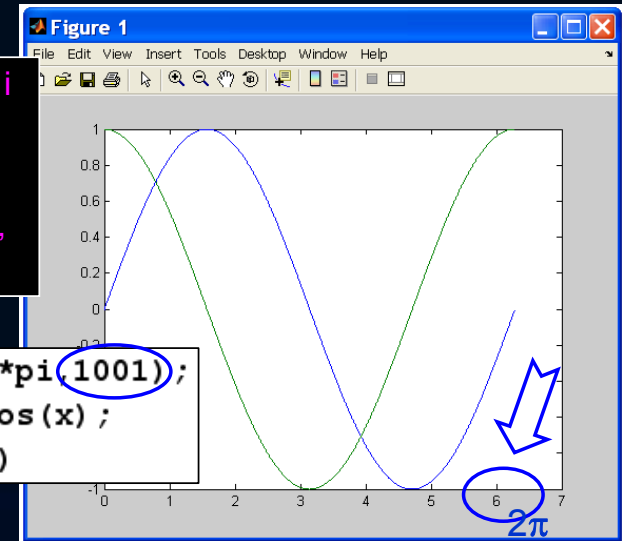
```
>> x=linspace(0,2*pi,1001);  
>> y=sin(x); plot(x,y)
```



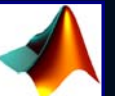
Měřítka grafu, styl, šířka čáry (0,5) i její barva se generují automaticky.

Barvy pro více grafů v pořadí : modrá, zelená, červená, tyrkysová, purpurová, žlutá, černá, bílá, ...

```
>> x=linspace(0,2*pi,1001);  
>> y1=sin(x);y2=cos(x);  
>> plot(x,y1,x,y2)
```



Všechny úpravy vzhledu grafů ( šířka, barva, styl, měřítko, mřížka, popis os, legenda, ... ) se dají dělat manuálně přímo v grafickém okně.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - použití příkazu plot

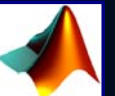
- plot (x1, y1, s1, x2, y2, s2, ...) ... totéž jako v minulém případě, ale můžeme pomocí textového řetězce  $s_i$  ( uzavřeného mezi apostrofy ) ovlivnit výsledný vzhled grafu ( barvu, značky, čáry )

Proměnná  $s_i$  obsahuje až tři hodnoty vlastností v pořadí : barva, typ značky a typ čáry. Pokud se některá z vlastností nedefinuje, použije se implicitní nastavení.

Přehled možných barev,  
typů čar a značek

Barva čáry		Typ čáry		Značka bodu			
b	modrá (blue)	-	plná (solid)	.	tečka (point)	v	trojúhelník (triangle – down)
g	zelená (green)	:	tečkovaná (dotted)	o	kroužek (circle)	^	trojúhelník (triangle – up)
r	červená (red)	-.	čerchovaná (dash-dot)	x	křížek (x-mark)	<	trojúhelník (triangle – right)
c	tyrkysová (cyan)	--	čárkovaná (dashed)	+	křížek (plus)	>	trojúhelník (triangle – left)
m	purpurová (magenta)	(nic)	bez čáry (je-li zadán bod)	*	hvězdička (star)	p	pětiúhelník (pentagram)
y	žlutá (yellow)			s	čtverec (square)	h	šestiúhelník (hexagram)
k	černá (black)			d	kosočtverec (diamond)		
w	bílá (white)						

Např. pro vykreslení červené tečkované čáry s jednotlivými body vyznačenými křížky bude  $s = 'rx:'$ .



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - použití příkazu plot

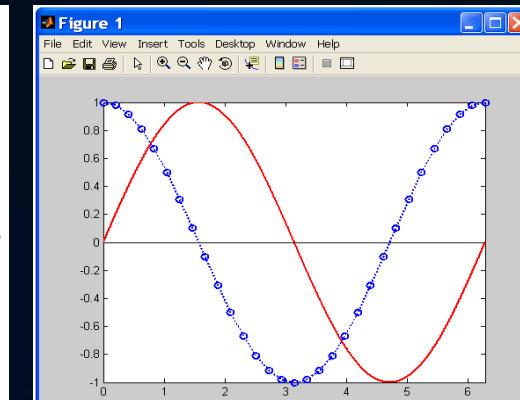
- plot (x1, y1, s1, x2, y2, s2, ...) ... vykreslí všechny deklarované křivky určené trojicemi  $x_i, y_i, s_i$

### Další užitečné možnosti :

- Šířku čáry lze nastavit pomocí parametru *LineWidth*, velikost značky pomocí parametru *MarkerSize* ( viz příklad )
- Vykreslení dalšího průběhu do stejného okna zadáním příkazu **hold on** , nastavení trvá až do zadání příkazu **hold off** ( implicitní nastavení je hold off )

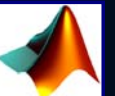
### Příklad :

```
>> x1=0:pi/1000:2*pi; y1=sin(x1);  
>> %vypocet sin s jemnym krokem  
>> x2=linspace(0,2*pi,31); y2=cos(x2);  
>> %vypocet cos s hrubym krokem (kvuli znackam)  
>> plot(x1,y1,'r',x2,y2,'bo','MarkerSize',6,'LineWidth',2)  
>> %vykresleni sin cervene  
>> %vykresleni cos modre teckovane s kruhovymi znackami  
>> %velikost znacek 6, sirka cary 2  
>> hold on, plot([0 2*pi],[0 0],'k')  
>> %vykresleni cerne slabe osy x  
>> axis tight  
>> %nastaveni mezi os podle rozsahu dat
```



**Všimněte si** a pochopte použití příkazu „axis tight“.

Pokud nezadáme „hold on“, následující graf přemaže graf předcházející.





# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

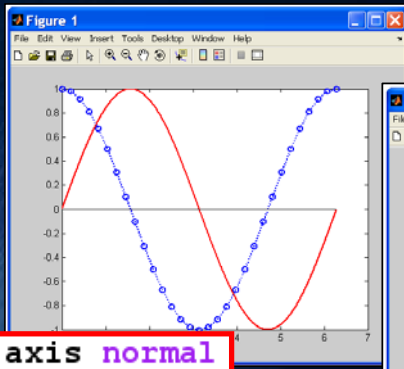
## 2D grafika - ovládání souřadných os

- **axis tight**
- **axis equal**
- **axis** ( $[x_{\min} \ x_{\max} \ y_{\min} \ y_{\max}]$ )
- **axis on** resp. **off**
- **grid on** resp. **off**

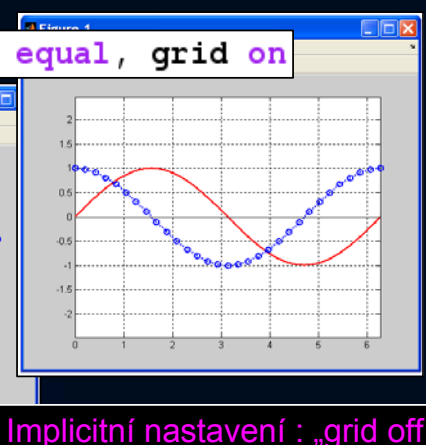
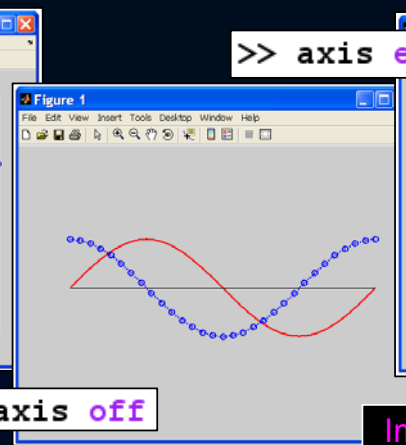
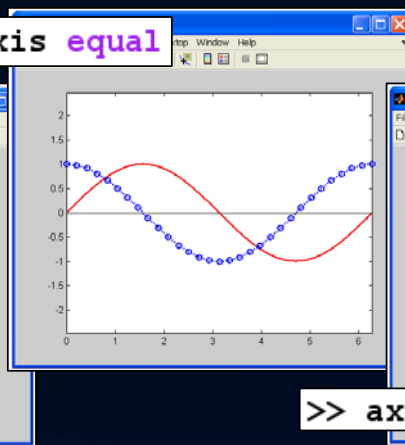
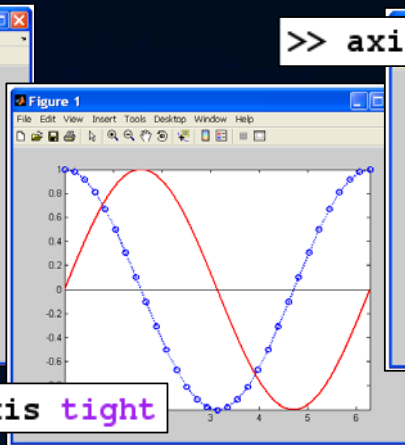
... nastaví meze souřadných os podle rozsahu dat  
... nastaví stejné měřítko obou souřadných os  
... nastaví meze os podle zadaných parametrů  
... zobrazí resp. potlačí souřadné osy  
... zobrazí resp. potlačí mřížku

Matlab nabízí i další možnosti.  
Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.

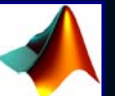
Příklady :



Implicitní nastavení os.



Implicitní nastavení : „grid off“.



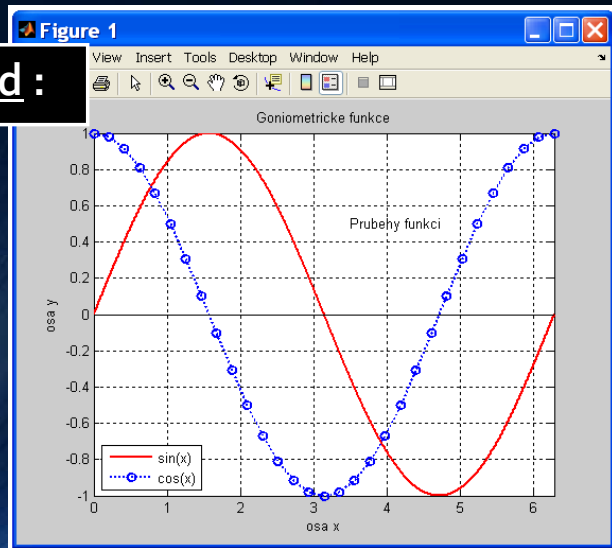
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - textový popis grafu

- **title (s)** ... název grafu, vypíše obsah textového řetězce **s** = ' Navez grafu '
- **xlabel (s)** ... popis osy x, vypíše obsah textového řetězce **s**
- **ylabel (s)** ... popis osy y, vypíše obsah textového řetězce **s**
- **text (x, y, s)** ... vypíše obsah textového řetězce **s** na pozici určenou souřadnicemi **x, y**
- **legend (s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ..., p)** ... zobrazení legendy, postupně podle obsahů textových řetězců **s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ...** v pořadí postupně vykreslovaných průběhů, příznak **p** určuje umístění :

- 1... vpravo nahoře (implicitní),
- 2 ... vlevo nahoře,
- 3 ... vlevo dole,
- 4 ... vpravo dole

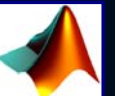
**Příklad :**



```
>> axis tight
>> axis tight, grid on
>> title ('Goniometrické funkce')
>> xlabel('osa x'), ylabel('osa y')
>> legend('sin(x)', 'cos(x)', 3)
>> text(3.5, 0.5, 'Prubehy funkci')
```

Matlab nabízí celou řadu dalších možností ( formátování textu, výběr fontů, řez, barvu, velikost, indexy, mat.symbols, speciální znaky, ... ).

Podrobnější informace viz učební text, help nebo manuál.



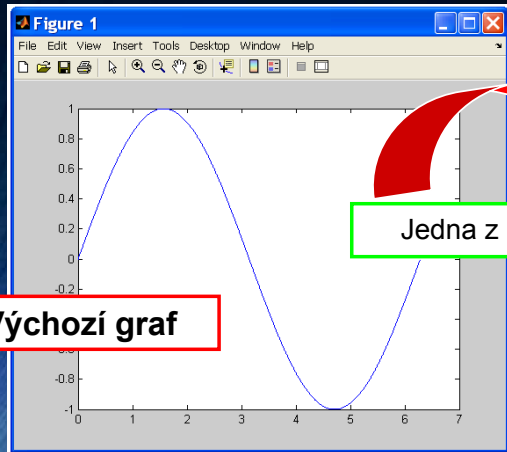
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - manuální editace grafu

Užitečnou možností je manuální editace přímo v grafickém okně pomocí nabídek v 'toolbaru'.

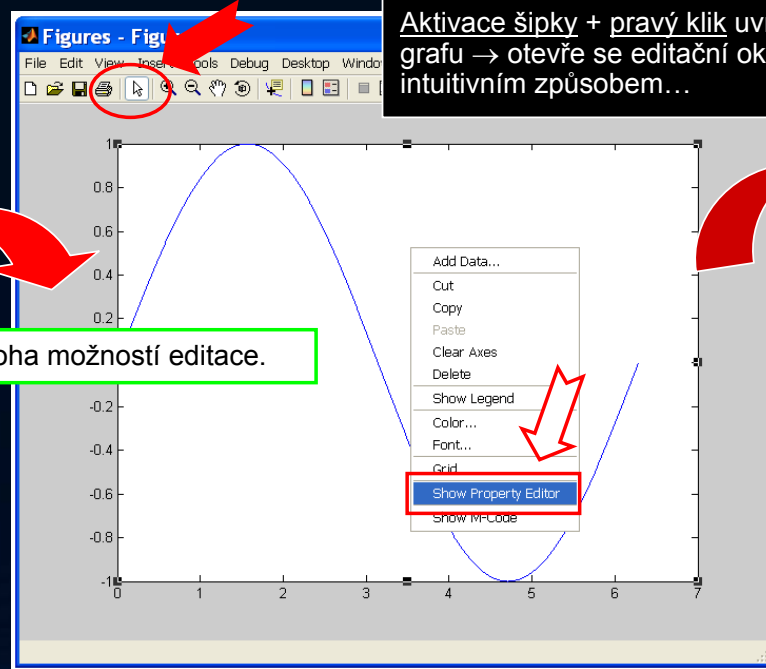
**Příklad :**

```
>> x=linspace(0,2*pi,1001);  
>> y=sin(x); plot(x,y)
```

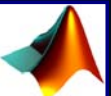
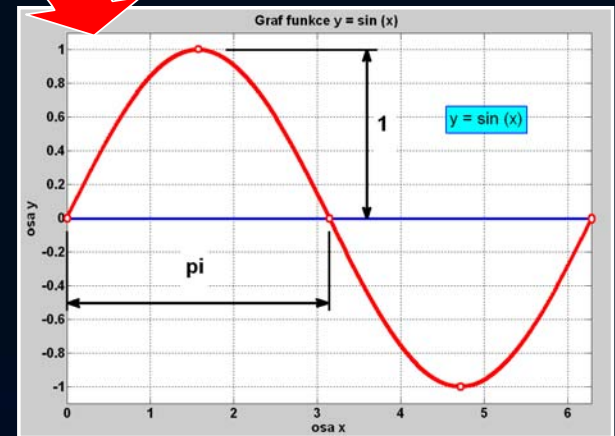


Jedna z mnoha možností editace.

K editaci přistupujeme interaktivním způsobem pomocí nabídek menu.



