

Zákon zachování hybnosti

Hybnost $\vec{p} = m\vec{v}$

Síla $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$

Hmotný bod na nějž nepůsobí síla

$$\Delta\vec{p} = 0$$

Hybnost se zachovává pro hmotný bod na nějž nepůsobí síla

Soustava hmotných bodů

Izolovaná soustava HB – nepůsobí žádné
vnější síly $\vec{F}_i^{\text{vnější}} = \vec{0}$

$$\sum \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum (\vec{F}_i^{\text{vnější}} + \vec{F}_i^{\text{vnitřní}}) = \sum \vec{F}_i^{\text{vnější}}$$

V izolované soustavě HB se zachovává
hybnost soustavy

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$$

Impuls síly

Časový účinek síly

$$\vec{I} \approx \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \int \vec{F} dt$$

V případě, že působí vnější síla, mění se hybnost

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t = \vec{I}$$

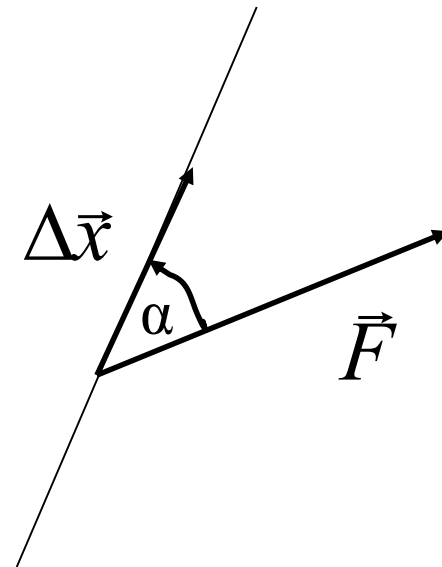
Práce

Dráhový účinek síly – práce

$$A \approx \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F\Delta x \cos \alpha \rightarrow \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Práce se nekona:

- $\vec{F} = \vec{0}, \quad \Delta\vec{x} = \vec{0}$
- $\vec{F} \perp \Delta\vec{x}$



Typy sil

Práce vykonaná při pohybu po uzavřené dráze

- Konzervativní síly $A = 0$
(gravitační, tíhová, atd.)
- Nekonzervativní síly $A \neq 0$
(tření, odpor prostředí)

Energie

Pro konzervativní síly

Energie = práce pro přesunutí tělesa do určitého stavu, polohy

Kinetická energie

- Translace $\frac{1}{2}mv^2$
- Rotace $\frac{1}{2}J\omega^2$

Věta o přírůstku kinetické energie HB

Kinetická energie se mění konáním práce

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = F$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = Fv\Delta t = F\Delta x$$

Pro SHB

$$\Delta W_K = A = A^{\text{vnější}} + A^{\text{vnitřní}}$$

$$A^{\text{vnitřní}} = -W_P$$

Zákon zachování energie

V izolované soustavě těles se zachovává celková energie soustavy

$$\Delta W^{celková} = \Delta(W_K + W_P) = A^{vnější} = 0$$

Platí dokonce obecněji – pokud vnější síly nekonají práci

Výkon, účinnost

Výkon

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} \rightarrow \frac{dA}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Výkon nulový - $\vec{F} = \vec{0}$, $\vec{v} = \vec{0}$ *nebo* $\vec{F} \perp \vec{v}$

Účinnost

$$\eta = \frac{A^{\text{vykonaná}}}{A^{\text{dodaná}}} \leq 1$$

Zákon zachování momentu hybnosti

Pro těleso na které nepůsobí moment síly je
konstantní moment hybnosti

$$\vec{M} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \Delta \vec{b} = \vec{0}$$

Moment hybnosti SHB

$$\vec{B} = \sum \vec{b}$$

Moment hybnosti soustavy

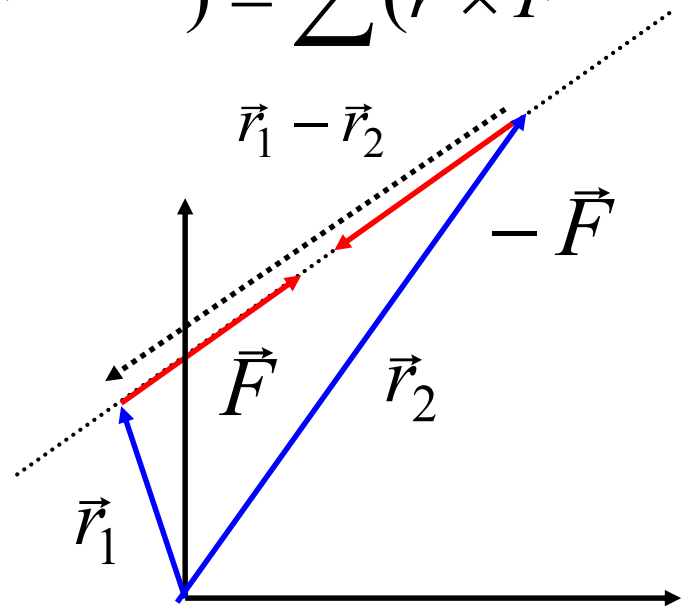
Druhá věta impulspvá pro SHB - vnější a
vnitřní síly

$$\sum \frac{d\vec{b}}{dt} = \sum (\vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnější}} + \vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnitřní}}) = \sum (\vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnější}})$$

