

# Teplo, entropie. Vedení tepla.

První, druhá a třetí věta termodynamiky. Vztah teploty a vnitřní energie. Vztah entropie a termodynamické pravděpodobnosti. Tepelná vodivost, rovnice vedení tepla, dotyková teplota.

# Tepelné vlastnosti

- První věta termodynamiky
- Vratné a nevratné děje
- Entropie
- Tepelné stroje
- Druhá věta termodynamická
- Carnotův cyklus
- Třetí věta termodynamiky
- Statistická fyzika – vztah entropie a pravděpodobnosti

# Tepelné vlastnosti látek

Jsou projevem vnitřní energie částic

Vnitřní energie je součtem energií

- Kinetické  $E_K$
- Potenciální  $E_P$

Mírou průměrné vnitřní energie částic je  
teplota  $T[\text{K}]$

# Vnitřní energie

- Pevné látky –  
lokalizované částice

$$E_K \ll E_P$$

- Kapaliny – částice  
lokalizované v nádobě

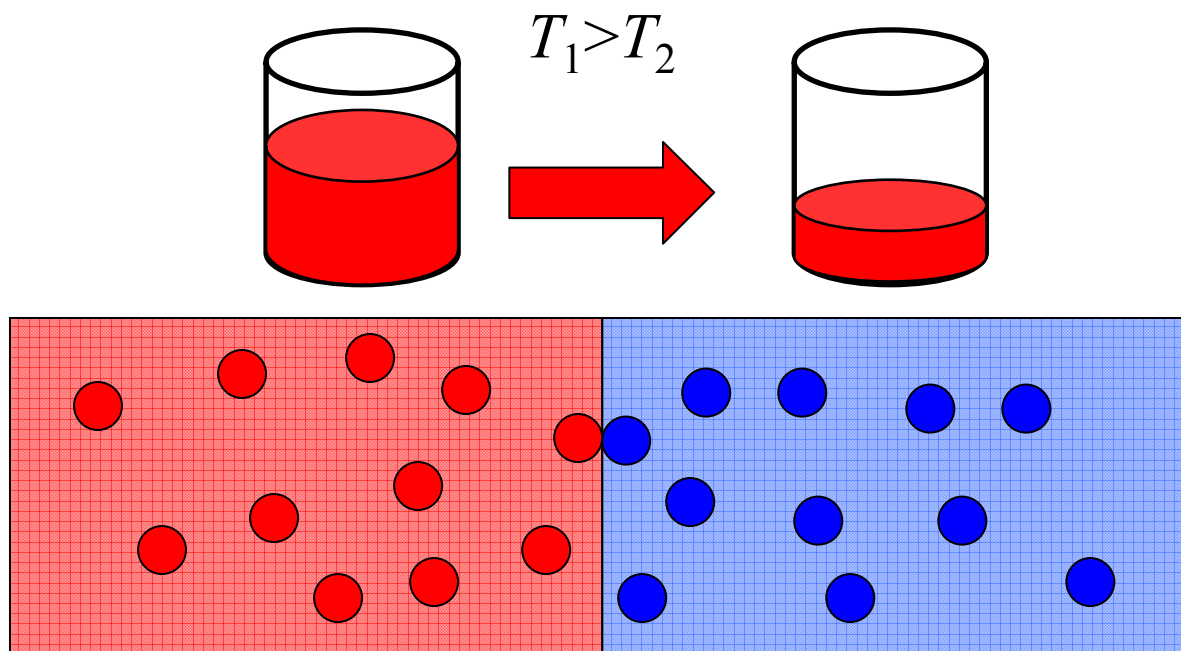
$$E_K \approx E_P$$

- Plyny – částice  
nelokalizované

$$E_K \gg E_P$$

# Tepelná rovnováha

Vyrovnávání průměrné vnitřní energie každé částice



# Nultý zákon termodynamiky

U dvou těles v tepelném kontaktu se dříve či později nastaví stav termodynamické rovnováhy, charakterizovaný časovou neproměnností veličin popisujících stav systému (např. teplota).