**Možný výsledek po editaci**



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

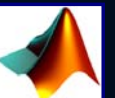
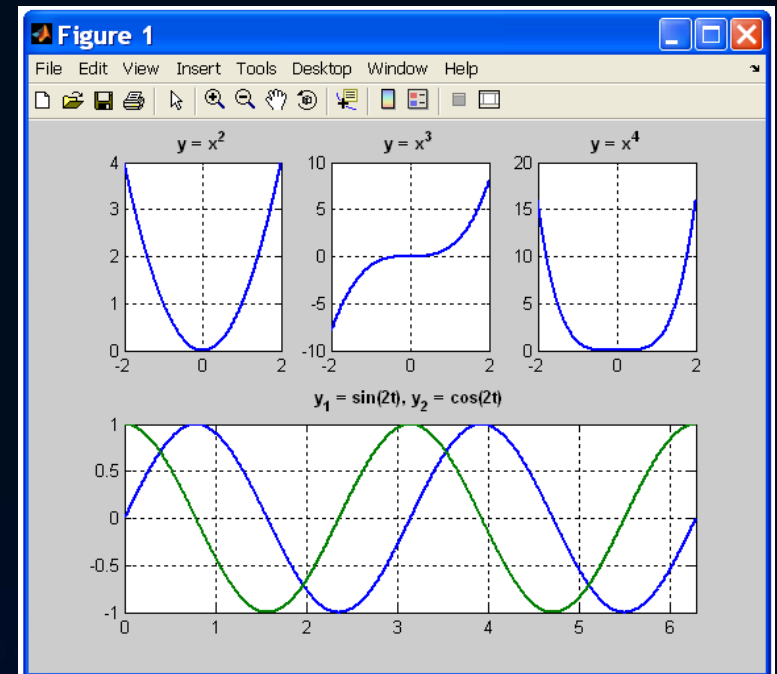
## 2D grafika - více grafů v jednom obrázku

- **subplot ( m, n, p )** ... kreslicí plochu rozdělí na **m** řádků a **n** sloupců parametr **p** určuje pozici vykreslovaného grafu (číslování po řádcích zleva doprava a po sloupcích shora dolů)

### Příklad :

```
>> x=linspace(-2,2,1001); t=linspace(0,2*pi,1001);  
>> subplot(2,3,1); plot(x,x.^2,'LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^2')  
>> subplot(2,3,2); plot(x,x.^3,'LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^3')  
>> subplot(2,3,3); plot(x,x.^4,'LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^4')  
>> subplot(2,1,2); plot(t,sin(2*t),t,cos(2*t),'LineWidth',2);  
>> grid on; axis tight; title('\bfy_1 = sin(2t), y_2 = cos(2t)')
```

Za povšimnutí stojí zejména definice a umístění 4. grafu. Příkaz „subplot(2,1,2)“ rozčleňuje kreslicí plochu na dva řádky ( v každém pouze jeden graf ) a určuje vykreslení do druhé pozice ( první pozicí je první, tedy horní řádek ).



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

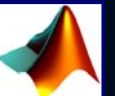
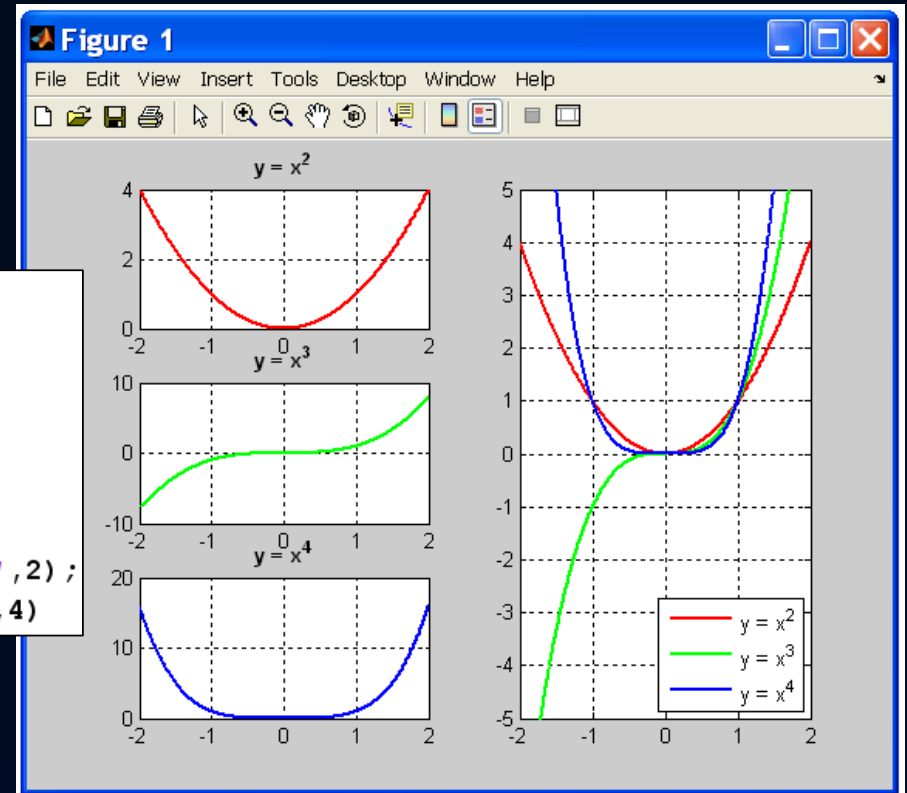
## 2D grafika - více grafů v jednom obrázku

- subplot (m, n, p)

Jiný příklad rozdělení plochy obrázku :

```
>> x=linspace(-2,2,1001);  
>> subplot(3,2,1); plot(x,x.^2,'r','LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^2')  
>> subplot(3,2,3); plot(x,x.^3,'g','LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^3')  
>> subplot(3,2,5); plot(x,x.^4,'b','LineWidth',2);  
>> grid on; title('\bfy = x^4')  
>> subplot(1,2,2); plot(x,x.^2,'r',x,x.^3,'g',x,x.^4,'b','LineWidth',2);  
>> grid on; axis([-2 2 -5 5]); legend('y = x^2','y = x^3','y = x^4',4)
```

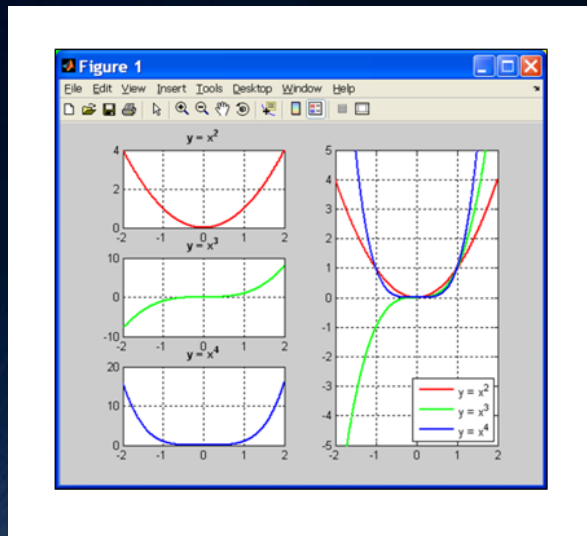
Všimněte si a pochopte význam parametrů příkazu subplot a jejich použití ( je to poněkud komplikované ).





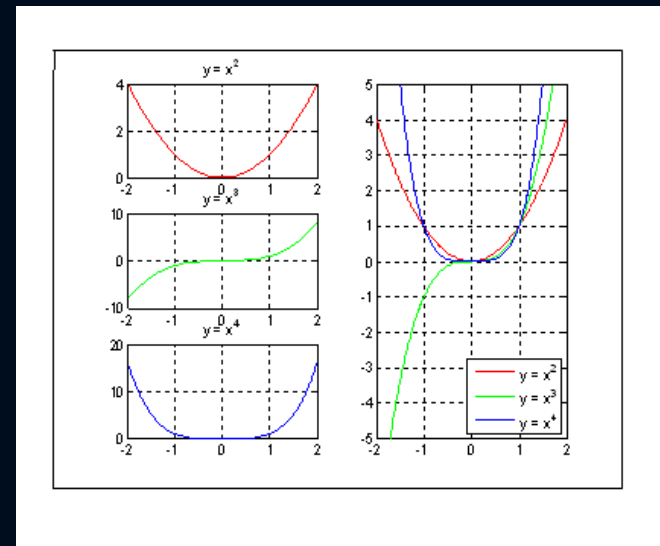
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 2D grafika - vložení obrázku do textového editoru

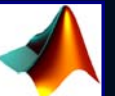


- Kombinací kláves :  
**Alt + PrintScreen** a **Ctrl + V**

V grafickém editoru lze samozřejmě obrázek ještě oříznout, měnit velikost, otočit atd.



- V menu Figure :  
**Edit → Copy Figure** a **Ctrl + V**



# 2D grafika - příklady

## Příklad 1

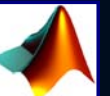
Nakreslete graf funkce :

$$y = K e^{\alpha t} \sin(\omega t) \quad , \quad t \in \langle 0, t_{\max} \rangle$$

volte :

$$K = 2 \quad , \quad \alpha = -0,5 \quad , \quad \omega = 5 \quad , \quad t_{\max} = 4\pi$$

Dokážete si předem představit jaký má přibližně tato funkce průběh ?



# 2D grafika – příklady

## Příklad 1

Řešení :



Proč tam musí být tečka ?

```
>> K=2; alfa=-0.5; omega=5; tmax=4*pi;           %zadana data
>> t=linspace(0,tmax,1001);
>> y=K*exp(alfa*t).*sin(omega*t);              %vypocet funkce
>> plot(t,y,'r','LineWidth',3);                 %kresba grafu
>> hold on; grid on; axis tight                 %nastaveni
>> xlabel('\bf osa t'); ylabel('\bf osa y')      %popis os
>> plot([0 tmax],[0 0],'k','LineWidth',2)      %kresba osy t
>> %popis grafu :
>> title({'\bf\fontsize{14}Graf funkce   y = K e^{\alpha t}sin(\omega t)',...
        ['\rm\color{blue}\fontsize{12}parametry : K =',num2str(K),...
        ', \alpha =',num2str(alfa), ', \omega =',num2str(omega)]})
```

Všimněte si ( a pochopte ) techniku popisu grafu.

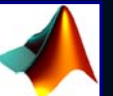
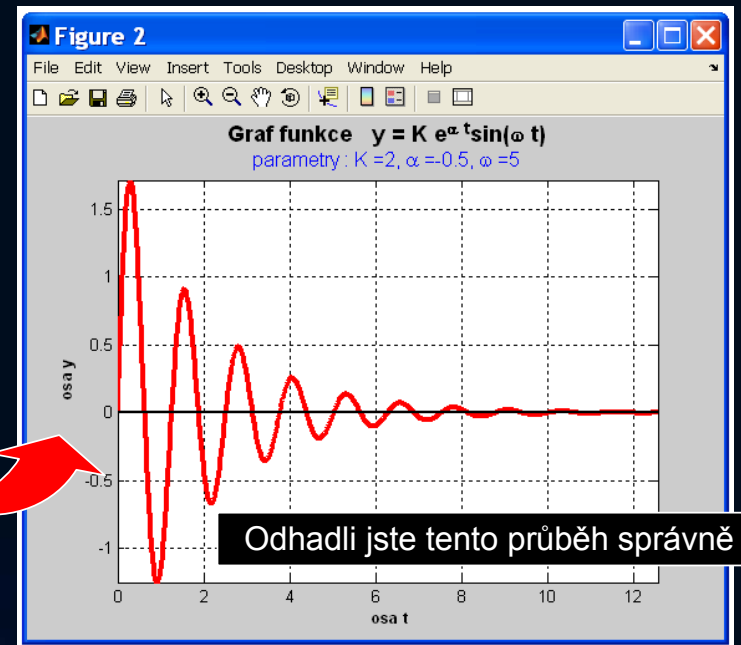
Zamyslete se nad průběhem závislosti i s jinými parametry a ověřte následně výpočtem.

Nakreslete graf funkce :

$$y = K e^{\alpha t} \sin(\omega t) \quad , \quad t \in \langle 0, t_{\max} \rangle$$

volte :

$$K = 2 \quad , \quad \alpha = -0,5 \quad , \quad \omega = 5 \quad , \quad t_{\max} = 4\pi$$



# 2D grafika – příklady

## Příklad 2

Nakreslete graf epicykloidy :

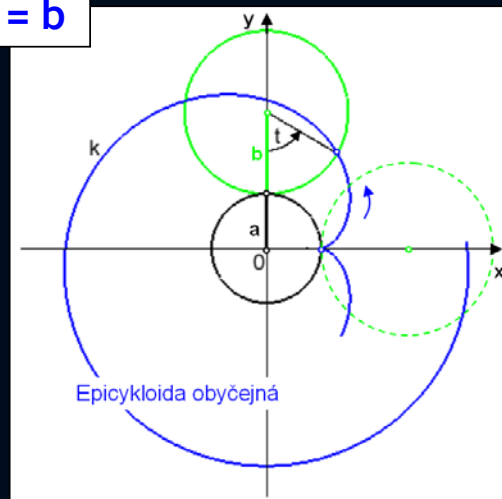
$$x = (a + b) \cos\left(\frac{b}{a} t\right) - c \cos\left(\frac{a + b}{a} t\right)$$
$$y = (a + b) \sin\left(\frac{b}{a} t\right) - c \sin\left(\frac{a + b}{a} t\right)$$

parametry  $a, b, c, t$  volte vhodně sami

$c > b$  ... epicykloida prodloužená  
 $c < b$  ... zkrácená  
 $c = b$  ... obyčejná

Epicykloida je uzavřenou křivkou, je-li podíl  $a / b$  racionální.

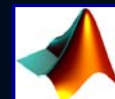
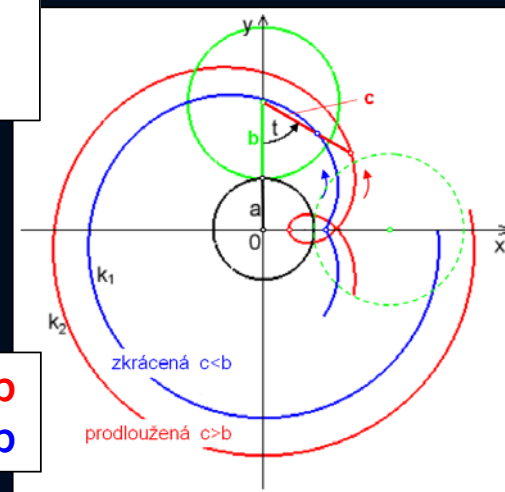
$c = b$



Epicykloida vzniká odvalováním kružnice s poloměrem  $b$  (zelená) po kružnici s poloměrem  $a$  (černá). Příslušný bod spojený s odvalující se kružnicí opisuje epicykloidu.



$c > b$   
 $c < b$



# 2D grafika - příklady

## Příklad 2

Řešení:

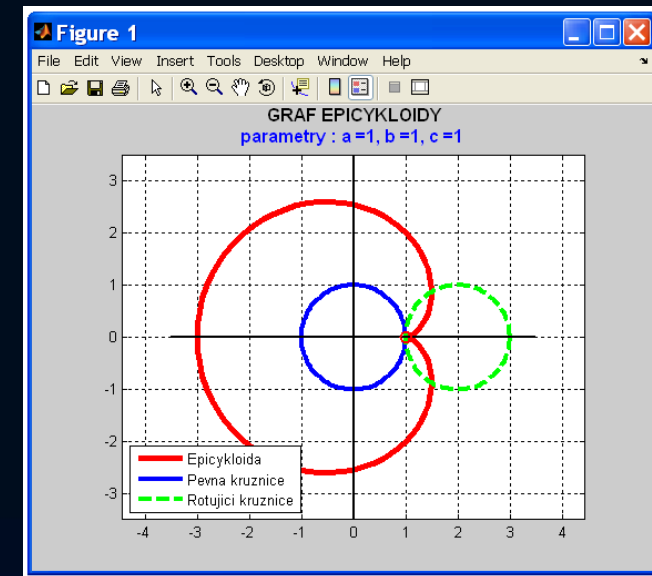
```
>> a=1; b=1; c=1; t=linspace(0,2*pi,101); %zadane parametry
>> x=(a+b)*cos(b*t/a)-c*cos((a+b)*t/a);... %vypocet souradnic
    y=(a+b)*sin(b*t/a)-c*sin((a+b)*t/a);
>> plot(x,y,'r','LineWidth',4); axis equal; %kresba grafu
>> grid on, hold on %kresba mriszky
>> %kresba pevne a rotujici kruznice:
>> plot(a*cos(t),a*sin(t),'b','LineWidth',3)
>> plot(b*cos(t)+(a+b),b*sin(t),'--g','LineWidth',3)
>> %osy grafu:
>> plot([- (a+2*b+0.5) (a+2*b+0.5)], [0 0], 'k', 'LineWidth', 2)
>> plot([0 0], [- (a+2*b+0.5) (a+2*b+0.5)], 'k', 'LineWidth', 2)
>> plot(a+b-c,0,'r o', 'MarkerSize',8, 'LineWidth',2) %tvorici bod
>> %popis grafu:
>> title({'\bf\fontsize{12} GRAF EPICYKLOIDY',...
    ['\color{blue}parametry : a =', num2str(a), ...
    ', b =', num2str(b), ', c =', num2str(c)]})
>> legend('Epicykloida', 'Pevna kruznice', 'Rotujici kruznice', 3)
```

Všimněte si a pochopte techniku popisu grafu.