Moment vnitřních sil

$$\vec{r}_1 \times \vec{F} + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \parallel \vec{F}$$

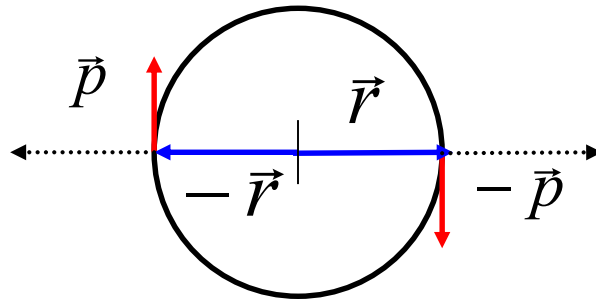


Zákon zachování momentu hybnosti pro SHB

Pro SHB kde všechny momenty síly vnějších sil jsou nulové je konstantní moment hybnosti (např. pro izolovanou soustavu HB)

$$\sum \vec{M} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \Delta(\vec{B}) = \vec{0}$$

Příklad: soustava 2 HB rotující kolem společného středu



$$\sum \vec{p} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{b} \neq \vec{0}$$

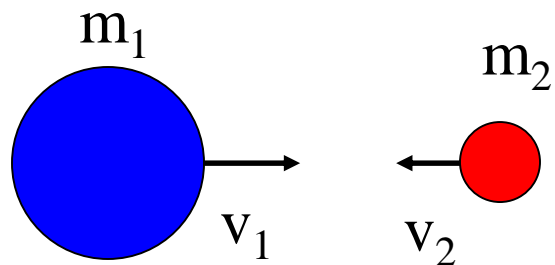
Rázy těles

Ztráta energie ΔW

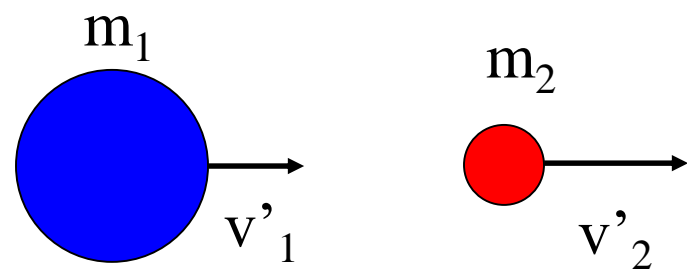
- Dokonale pružný ráz $\Delta W = 0$
- Dokonale nepružný ráz ΔW_{\max}
- Obecný ráz $0 < \Delta W < \Delta W_{\max}$

Dokonale pružný ráz

Před rázem



po rázu



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

Dokonale pružný ráz

Rychlosti těles po rázu

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 - 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

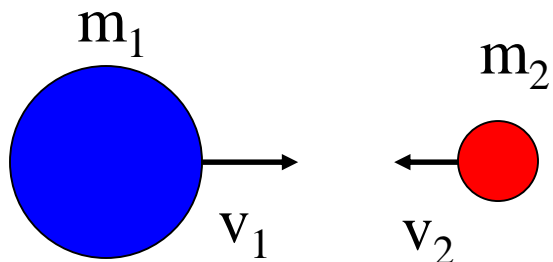
$$v_2' = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Zvláštní případ

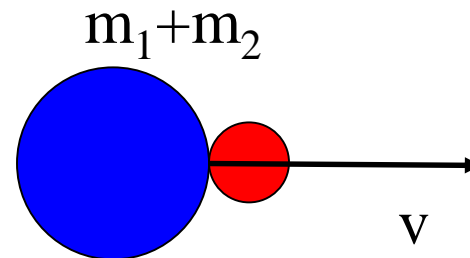
$$m_1 = m_2 = m, v_2 = 0 \Rightarrow v_1' = 0, v_2' = v_1$$

Dokonale nepružný ráz

Před rázem



po rázu



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Dokonale nepružný ráz

Ztráta energie

$$\begin{aligned}\Delta W &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} (v_1 + v_2)^2 \geq 0\end{aligned}$$