Stav je asociativní – možnost měřit teplotu srovnáváním s rovnovážným stavem teploměru!

# Termodynamická teplota

Vnitřní energie jednoatomového plynu –  
průměrně na 1 atom

$$u = \frac{3}{2} k_B T$$

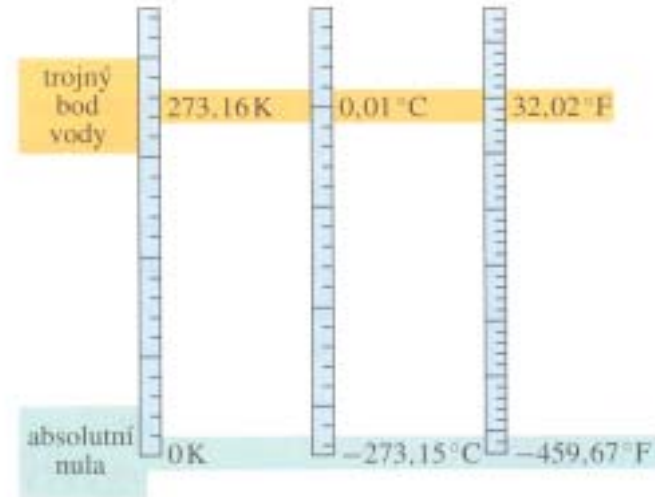
Boltzmannova konstanta  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{JK}^{-1}$

Termodynamická teplota  $T$  [K]

$$\{T\} = \{t\} + 273.15$$

# Teplotní stupnice

- Celsiova
- Fahrenheitova
- Kelvinova
- ...



Obr. 19.7 Srovnání stupnice Kelvinovy, Celsiovy a Fahrenheitovy

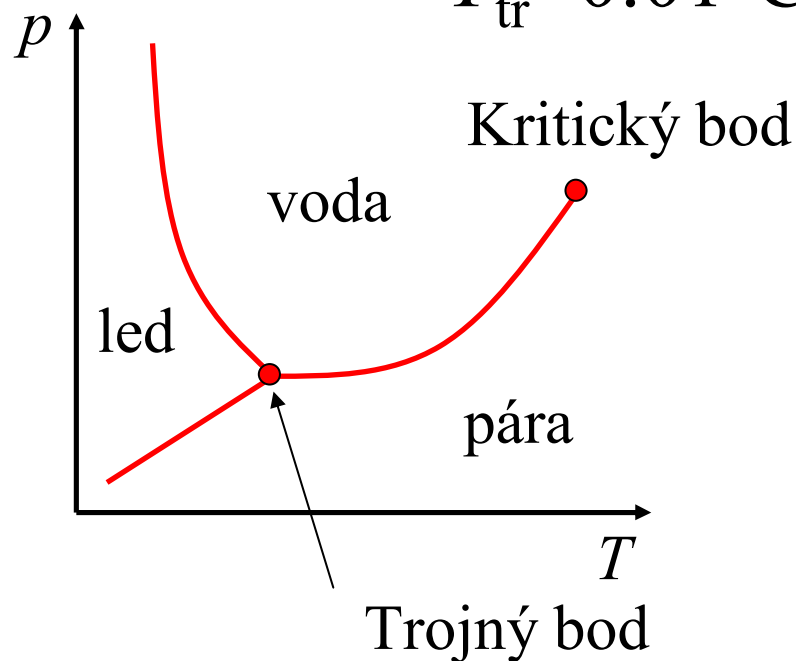
Zadáme dva body stupnice a počet dílků na tento teplotní interval – teploty skupenských změn např. vody (tání, var)