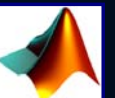
Nakreslete graf epicykloidy:

$$x = (a+b) \cos\left(\frac{b}{a}t\right) - c \cos\left(\frac{a+b}{a}t\right)$$
$$y = (a+b) \sin\left(\frac{b}{a}t\right) - c \sin\left(\frac{a+b}{a}t\right)$$

parametry a, b, c, t volte vhodně sami



Kardioida (srdcovka) = speciální případ  $a=b=c$ .





# 2D grafika - příklady

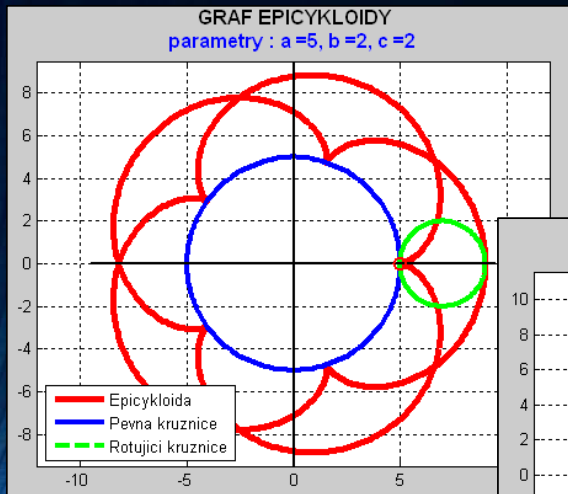
## Příklad 2

Různé varianty  
epicykloidy :

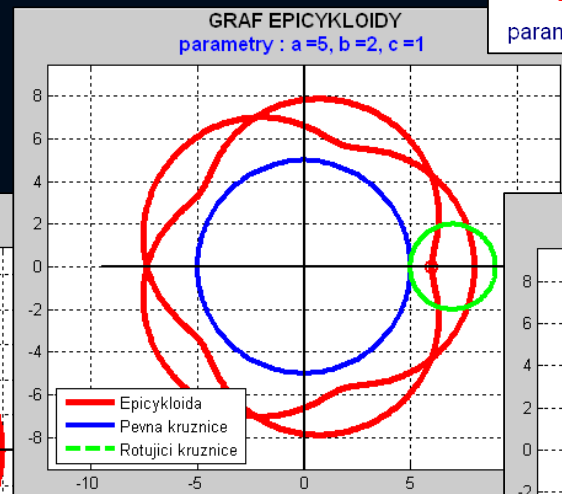
Nakreslete graf epicykloidy :

$$x = (a + b) \cos\left(\frac{b}{a} t\right) - c \cos\left(\frac{a+b}{a} t\right)$$
$$y = (a + b) \sin\left(\frac{b}{a} t\right) - c \sin\left(\frac{a+b}{a} t\right)$$

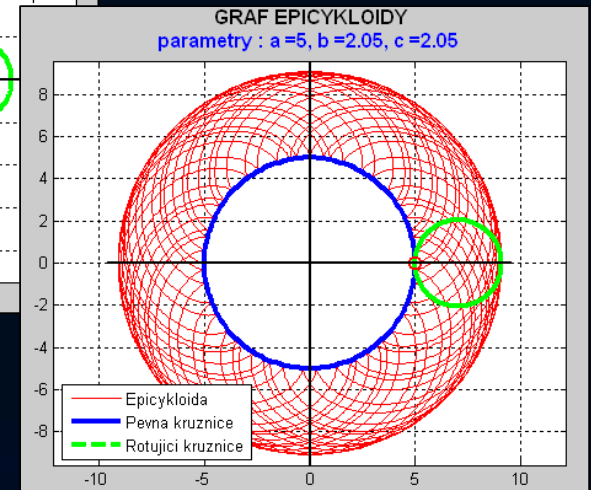
parametry a, b, c, t volte vhodně sami



**a = 5, b = 2, c = 3**  
epicykloida prodloužená

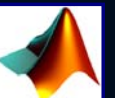


**a = 5, b = 2, c = 1**  
epicykloida zkrácená



**a = 5, b = c = 2,05**  
epicykloida obyčejná

**a = 5, b = c = 2**  
epicykloida obyčejná



# 2D grafika – příklady

## Příklad 3

Nakreslete graf parametricky zadané funkce :

$$x = 16 \sin^3 t$$

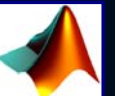
$$y = 13 \cos t - 5 \cos 2t - 2 \cos 3t - \cos 4t$$

$$t \in \langle -\pi, \pi \rangle$$



**Samostatná práce** – odhadnete jak bude graf vypadat ?

**Pracujte týmově** – zapojte do práce i své kolegy.



# 2D grafika - příklady

## Příklad 3

Nakreslete graf parametricky zadané funkce :

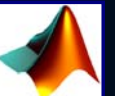
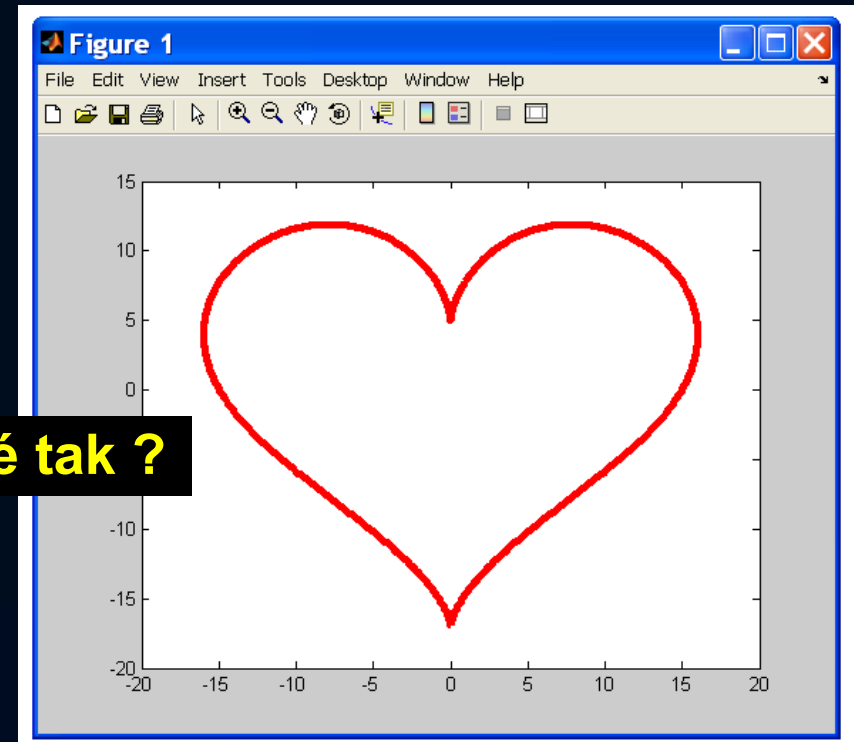
$$\begin{aligned}x &= 16 \sin^3 t \\y &= 13 \cos t - 5 \cos 2t - 2 \cos 3t - \cos 4t \\t &\in \langle -\pi, \pi \rangle\end{aligned}$$

Řešení :



**Vyšlo vám to také tak ?**

```
>> t=linspace(-pi,pi,1001);  
>> x=16*sin(t).^3;  
>> y=13*cos(t)-5*cos(2*t)-2*cos(3*t)-cos(4*t);  
>> plot(x,y,'r','LineWidth',4)
```



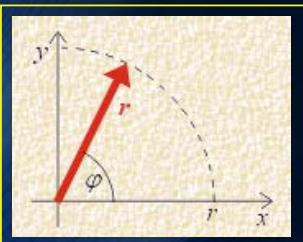
# 2D grafika - příklady

## Příklad 4

Nakreslete graf parametricky zadané funkce v polárních souřadnicích :

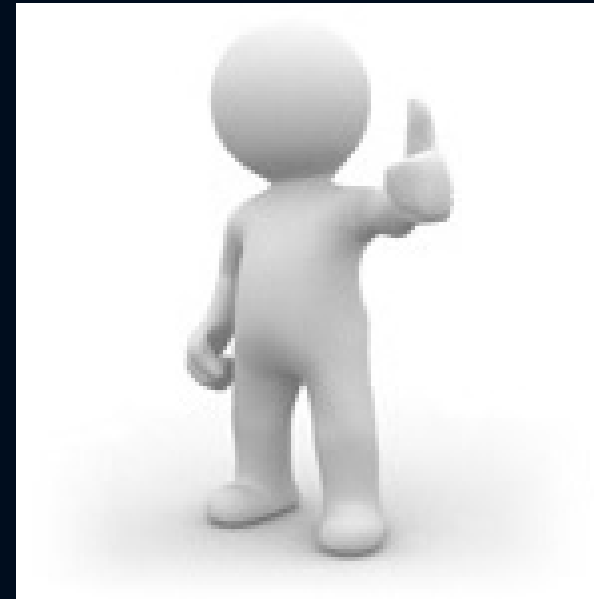
$$r(\varphi) = 2 - 2 \sin \varphi + \sin \varphi \frac{\sqrt{|\cos \varphi|}}{\sin \varphi + 1,4}$$

$$\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

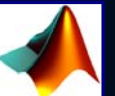


Princip zobrazení  
v polárních souřadnicích :

$$x = r \cos \varphi \quad , \quad y = r \sin \varphi$$



**Zkuste sami !**



# 2D grafika - příklady

## Příklad 4

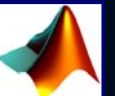
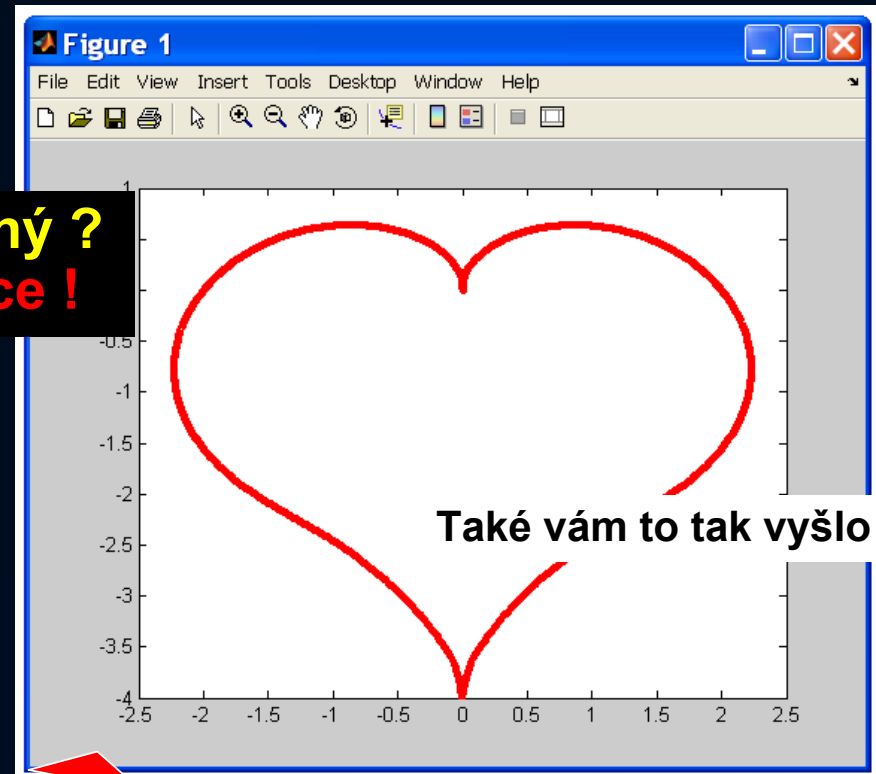
Nakreslete graf parametricky zadané funkce v polárních souřadnicích :

$$r(\varphi) = 2 - 2 \sin \varphi + \sin \varphi \frac{\sqrt{|\cos \varphi|}}{\sin \varphi + 1,4}$$
$$\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

Řešení :

```
>> fi=linspace(0,2*pi,1001);  
>> r=2-2*sin(fi)+sin(fi).*...  
    (sqrt(abs(cos(fi)))./(1.4+sin(fi)));  
>> plot(r.*cos(fi),r.*sin(fi),'r','LineWidth',4)
```

Je to možný ?  
Zase srdce !





# 2D grafika - příklady

## Příklad 4

Řešení ( varianta s použitím příkazu **polar** pro kreslení v polárních souřadnicích ) :

```
>> fi=linspace(0,2*pi,1001);  
>> r=2-2*sin(fi)+sin(fi).*...  
    (sqrt(abs(cos(fi)))/(1.4+sin(fi)));  
>> polar(fi,r,'r')
```

```
>> %resp.silnejsi carou :  
>> set(polar(fi,r,'r'),'Linewidth',4)
```

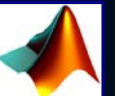
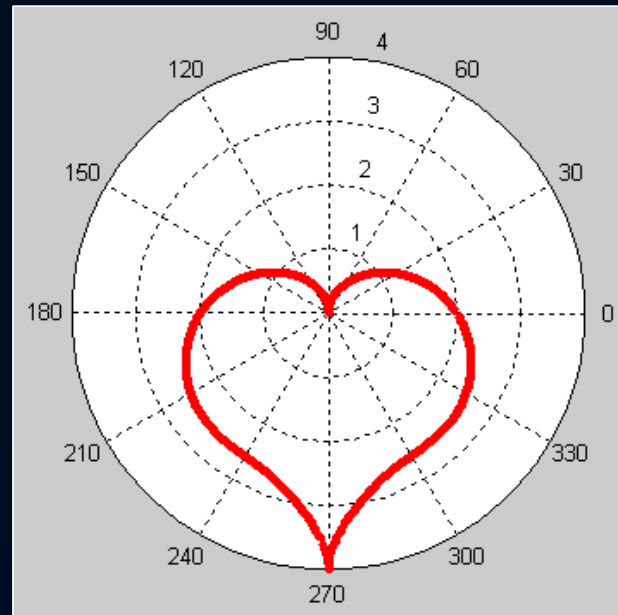
Všimněte si použití popisovače ( tzv. Handle Graphics ), kterým lze pomocí příkazu **set** nastavit vlastnosti objektu.

Použijte nápovědu příkazů „polar“ a „set“.

Je použito ve vedlejším obrázku.

