

Kinematika bodu souřadnicové systémy, křivočarý pohyb

Iva Petříková, doc. Ing.Ph.D.

Soustavy souřadnic

- ▶ Kartézský souřadnicový systém – $x, y, (z)$
- ▶ Přirozený s.s. (průvodní trojhran, tečna-normála) – $t, n, (b)$
- ▶ Polární – φ, ρ Válcový s.s. - φ, ρ, z
- ▶ Sférický s.s.

Kartézský souřadnicový systém

▶ pravoúhlý s.s.

▶ parametrické rovnice

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

▶ průvodič

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

▶ rychlost

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

▶ zrychlení

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Průvodní trojhran – přirozený s. s.

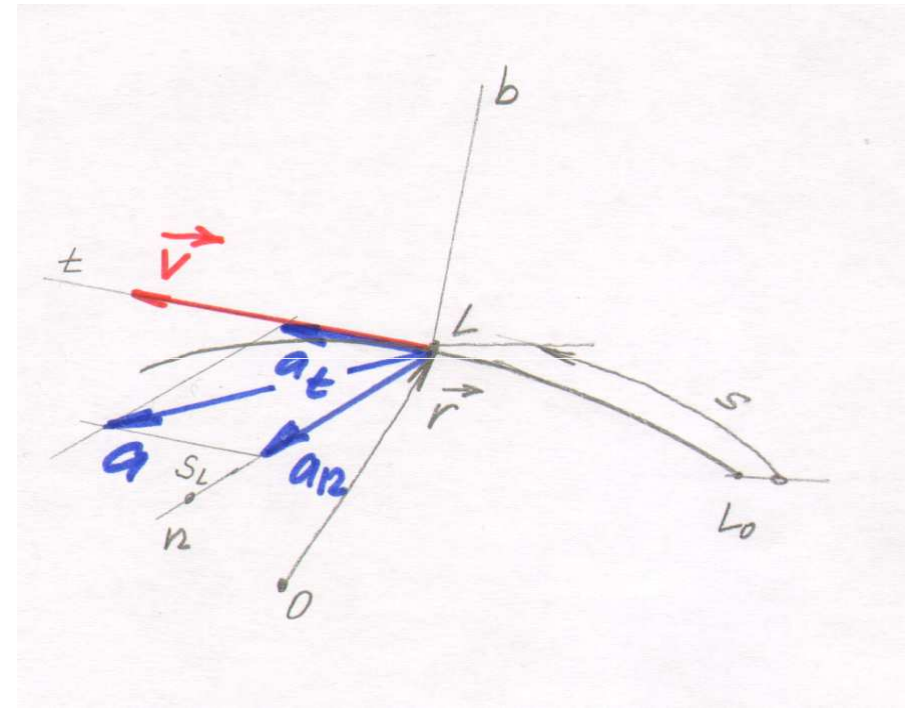
- ▶ tečna, normála, binormála
- ▶ parametrické rovnice – fce odlehlosti $s = s(t)$
- ▶ jednotkové vektory – 3D $\vec{e}_t, \vec{e}_n, \vec{e}_b$, 2D \vec{e}_t, \vec{e}_n
- ▶ rychlost $\vec{v} = v\vec{e}_t$ (ve 2D zbývající dvě složky nulové)
- ▶ zrychlení $\vec{a} = a_t\vec{e}_t + a_n\vec{e}_n$

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

- ▶ ρ ... poloměr křivosti, $\rho = \overline{LS}_L$



Válcový souřadnicový systém

Polární s.s. (2D)

▶ radiální, transverzální

▶ parametrické rovnice

$$\rho = \rho(t), \varphi = \varphi(t), z = z(t)$$

▶ jednotkové vektory

$$\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$$

▶ rychlost

$$\vec{v} = v_\rho \vec{e}_\rho + v_\varphi \vec{e}_\varphi + v_z \vec{e}_z$$

▶ zrychlení

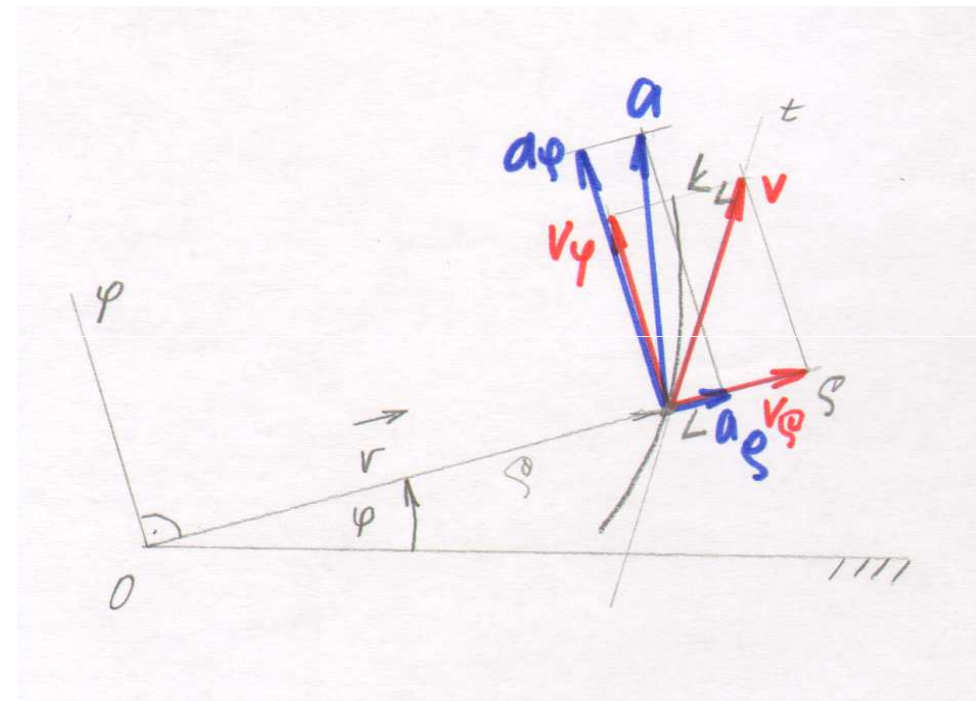
$$\vec{a} = a_\rho \vec{e}_\rho + a_\varphi \vec{e}_\varphi + a_z \vec{e}_z$$

$$v_\rho = \frac{d\rho}{dt} = \dot{\rho}$$

$$v_\varphi = \rho \frac{d\varphi}{dt} = \rho \dot{\varphi}$$

$$a_\rho = \ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2$$

$$a_\varphi = \rho \ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}$$



Harmonický pohyb

- ▶ Opakující se pohyb (kmitání strojů, kývání kyvadel, průmět pohybu bodu po kružnici)
- ▶ $s = r \sin(\omega t + \varphi_0)$
- ▶ s ... výchylka, r ... amplituda, ω ... úhlová frekvence
- ▶ φ_0 ... počáteční fáze (fázový posuv)
- ▶ perioda pohybu (doba kmitu) T ; $T = 2\pi/\omega$
- ▶ frekvence pohybu $f [s^{-1}] = 1 \text{ Hz}$, $f = 1/T$
- ▶ rychlost $v = r\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$
- ▶ zrychlení $a = -r\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$
- ▶ <http://www.acs.psu.edu/drussell/demos.html>