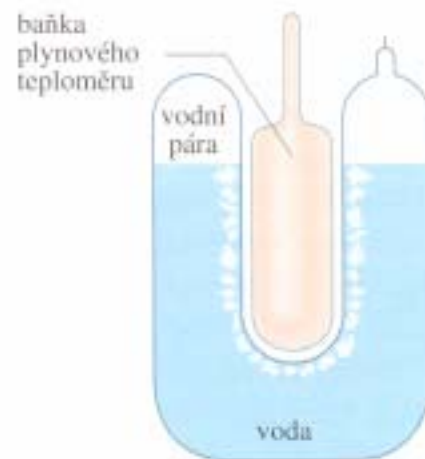
# Teplotní stupnice – trojný bod

Teploty fázových změn závisí např. na tlaku –  
volíme trojný bod vody

$$T_{\text{tr}} = 0.01^{\circ}\text{C}, p_{\text{tr}} = 610.6 \text{ Pa}$$



Obr. 19.4 Buňka pro trojný bod vody, v níž jsou v tepelné rovnováze led, kapalná voda a vodní pára. Podle mezinárodní dohody je stanovena teplota této směsi jako 273,16 K. Baňka plynového teploměru je na obrázku vsunuta do dutiny buňky.



# Měření teploty

- Užijeme některou z teplotně závislých materiálových vlastností látek
- Pracovní cyklus ideálního plynu
- Carnotův cyklus

Teploměry

# 1. věta termodynamická

Vyjadřuje zákon zachování energie

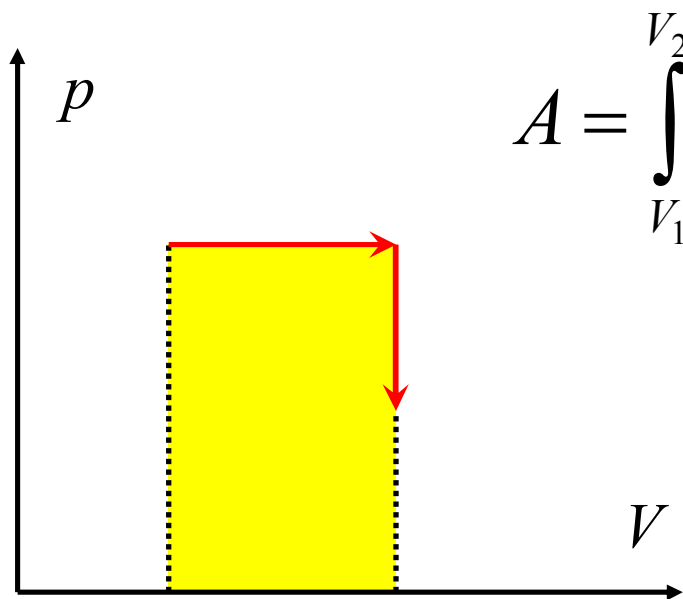
$$\Delta U = Q - A$$

Práce  $A$  – makroskopické změny rozměrů tělesa, pro plyn např.  $A = p\Delta V$

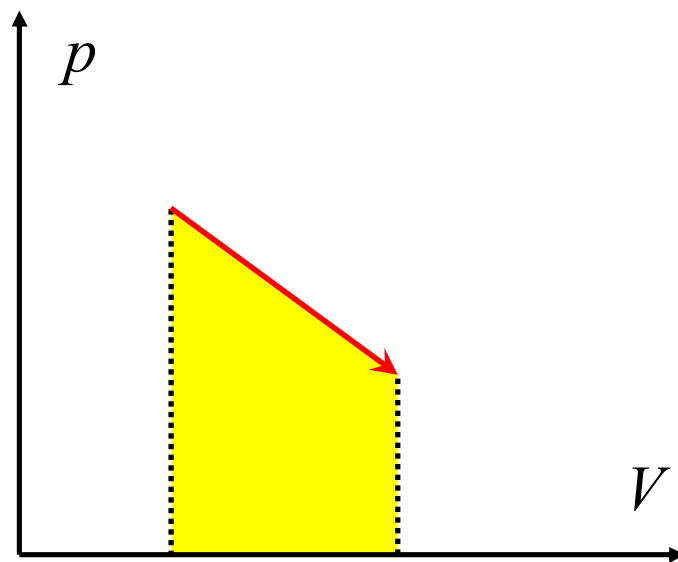
Teplo  $Q$  – beze změn rozměrů tělesa

# Práce a teplo

Nejsou stavové veličiny, závisejí na způsobu předávání (dějové veličiny) – např. práce