Nakreslete graf parametricky zadané funkce v polárních souřadnicích :

$$r(\varphi) = 2 - 2 \sin \varphi + \sin \varphi \frac{\sqrt{|\cos \varphi|}}{\sin \varphi + 1,4}$$
$$\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



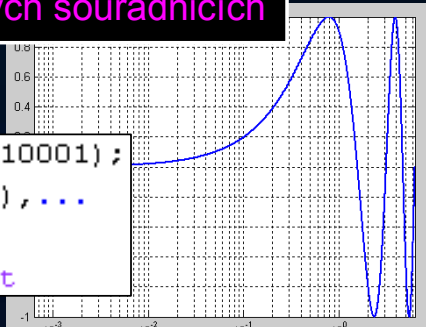
# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

## 2D grafika - speciální typy grafů

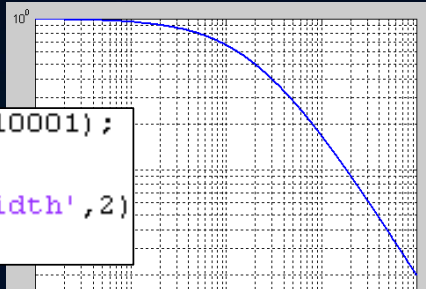
Příklady:

Kreslení v logaritmických souřadnicích

```
>> t=linspace(0,2*pi,10001);  
>> semilogx(t,sin(2*t),...  
    'LineWidth',2)  
>> grid on, axis tight
```

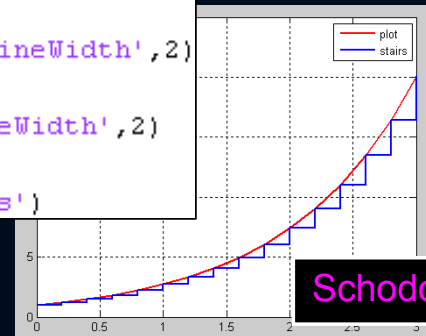


```
>> x=linspace(0,100,10001);  
>> y=2./(x+2);  
>> loglog(x,y,'LineWidth',2)  
>> grid on
```



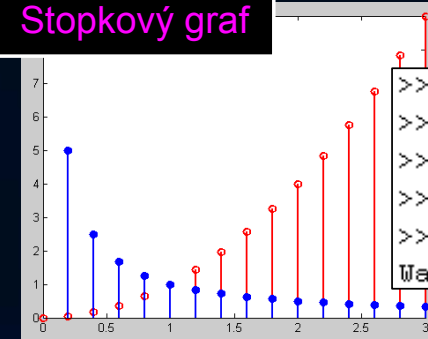
Použijte nápovědu příkazů „semilog“, „loglog“, „stairs“ a „stem“.

```
>> dT=0.2;  
>> t=0:dT:3;  
>> plot(t,exp(t),'r','LineWidth',2)  
>> hold on  
>> stairs(t,exp(t),'LineWidth',2)  
>> grid on  
>> legend('plot','stairs')
```



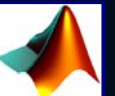
Schodový graf

Stopkový graf



```
>> dT=0.2;  
>> t=0:dT:3;  
>> stem(t,t.^2,'r','LineWidth',2)  
>> hold on  
>> stem(t,1./t,'fill','LineWidth',2)  
Warning: Divide by zero.
```

Všimněte si jak se projevilo dělení nulou.



# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

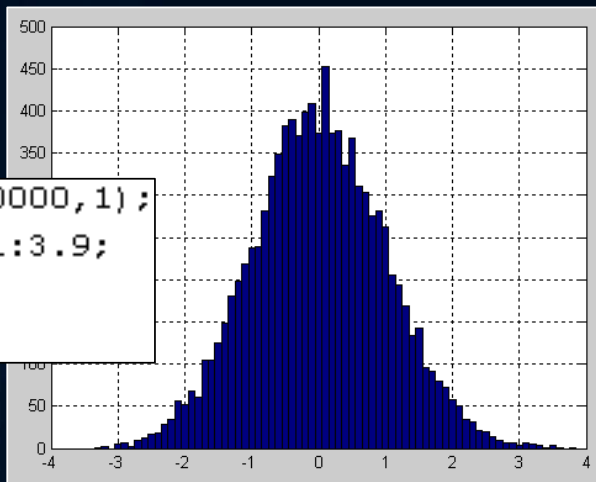
## 2D grafika - speciální typy grafů

Příklady:

Použijte nápovědu příkazů „randn“, „hist“ a „pie“.

Histogram

```
>> v=randn(10000,1);  
>> x=-3.9:0.1:3.9;  
>> hist(v,x)  
>> grid on
```

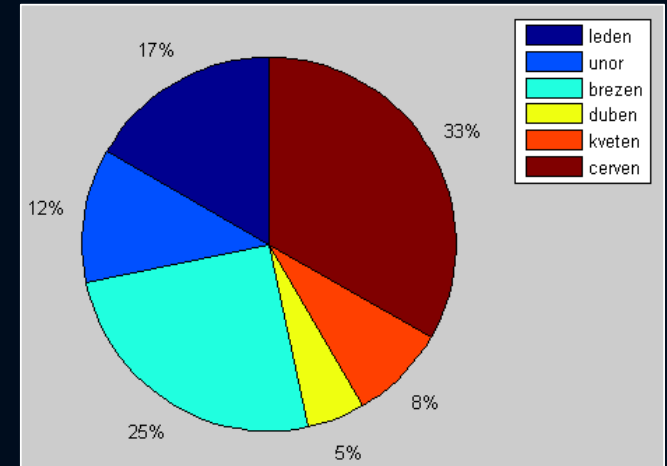


Histogram vyjadřuje četnost výskytu numerických hodnot prvků souboru v daném intervalu.

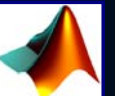
V příkladu : vytvořen vektor náhodných čísel  $v$  s normálním rozložením a vykreslen na intervalu  $x \in \langle -3,9; +3,9 \rangle$  s krokem 0,1 histogram četnosti jejich výskytu.

Koláčový graf

```
>> v=[1 0.7 1.5 0.3 0.5 2];  
>> pie(v)  
>> legend('leden', 'unor', 'brezen', ...  
         'duben', 'kveten', 'cerven', -1)
```



Všimněte si parametru „-1“ v příkazu „legend“, vysvětlíte jeho význam ( viz nápověda ).



# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

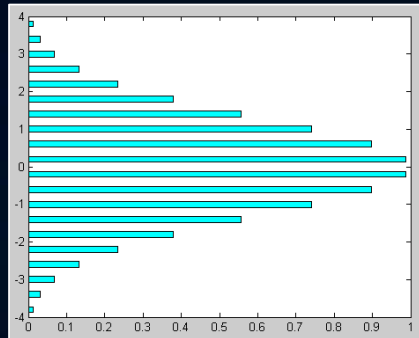
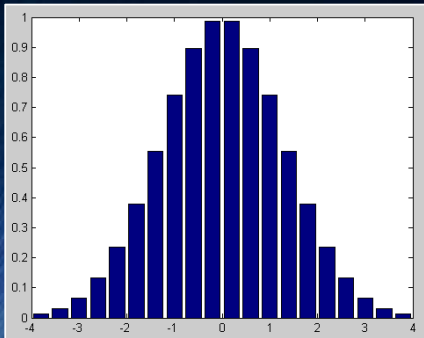
## 2D grafika

### - speciální typy grafů

Příklady:

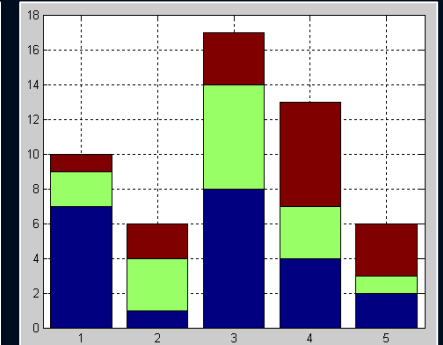
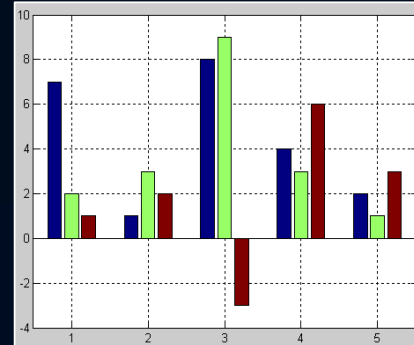
Sloupcový graf

```
>> x=linspace(-3.8,3.8,20); y=exp(-0.3*x.^2);  
>> bar(x,y), figure, barh(x,y,0.4,'c')
```



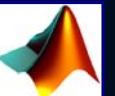
Sloupcový graf – vykreslení matice

```
>> M=[7 2 1;1 3 2;8 9 -3;4 3 6;2 1 3];  
>> bar(M), grid on, figure, bar(M,'stack'), grid on
```



Použijte nápovědu příkazů „bar“ a „barh“.

Další grafické možnosti Matlabu viz učebnice nebo nápověda.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

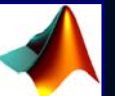
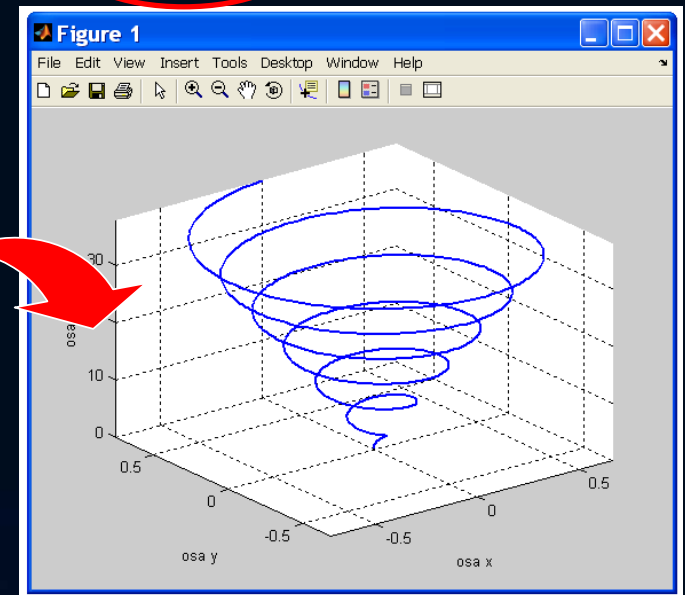
## 3D grafika - použití příkazu plot3

Základním příkazem pro vykreslení 3D grafu v prostředí Matlab je příkaz **plot3**.

Syntaxe příkazu **plot3** je stejná jako příkazu **plot**, pouze s rozšířením pro třetí souřadnici.

```
Příklad : >> t=linspace(0,12*pi,1001);  
>> plot3(0.02*t.*sin(t),0.02*t.*cos(t),t,'LineWidth',2)  
>> grid on; axis tight  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y'); zlabel('osa z')
```

Za povšimnutí stojí parametry použitého příkazu „plot3“ a nově použitý příkaz „xlabel“.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

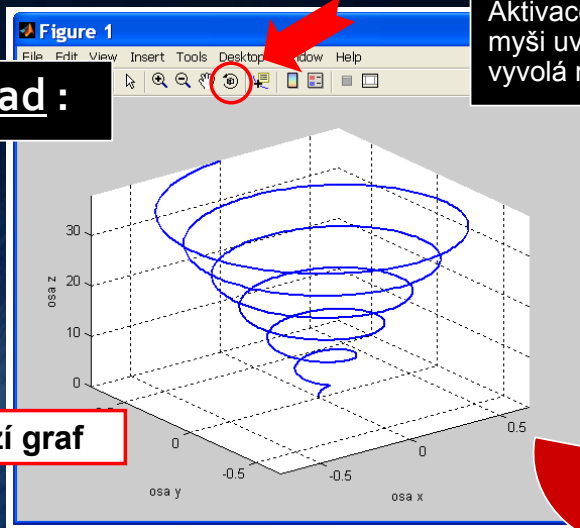
## 3D grafika - manuální editace grafu

Užitečnou možností je manuální editace přímo v grafickém okně.

V 'toolbaru' grafického okna jsou k dispozici všechny funkce jako u 2D grafu.

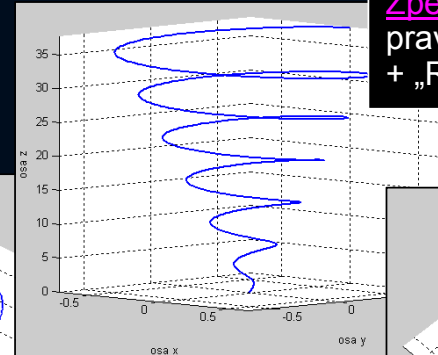
- Často používaná a zajímavá funkce je rotace ( funguje i u 2D grafu, ale nemá valný smysl )

Příklad :

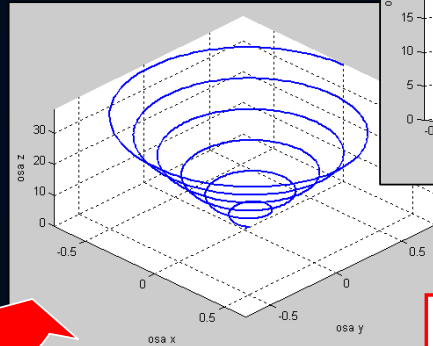


Aktivace ikony rotace + stisk levého tlačítka myši uvnitř rámečku grafu → pohyb myši vyvolá rotaci objektu.

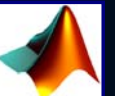
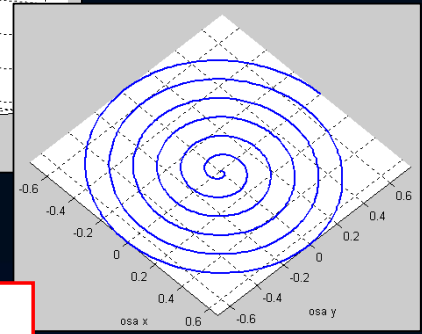
Výchozí graf



Zpět k původnímu pohledu :  
pravý klik do obrázku +  
+ „Reset to Original View“



Příklady různých  
pohledů na objekt



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - graf funkce dvou proměnných

$$z = f(x, y)$$

Funkce je vypočtena ( a následně vykreslena ) v bodech určených různými kombinacemi zadaných hodnot  $x$  a  $y$ . Tento rastr vytvoříme pomocí příkazu **meshgrid**.

Syntaxe příkazu :

- $[Xm, Ym] = \text{meshgrid}(x, y)$  ...  $x, y$  vektory nezávisle proměnných ;  $Xm, Ym$  matice rastru

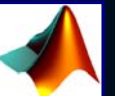
Příklad :

```
>> x=[1 3 5]; y=[2 4];  
>> [Xm, Ym]=meshgrid(x, y)  
Xm =  
    1     3     5  
    1     3     5  
Ym =  
    2     2     2  
    4     4     4
```

Pomocné matice rastru  $Xm, Ym$  mají na stejnolehlých pozicích různé kombinace prvků zadaných vektorů nezávislých proměnných  $x$  a  $y$ .

( Tím je rastr definován. )

Rastr mřížky nezávisle proměnných NEMUSÍ být vytvořen příkazem meshgrid – může být zadán manuálně nebo tabulkou.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - graf funkce dvou proměnných $z = f(x, y)$

Nejčastější příkazy pro vykreslení síťového grafu funkce :

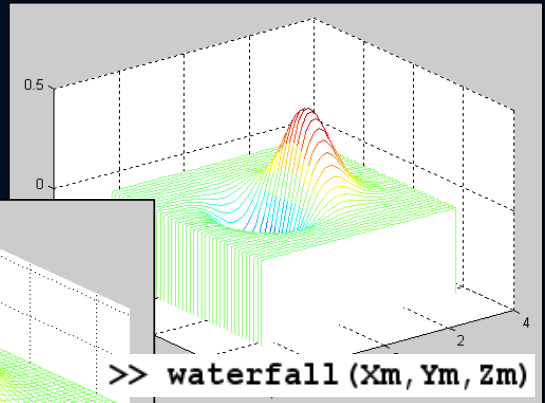
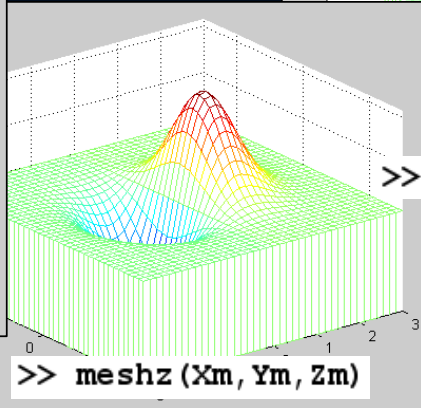
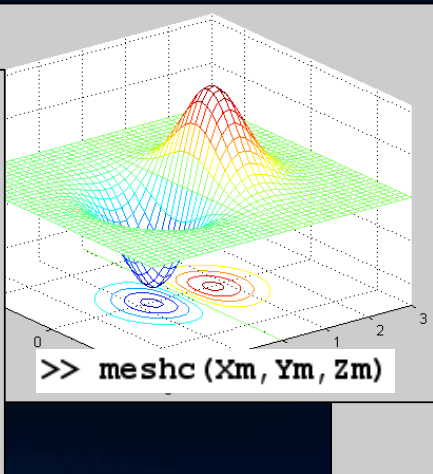
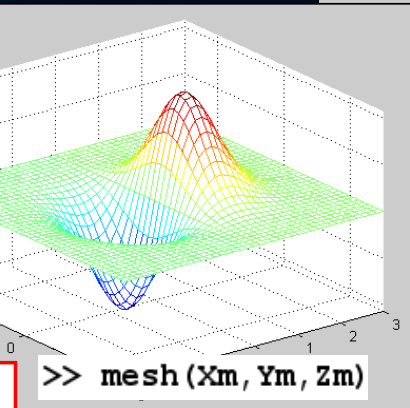
- **mesh (Xm, Ym, Zm)** ... vykreslí síťový graf propojením bodů pořadnic funkce **Zm** vypočtených na rastru určeném maticemi **Xm, Ym**
- **meshc (Xm, Ym, Zm)** ... varianta síťového grafu s vrstevnicemi
- **meshz (Xm, Ym, Zm)** ... varianta síťového grafu s nulovou rovinou
- **waterfall (Xm, Ym, Zm)** ... varianta tzv. „vodopádového“ grafu

Příklady :

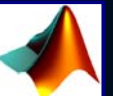
$$z = x e^{-(x^2 - y^2)}$$

```
x=linspace(-3,3,41); y=x;  
[Xm,Ym]=meshgrid(x,y);  
Zm=Xm.*exp(-Xm.^2-Ym.^2);  
mesh(Xm,Ym,Zm)  
axis tight
```

**Pozor** na význam **tečky** ve výpočtu !



Další podrobnosti viz učebnice nebo manuál.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - graf funkce dvou proměnných $z = f(x, y)$

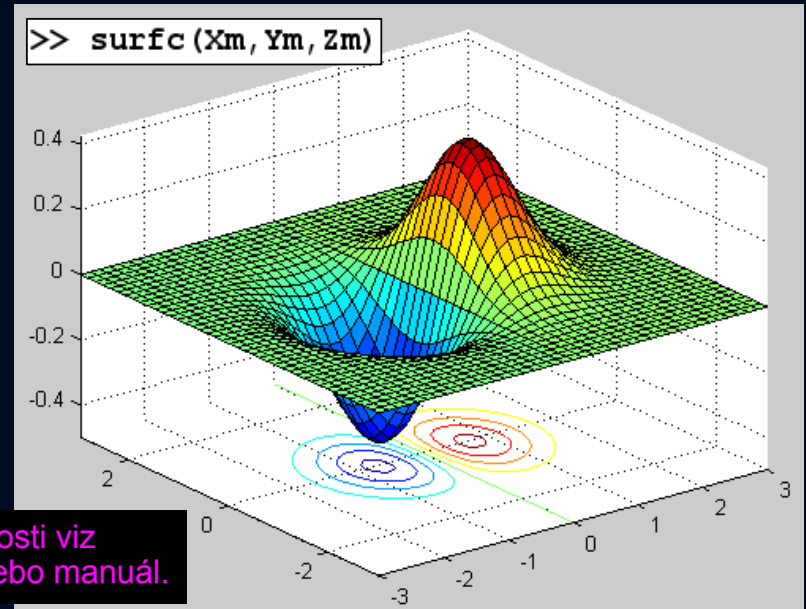
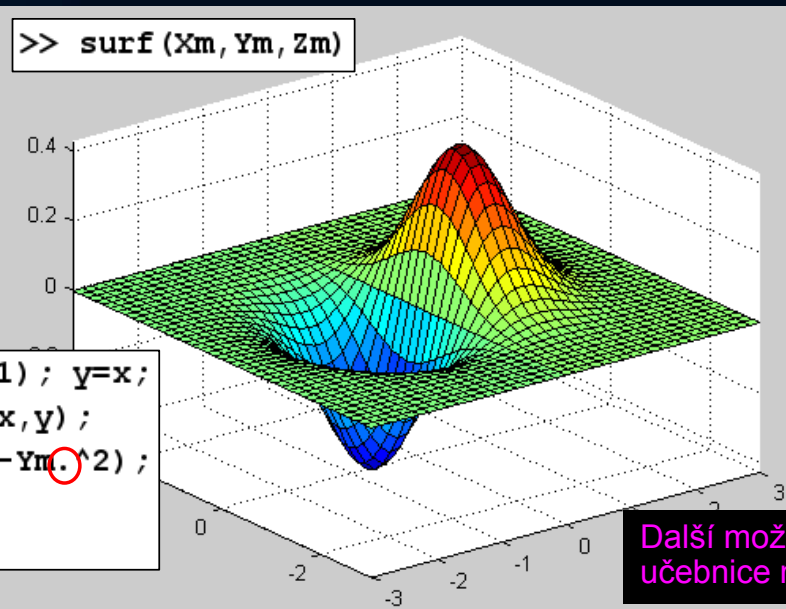
Nejčastější příkazy pro vykreslení plošného grafu funkce :

- **surf** (Xm, Ym , Zm) ... obdoba příkazu **mesh** pro vybarvený plošný graf funkce
- **surfc** (Xm, Ym , Zm) ... obdoba příkazu **meshc** pro graf s vrstevnicemi

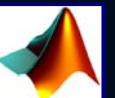
Příklady :

$$z = x e^{-(x^2 - y^2)}$$

```
>> x=linspace(-3,3,41); y=x;  
>> [Xm, Ym]=meshgrid(x,y);  
>> Zm=Xm.*exp(-Xm.^2-Ym.^2);  
>> mesh(Xm, Ym, Zm)  
>> axis tight
```



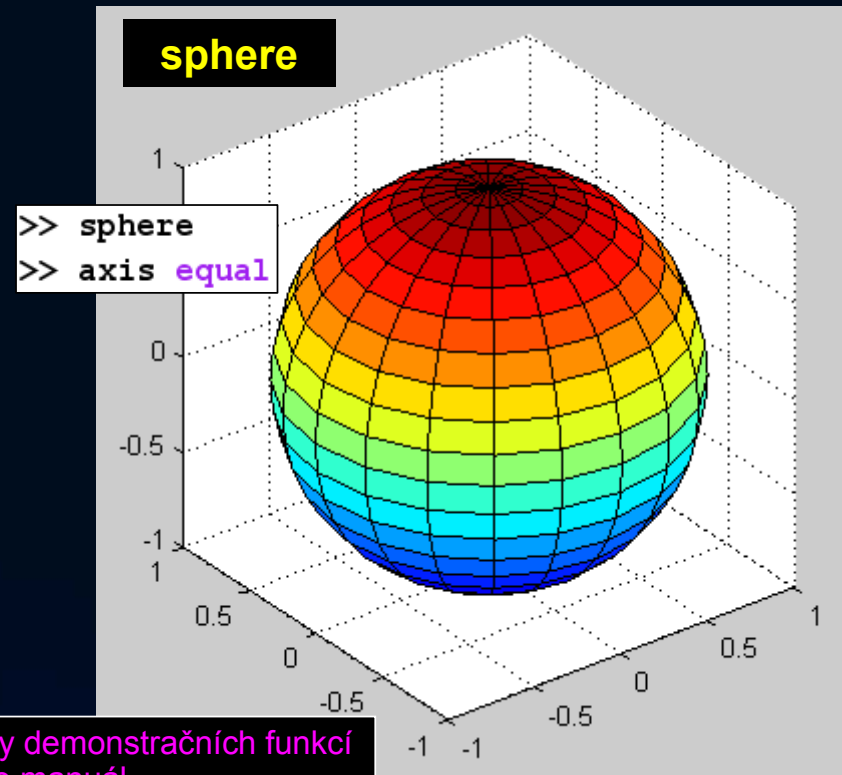
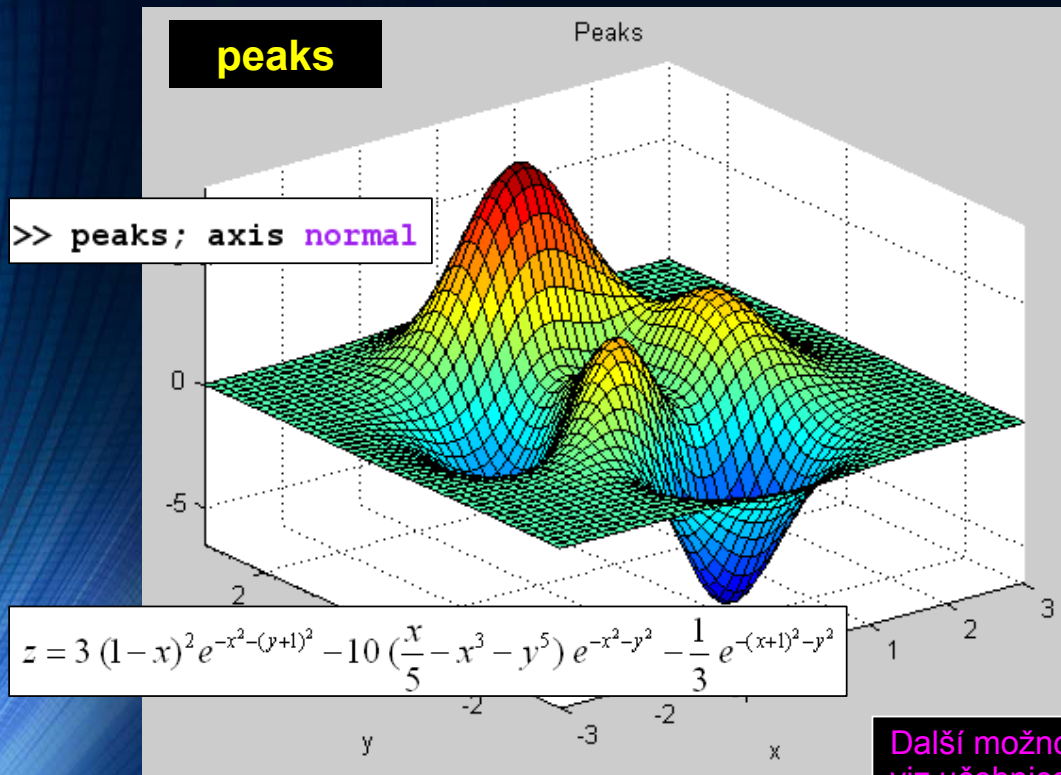
Další možnosti viz učebnice nebo manuál.



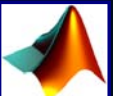


# Práce v příkazovém okně (Command Window) :

## 3D grafika - předdefinované demonstrační funkce



Další možnosti a varianty demonstračních funkcí viz učebnice, demo nebo manuál.

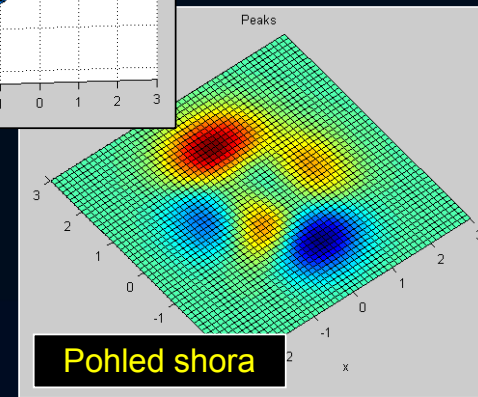
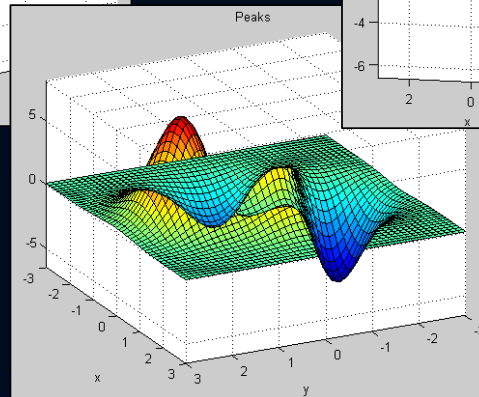
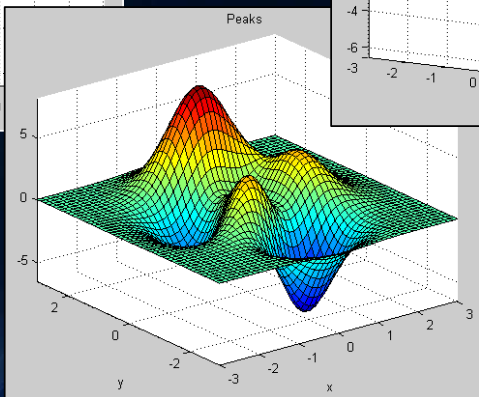
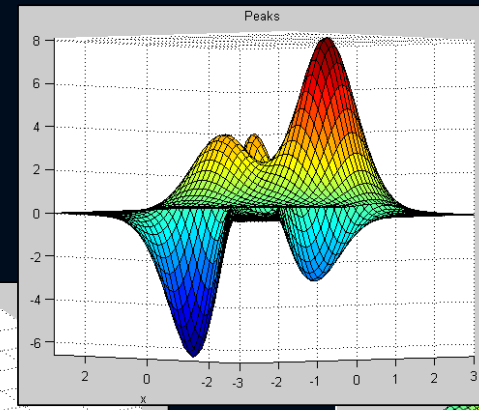
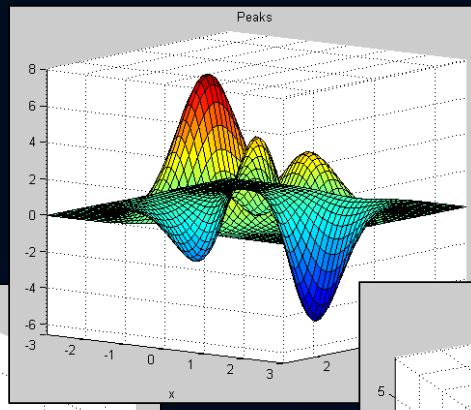
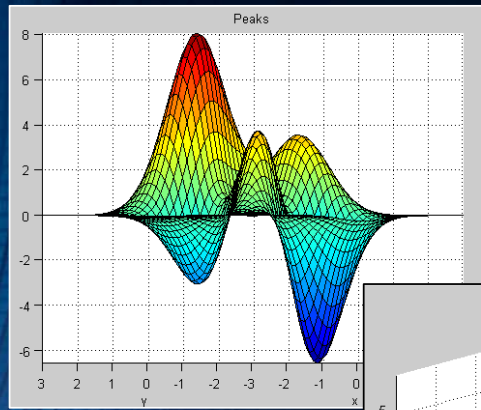




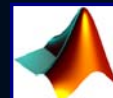
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - různé pohledy na graf funkce

Lze dosáhnout manuálně pomocí menu v 'toolbar' Figure nebo příkazem **view** ( viz učebnice, nápověda nebo manuál ).



Pohledy na graf funkce 'peaks' z různých úhlů.



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

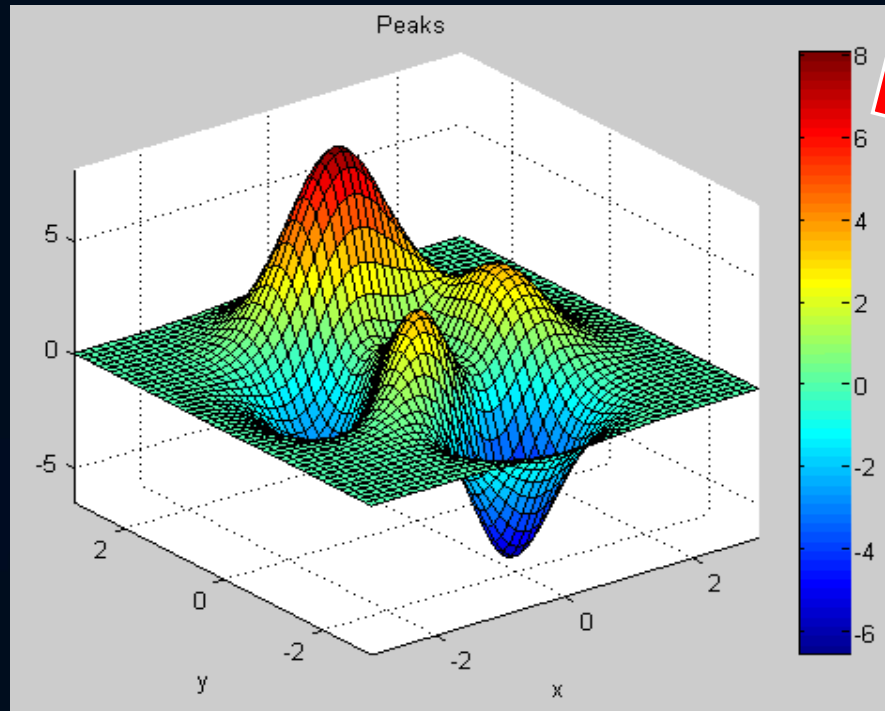
## 3D grafika

- doplňkové funkce grafiky

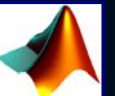
- colorbar ... přidá informační sloupec s použitou barevnou paletou

```
>> peaks; colorbar
```

Prosté použití příkazu „colorbar“ přidá informační sloupec se standardně přednastavenou barevnou paletou.