$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$



# Tepelná kapacita tělesa

Tepelná kapacita  $K = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$  [ $JK^{-1}$ ]

Měrná tepelná kapacita  $c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$  [ $Jkg^{-1}K^{-1}$ ]

Molární tepelná kapacita  $C = \frac{\Delta Q}{n\Delta T}$  [ $Jmol^{-1}K^{-1}$ ]

Tepelná kapacita se liší podle způsobu předávání tepla –  $C_V$ ,  $C_p$ , atd.

# Měrné tepelné kapacity [ $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ]

Fe	450	Voda	4182	Vzduch	1006
Cu	383	Led	2090	O <sub>2</sub>	917
Al	896	Pára	1952	H <sub>2</sub>	14320
				metan CH <sub>4</sub>	2219

# Adiabatický děj s plynem ( $dQ=0$ )

Mění se všechny parametry ideálního plynu -  $p, V, T$

Platí 1. termodynamická věta

$$dU = dQ - pdV$$

$$C_V n dT = -pdV$$

$$pV = nRT$$

$$Vdp + pdV = nRdT$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{C_p}{C_V} \frac{dV}{V} = 0$$

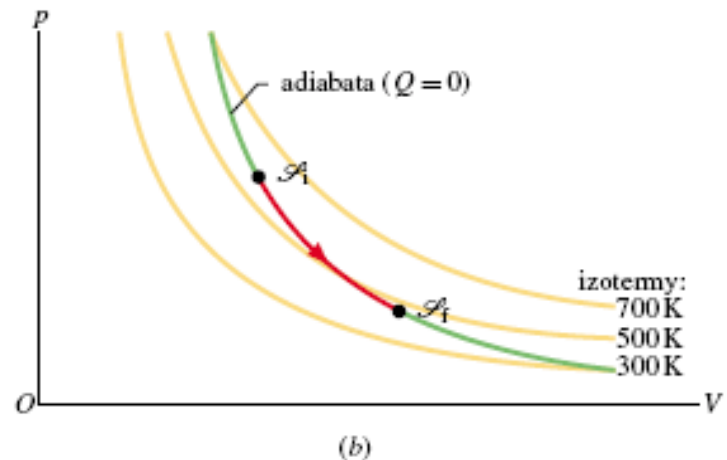
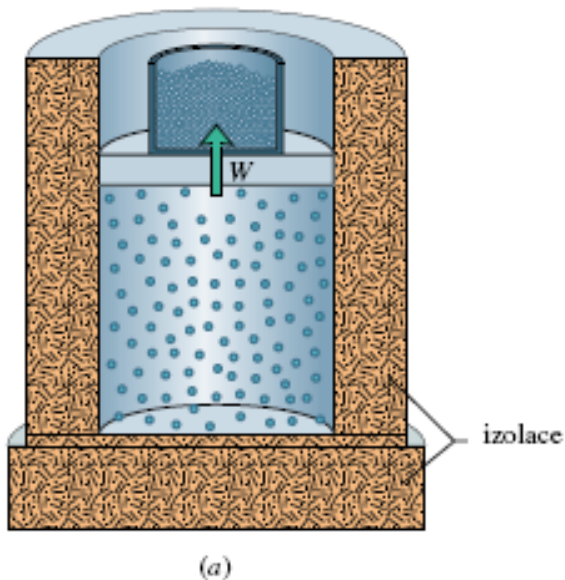
$$pV^\kappa = \text{konst.}$$