Barevný  
Informační  
sloupec



# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - doplňkové funkce grafiky

- colormap ( M ) ... parametrem **M** lze zvolit barevnou paletu grafu

Matlab nabízí řadu přednastavených palet např. :  
jet, grey, cool, autumn, ...  
( viz nápověda příkazu „graph3d“ ).

### Příklady :

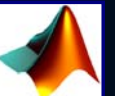
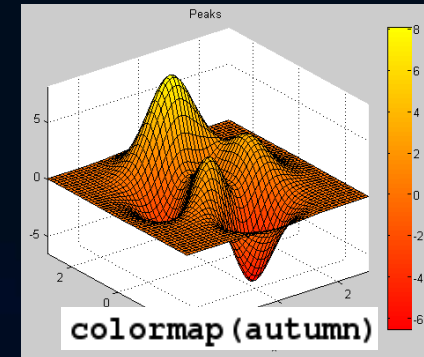
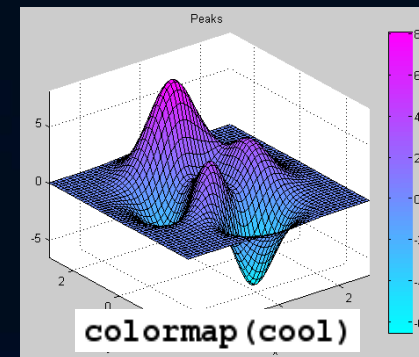
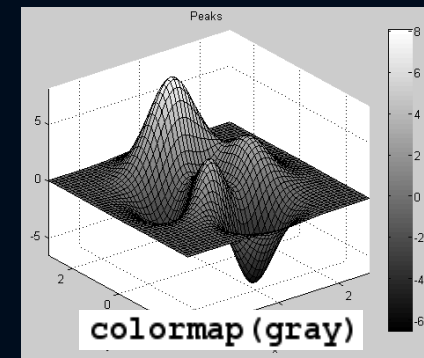
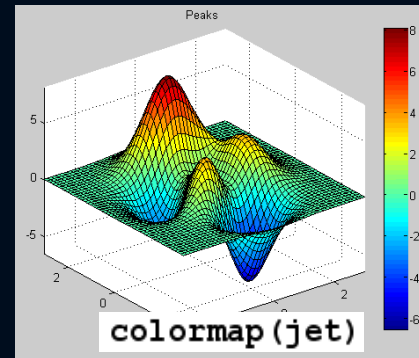
```
>> peaks; colorbar; colormap(jet)
```

```
colormap(gray)
```

```
colormap(cool)
```

```
colormap(autumn)
```

```
colormap('default') ... standardní nastavení
```



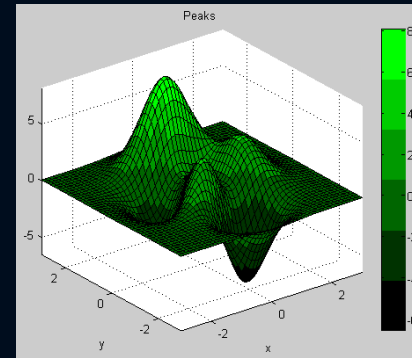
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - doplňkové funkce grafiky

- colormap ( M ) ... parametrem **M** lze také zvolit individuální barevnou paletu grafu

Barevnou paletu lze nastavit individuálně volbou matice **M**. Matice má tolik řádků, kolik barev v paletě nastavíme. Každý řádek obsahuje trojici čísel v rozsahu 0 ( 0% ) až 1 ( 100% ) udávající RGB ( red-green-blue ) kód barvy.

Tedy : 0 0 0 ... černá  
1 0 0 ... červená  
          atd.  
1 1 1 ... bílá



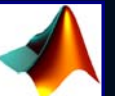
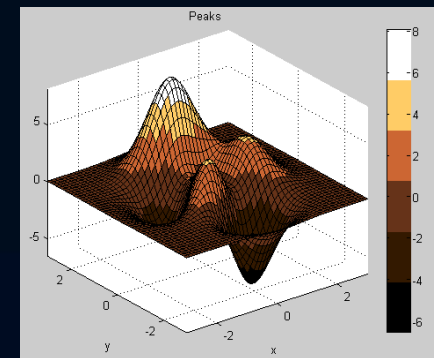
Příklady :

```
>> peaks; colorbar
```

```
>> M=[0 0 0; 0 .2 0; 0 .4 0; ...  
      0 .6 0; 0 .8 0; 0 1 0];  
>> colormap(M)
```

```
>> peaks; colorbar
```

```
>> M=[0 0 0; .2 .1 0; .4 .2 .1; ...  
      .8 .4 .2; 1 .8 .4; 1 1 1];  
>> colormap(M)
```





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika - vrstevnicové grafy

- **contour** ( $X_m, Y_m, Z_m, n$ ) ... vykreslí 2D vrstevnicový graf funkce  $\{ X_m, Y_m, Z_m \}$  s  $n$  rovnoměrně rozloženými hladinami
- **contour3** ( $X_m, Y_m, Z_m, n$ ) ... varianta 3D vrstevnicového grafu s  $n$  vrstevnicemi
- **contourf** ( $X_m, Y_m, Z_m, n$ ) ... varianta vyplněného 2D vrstevnicového grafu s  $n$  vrstevnicemi
- **clabel** ( $C, h$ ) ... umístí do grafu numerické popisky vrstevnic  
parametry  $C$  a  $h$  předem připravit např.:  $[C, h] = \text{contour}(X_m, Y_m, Z_m, n)$

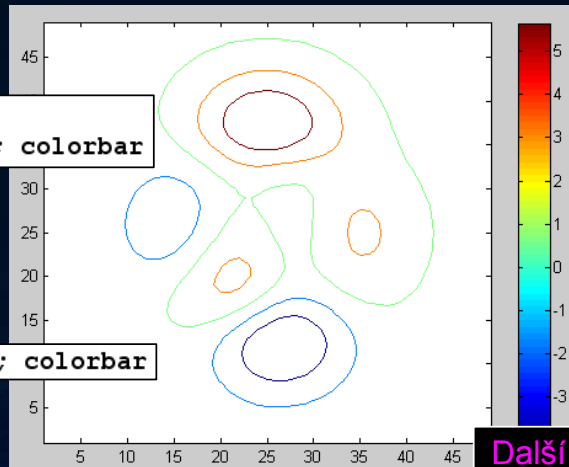
### Příklady :

( další příklady i na následující straně )

```
>> [x,y,z]=peaks;  
>> contour(x,y,z,5); colorbar
```

resp. :

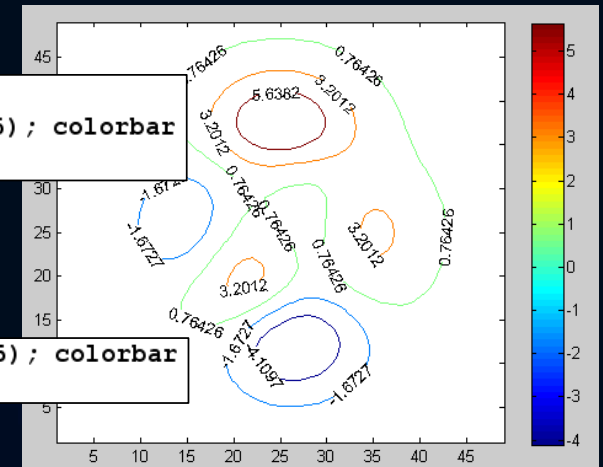
```
>> contour(peaks,5); colorbar
```



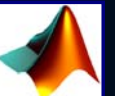
```
>> [x,y,z]=peaks;  
>> [C,h]=contour(x,y,z,5); colorbar  
>> clabel(C,h)
```

resp. :

```
>> [C,h]=contour(peaks,5); colorbar  
>> clabel(C,h)
```



Další možnosti viz učebnice, help nebo manuál.





# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

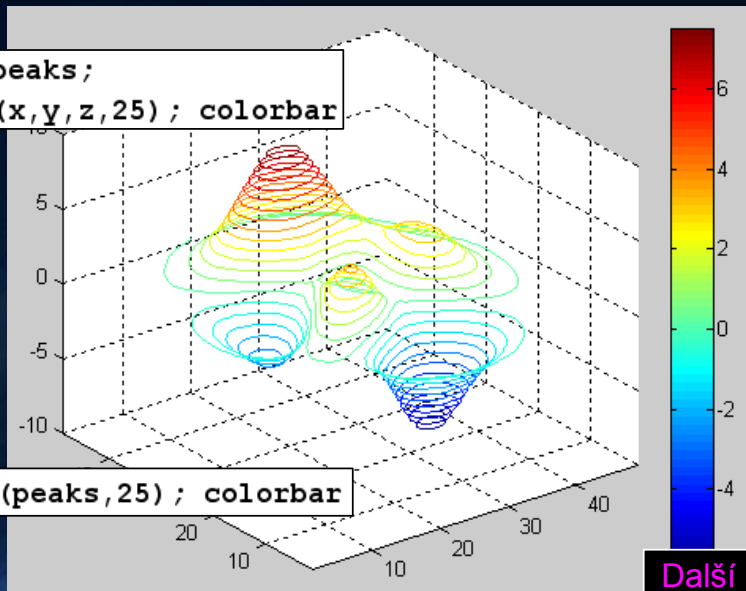
## 3D grafika

### - vrstevnicové grafy

- **contour3** (Xm, Ym, Zm, n) ... varianta 3D vrstevnicového grafu s **n** vrstevnicemi
- **contourf** (Xm, Ym, Zm, n) ... varianta vyplněného 2D vrstevnicového grafu s **n** vrstevnicemi

#### Příklady :

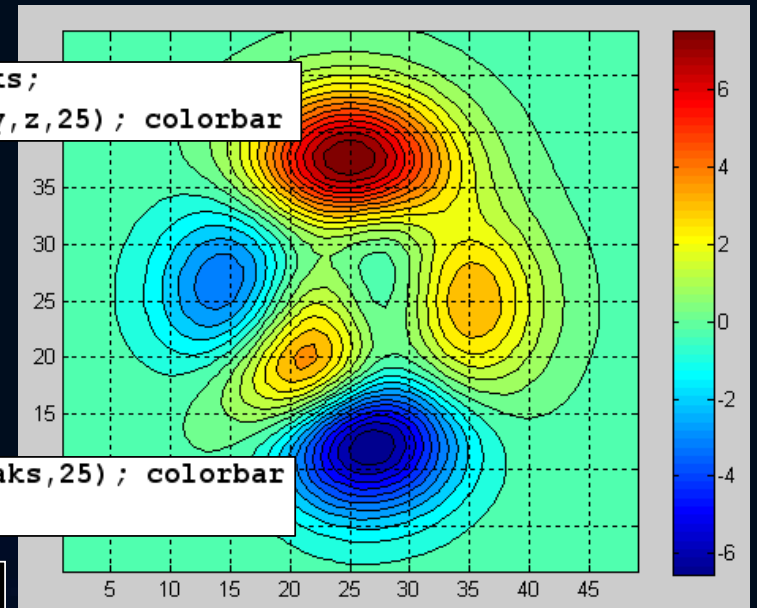
```
>> [x,y,z]=peaks;  
>> contour3(x,y,z,25); colorbar
```



resp. :

```
>> contour3(peaks,25); colorbar
```

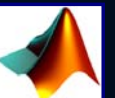
```
>> [x,y,z]=peaks;  
>> contourf(x,y,z,25); colorbar
```



resp. :

```
>> contourf(peaks,25); colorbar  
>> grid on
```

Další možnosti viz učebnice, help nebo manuál.



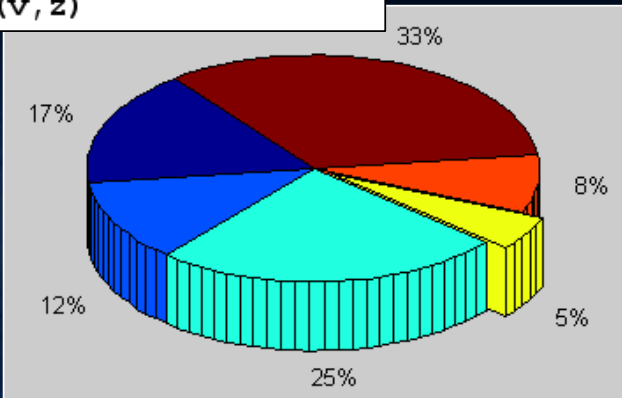
# Práce v příkazovém okně ( Command Window ) :

## 3D grafika

### - speciální typy grafů

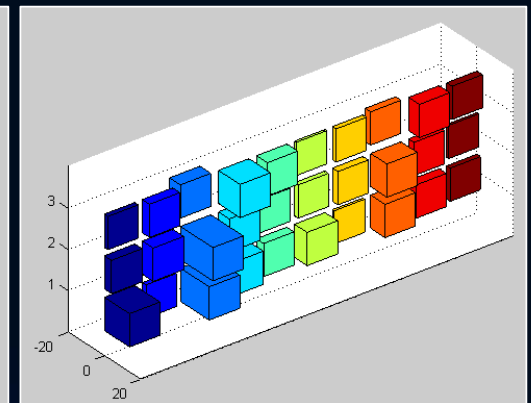
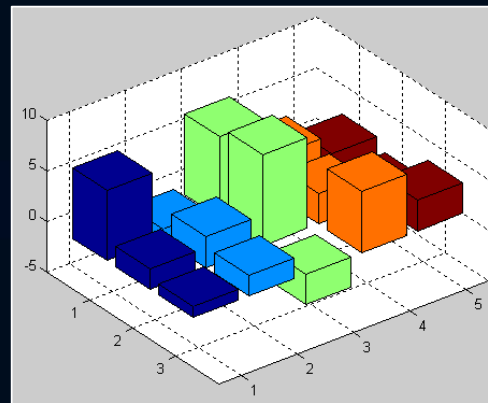
- **pie3 (v, z)** ... varianta 3D koláčového grafu, **v** parametr velikostí jednotlivých částí, nepovinný parametr **z** je vektor označující zvýrazněné části částečným vyčleněním
- **bar3 (M)**, resp. **bar3h (M)** ... varianta 3D sloupcového grafu (ve vertikální, resp. horizontální dispozici)

```
>> v=[1 0.7 1.5 0.3 0.5 2];  
>> z=[0 0 0 1 0 0];  
>> pie3(v,z)
```

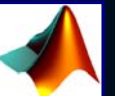


### Příklady :

```
>> M=[7 2 1;1 3 2;8 9 -3;4 3 6; 2 1 3];  
>> bar3(M'), figure, bar3h([2*M;M]')
```



**Další grafické možnosti Matlabu viz učebnice, manuál nebo nápověda.**



# 3D grafika - příklady

## Příklad 1

Nakreslete graf funkce :

$$z = e^{-x^2} + e^{-y^2}, \quad x \in \langle -2; 2 \rangle$$
$$, \quad y \in \langle -2,5; 2,5 \rangle$$

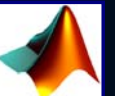
vyznačte vrstevnice závislosti.



Dokážete si předem přibližně představit  
jak bude vypadat graf této funkce ?



Spolupracujte při řešení se svými kolegy.  
Raděte si, diskutujte, hledejte různé varianty.



# 3D grafika – příklady

## Příklad 1

Řešení :

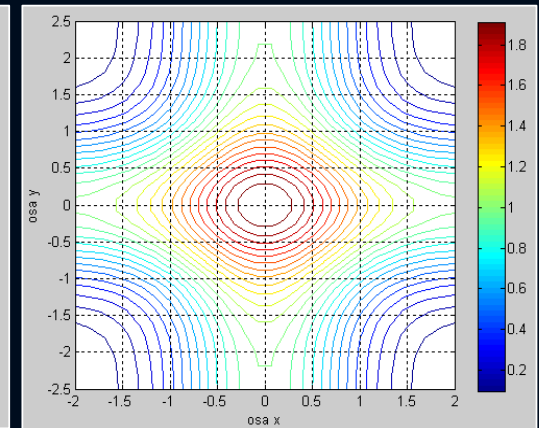
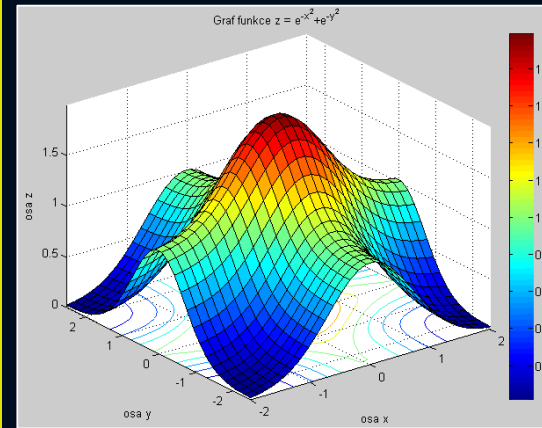
```
>> x=linspace(-2,2,30);  
>> y=linspace(-2.5,2.5,30);  
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);  
>> Z=exp(-X.^2)+exp(-Y.^2);  
>> surf(X,Y,Z); colorbar  
>> xlabel('osa x')  
>> ylabel('osa y')  
>> zlabel('osa z')  
>> title('Graf funkce z = e^{-x^2}+e^{-y^2}')  
>> axis tight
```

```
>> figure; contour(X,Y,Z,25)  
>> axis tight; grid on; colorbar  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y')
```

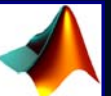
Nakreslete graf funkce :

$$z = e^{-x^2} + e^{-y^2}, \quad x \in \langle -2; 2 \rangle$$
$$, \quad y \in \langle -2,5; 2,5 \rangle$$

vyznačte vrstevnice závislosti.



Dokázali byste najít analyticky extrém této funkce? Jaká je jeho hodnota?  
Srovnajte s vykresleným grafem.



# 3D grafika – příklady

## Příklad 2

Nakreslete graf funkce :

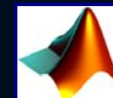
$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy, \quad x, y \in \langle -2; 3 \rangle$$

vyznačte vrstevnice závislosti  
a rozhodněte o extrémech zadané funkce.

- Řešte pomocí grafických funkcí Matlabu
- Řešte analytickým výpočtem
- Oba postupy srovnajte



Spolupracujte při řešení se svými kolegy.  
Radte si, diskutujte, hledejte různé varianty.





# 3D grafika - příklady

## Příklad 2

Nakreslete graf funkce :

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy, \quad x, y \in (-2; 3)$$

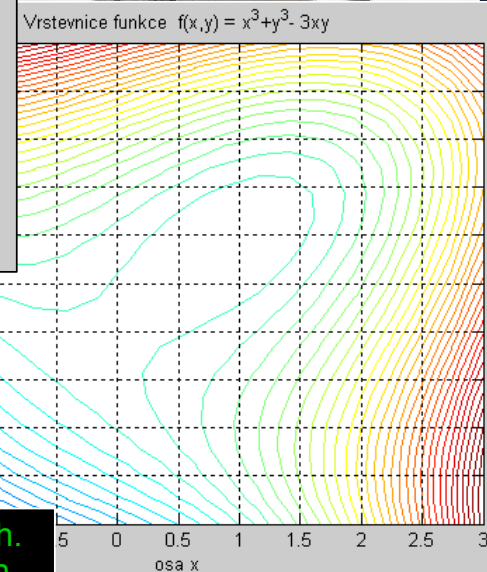
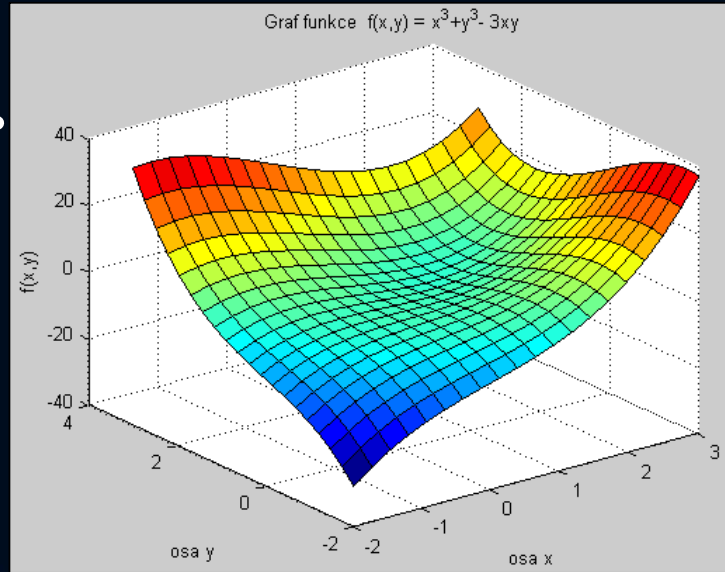
vyznačte vrstevnice závislosti  
a rozhodněte o extrémeh zadané funkce.

**Řešení :**

( grafickými prostředky )

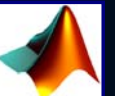
```
>> [a,b]=meshgrid(linspace(-2,3,20));  
>> c=a.^3+b.^3-3*a.*b; surf(a,b,c)  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y')  
>> zlabel('f(x,y)')  
>> title('Graf funkce f(x,y) = x^3+y^3- 3xy')
```

```
>> figure; contour(a,b,c,50); grid on  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y')  
>> title('Vrstevnice funkce f(x,y) = x^3+y^3- 3xy')
```



Zajímavá varianta  
použití příkazu  
meshgrid.

Otočte si manuálně graf do různých poloh.  
Prohlédněte si ho pozorně ze všech stran.



# 3D grafika - příklady

## Příklad 2

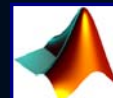
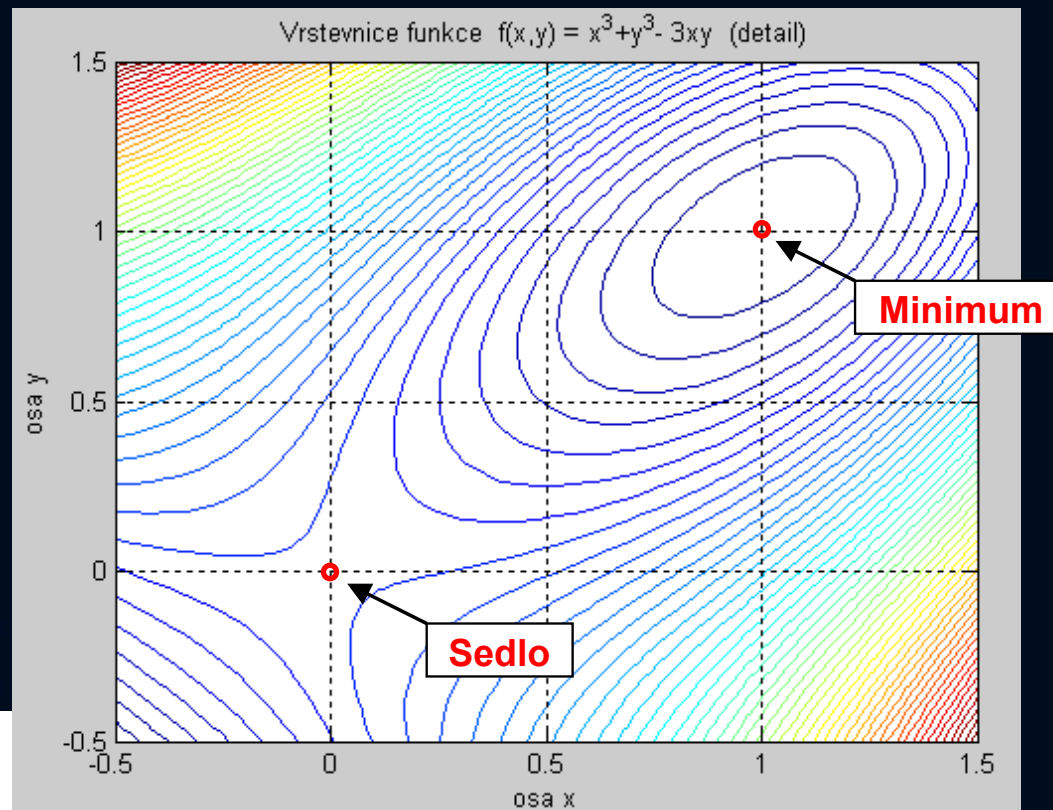
Nakreslete graf funkce :

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy, \quad x, y \in \langle -2; 3 \rangle$$

vyznačte vrstevnice závislosti  
a rozhodněte o extrémech zadané funkce.

**Detail chování funkce v  
singulárních bodech.**

```
>> [x,y]=meshgrid(linspace(-0.5,1.5,50));  
>> figure; contour(x,y,x.^3+y.^3-3*x.*y,50)  
>> grid on; xlabel('osa x'); ylabel('osa y')  
>> title('Vrstevnice funkce f(x,y) = x^3+y^3- 3xy (detail)')
```



# 3D grafika – příklady

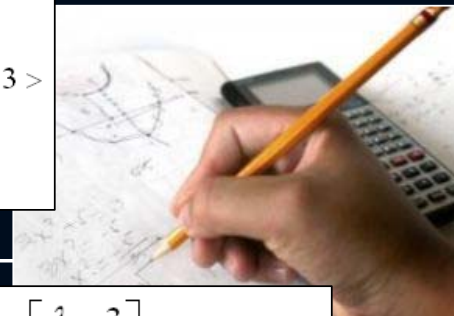
## Příklad 2

**Řešení :** ( analytickými prostředky )

Nakreslete graf funkce :

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy, \quad x, y \in \langle -2; 3 \rangle$$

vyznačte vrstevnice závislosti  
a rozhodněte o extrémech zadané funkce.



$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

Dva singulární body :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 3y = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - 3x = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = y = 0 \\ x = y = 1 \end{array}$$

Hessova matice :

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x & -3 \\ -3 & 6y \end{bmatrix}$$

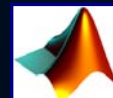
$$H_{[0,0]} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta(\lambda) = \det(\lambda E - H) = \det \begin{bmatrix} \lambda & 3 \\ 3 & \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 - 9 = 0$$
$$\lambda_1 = +3, \quad \lambda_2 = -3$$

V bodě  $[0, 0]$  je  $H$  indefinitní  $\rightarrow$  lokální extrém typu sedlo.

$$H_{[1,1]} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta(\lambda) = \det(\lambda E - H) = \det \begin{bmatrix} \lambda - 6 & 3 \\ 3 & \lambda - 6 \end{bmatrix} = \lambda^2 - 12\lambda + 27 = 0$$
$$\lambda_1 = +9, \quad \lambda_2 = +3$$

V bodě  $[1, 1]$  je  $H$  pozitivně definitní  $\rightarrow$  lokální extrém typu minimum.

( Globální extrém funkce neexistuje. )



# 3D grafika - příklady

## Příklad 3

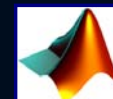
Nakreslete graf funkce :

$$f(x, y) = \frac{2}{5 + 3x^2 + 4y}, \quad x \in \langle -2; 2 \rangle$$
$$y \in \langle -3; 0 \rangle$$



Dokážete alespoň přibližně předem odhadnout průběh této funkce ?

Není to zase tak jednoduché jak se na první pohled zdá.  
Zamyslete se nad tím dřív než se podíváte na řešení.





# 3D grafika – příklady

## Příklad 3

Řešení :

Nakreslete graf funkce :

$$f(x,y) = \frac{2}{5+3x^2+4y}, \quad x \in \langle -2; 2 \rangle$$
$$y \in \langle -3; 0 \rangle$$

```
>> x=linspace(-2,2,26); y=linspace(-3,0,16);  
>> [X,Y]=meshgrid(x,y); Z=2./(5+3*X.^2+4*Y);  
>> surfc(X,Y,Z)  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y'); zlabel('f(x,y)')  
>> title('Graf funkce f(x,y) = 2/(5+3x^2+4y)')
```

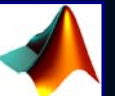
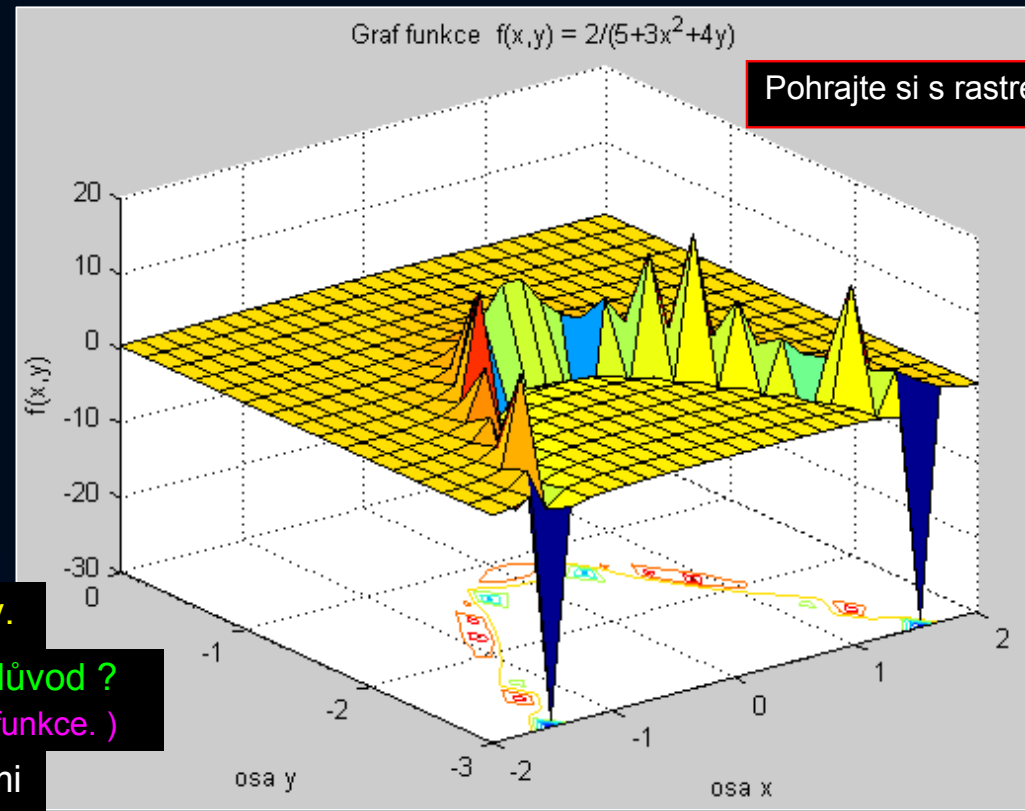


Zobrazte graf s jinou sítí argumentů  $x, y$ .

Chová se to divně? Dokážete vysvětlit důvod?

( Klíčem je definiční obor funkce. )

Zamyslete se nad omezenými možnostmi diskrétní reprezentace.





# 3D grafika - příklady

## Příklad 4

## Rosenbrockova funkce

( tzv. banánová )

Nakreslete graf funkce :

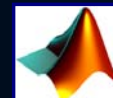
$$f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2, \quad x, y \in \langle -2; 2 \rangle$$

Minimum této funkce je v bodě  $[ 1, 1 ]$ . Nalezení jejího minima je poměrně obtížné, protože je v tomto bodě funkce velmi plochá.

Jedná se o standardní testovací funkci kvality a rychlosti konvergence optimalizačních algoritmů.



Dokážete určit extrém analytickými prostředky ?



# 3D grafika - příklady

## Příklad 4

## Rosenbrockova funkce

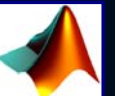
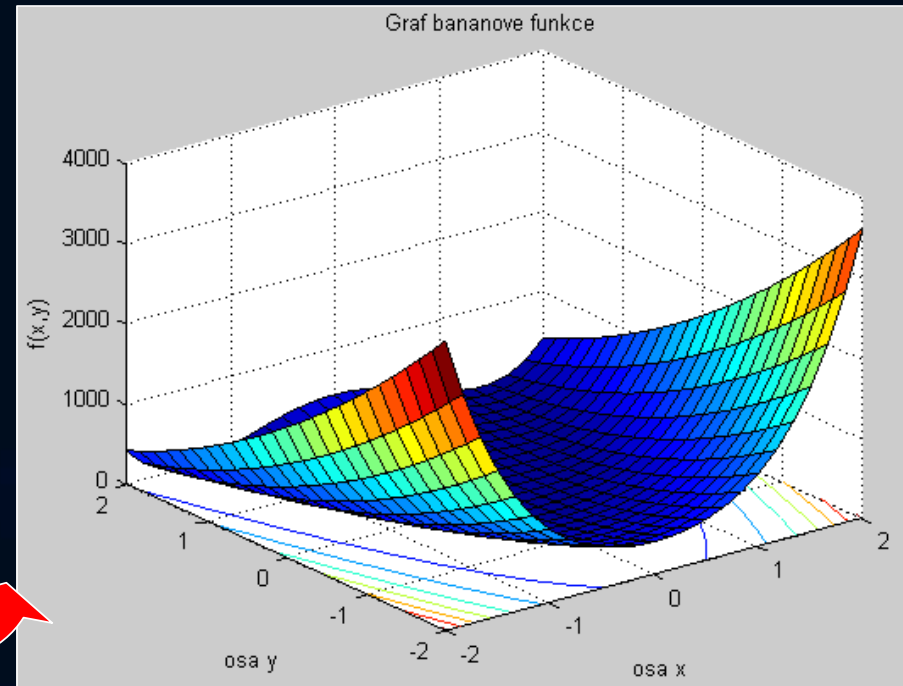
( tzv. banánová )

Nakreslete graf funkce :

$$f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2, \quad x, y \in \langle -2; 2 \rangle$$

Řešení :

```
>> [X,Y]=meshgrid(linspace(-2,2,25));  
>> Z=100*(Y-X.^2).^2+(1-X).^2;  
>> surfc(X,Y,Z); xlabel('osa x')  
>> ylabel('osa y'); zlabel('f(x,y)')  
>> title('Graf bananove funkce')  
>> figure; contour(X,Y,Z,40)  
>> grid on; colorbar  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y')  
>> title('Vrstevnice bananove funkce')
```

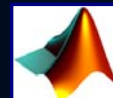
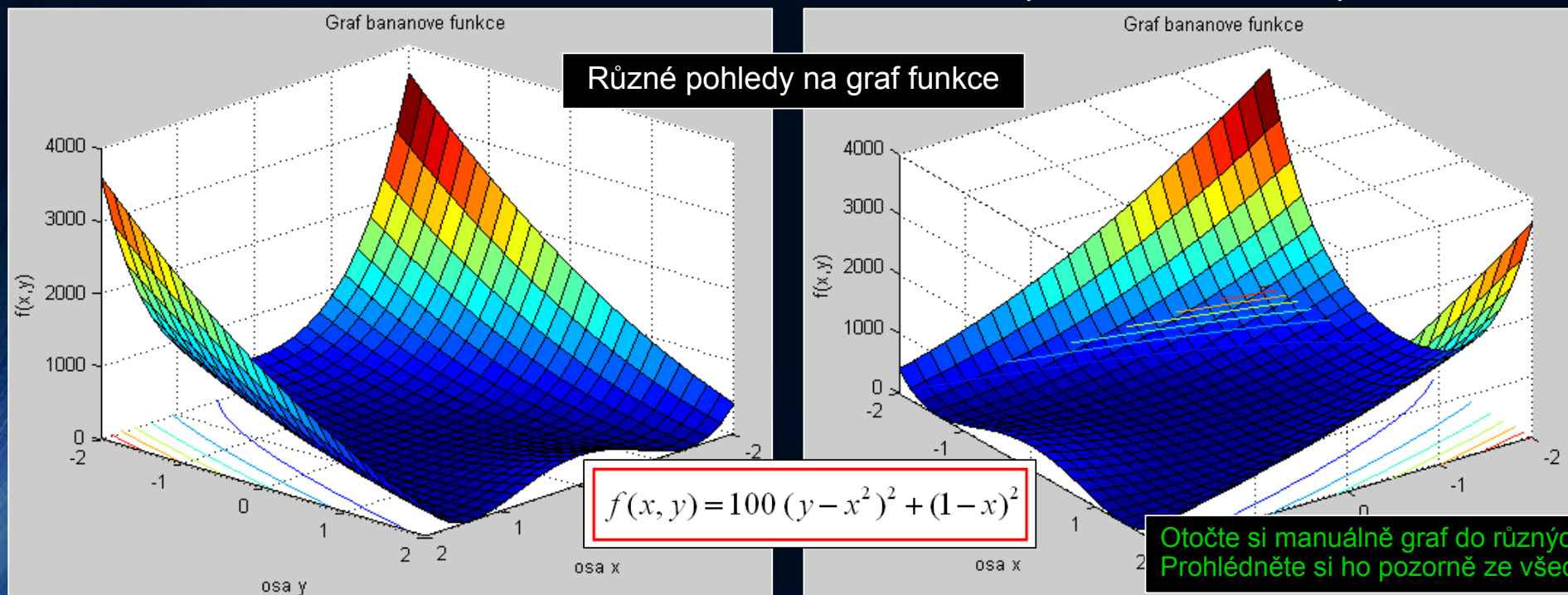


# 3D grafika - příklady

## Příklad 4

## Rosenbrockova funkce

( tzv. banánová )

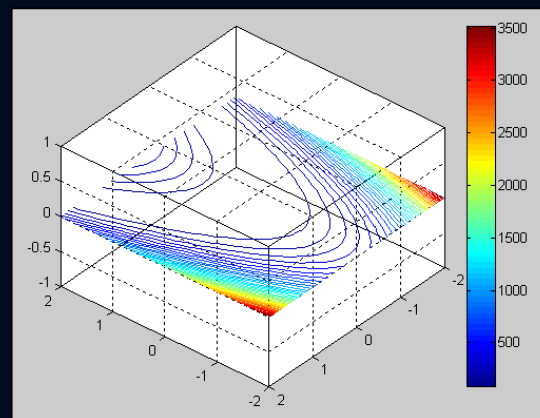
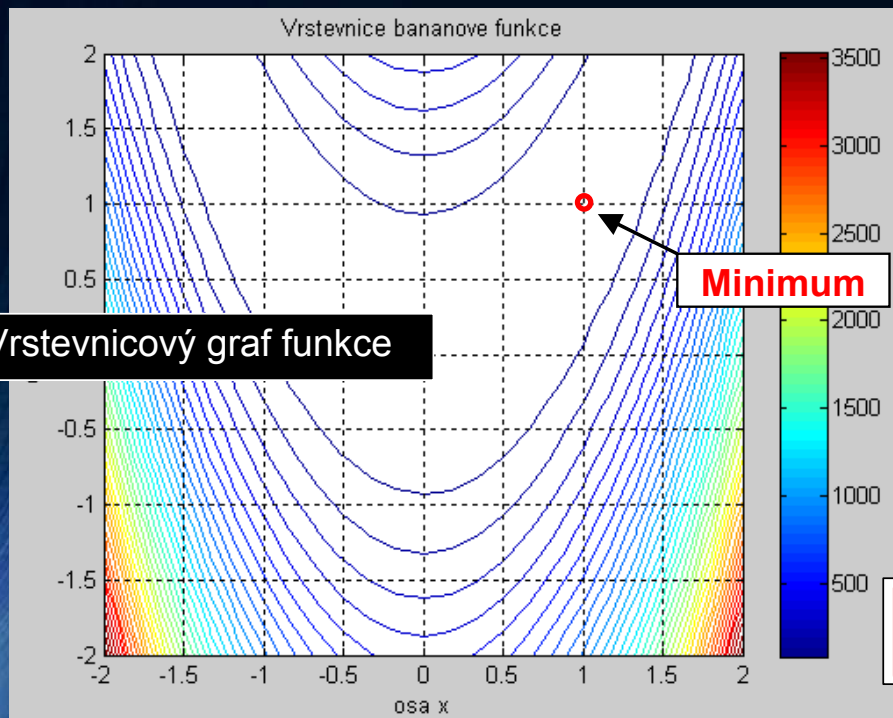


# 3D grafika - příklady

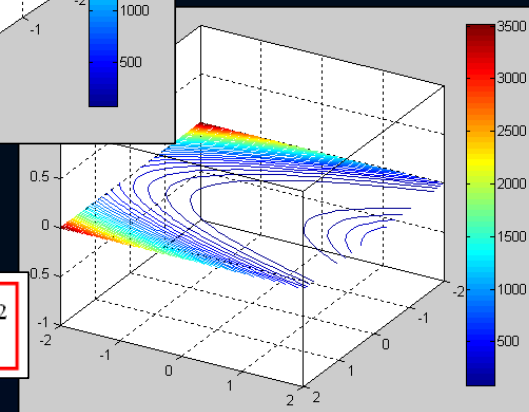
## Příklad 4

## Rosenbrockova funkce

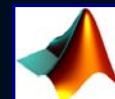
( tzv. banánová )



Různé pohledy



$$f(x, y) = 100 (y - x^2)^2 + (1 - x)^2$$



# 3D grafika - příklady

## Příklad 5 Rastriginova funkce

Nakreslete graf funkce :

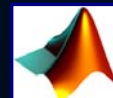
$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 10 (\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)) \quad , \quad x, y \in \langle -2; 2 \rangle$$

Opět další „oříšek“ pro numerické optimalizační metody.

Minimum této funkce je v bodě  $[0, 0]$ . Nalezení jejího absolutního minima je však poměrně obtížné, protože má mnoho lokálních extrémů.



Dokážete rozhodnout zda má tato funkce ve svém definičním oboru konečný počet extrémů ?





# 3D grafika - příklady

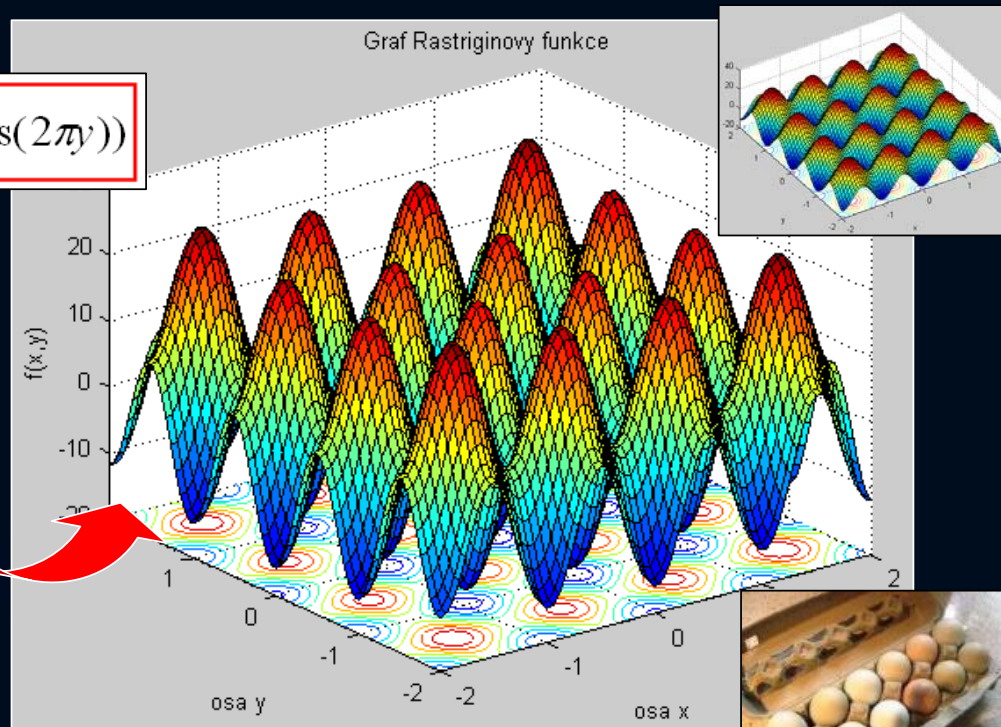
## Příklad 5 Rastriginova funkce

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 10(\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y))$$

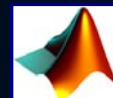
Řešení :

```
>> [X,Y]=meshgrid(linspace(-2,2,70));  
>> Z=X.^2+Y.^2-10*(cos(2*pi*X)+cos(2*pi*Y));  
>> surfc(X,Y,Z); xlabel('osa x')  
>> ylabel('osa y'); zlabel('f(x,y)')  
>> title('Graf Rastriginovy funkce')
```

```
>> figure; contour(X,Y,Z,20)  
>> grid on; colorbar  
>> xlabel('osa x'); ylabel('osa y')  
>> title('Vrstevnice Rastriginovy funkce')
```



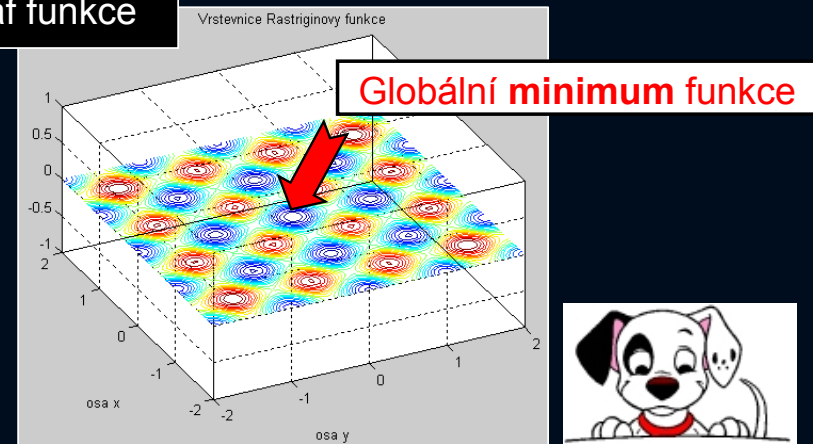
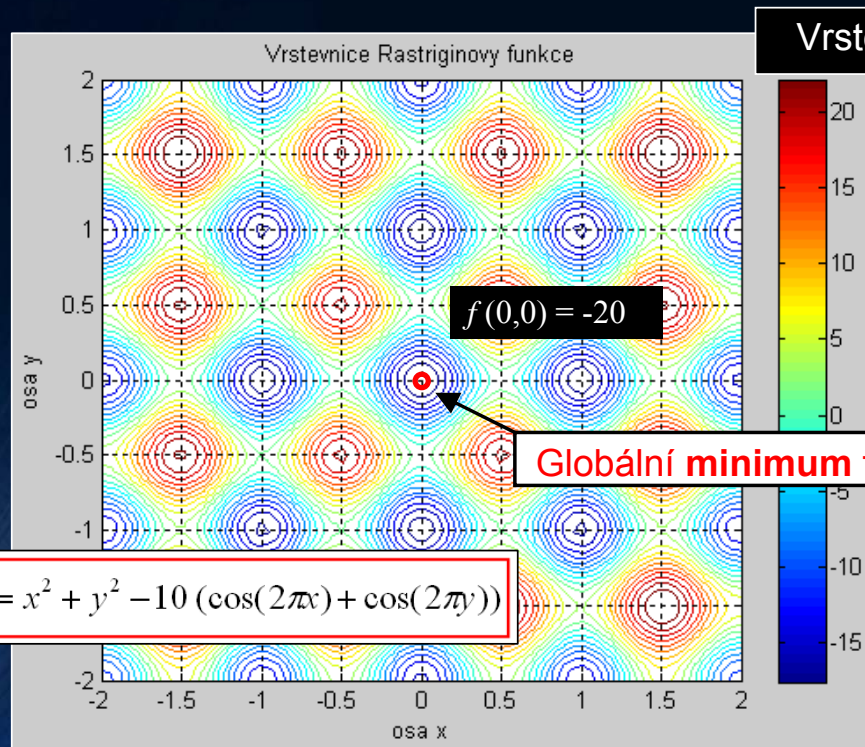
Nepřijde vám to jako futrál na vajíčka ?



# 3D grafika - příklady

## Příklad 5

## Rastriginova funkce



Je zajímavé, že takto členitá funkce má pouze jediný globální (absolutní) minimum.

Většina numerických optimalizačních metod se 'chytá' pouze lokálních extrémů. Je proto nutné při optimalizaci takto členitých funkcí provést nejprve analýzu a klasifikaci lokálních extrémů funkce.