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V}$$

Tepelná kapacita je nulová pro adiabatický děj

# Stavová veličina pro adiabatický děj?

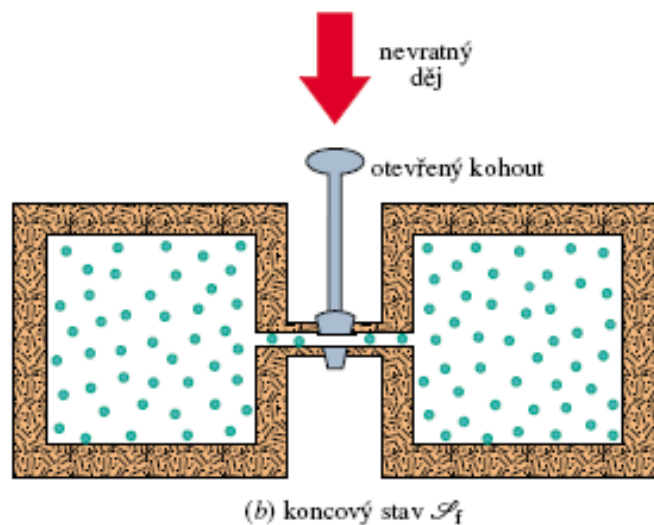
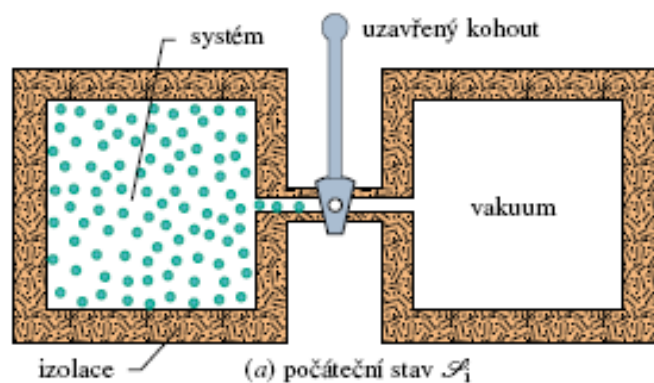
Existuje nějaká stavová veličina konstantní pro adiabatický děj? Teplo není stavová veličina!



Obr. 20.13 (a) Odebíráme-li závaží z pístu, zvětšuje se objem ideálního plynu. Děj je adiabatický, neboť  $Q = 0$ . (b) Děj probíhá z počátečního stavu  $\mathcal{A}_i$  do koncového stavu  $\mathcal{A}_f$  podél adiabaty znázorněné v  $p$ - $V$  diagramu.



# Vratné a nevratné procesy



Rozpínání plynu z jedné nádoby do vakua je nevratný jev – **samovolně** neproběhne obráceně, byť to je adiabatický jev

Vratný adiabatický děj – samovolně probíhá obráceně

**BEZE ZMĚNY** energie v izolovaném systému!

# Vratné a nevratné procesy

- Vratné děje lze zobrazovat ve stavových diagramech  $p, V, T$
- Nevratné děje nelze takto zobrazit- systém není charakterizován stejnou veličinou  $p, V, T$  v celém objemu!

# Entropie

Pro VRATNÉ děje tedy nic neurčuje „směr“  
probíhání děje

Pro NEVRATNÉ děje je „směr“ probíhání děje  
jednoznačně určen změnou entropie

**Probíhá-li v uzavřeném systému nevratný děj,  
entropie systému vždy roste!**

Neplatí tedy zákon zachování entropie.

# Entropie

- Definice pomocí tepla a teploty
- Definice statisticky

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Změna entropie

Pro vratný adiabatický děj je změna entropie nulová

# Změna entropie pro vratný a nevratný děj

Počáteční a koncový stav necht' jsou rovnovážné a stejné pro vratný a nevratný děj

Změna entropie pro vratný děj se dá spočítat ze znalosti  $Q$ ,  $T$

$$\Delta S_n = \Delta S_v$$

Změna entropie pro vratný i nevratný děj je stejná pokud jde o děje mezi stejným počátečním a konečným rovnovážným stavem.

# Změna entropie pro izotermický děj

Teplo

$$Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Entropie

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

# Změna entropie pro vratný děj s ideálním plynem

Stavová funkce stavových veličin

$$dQ = pdV + nC_V dT$$

$$pV = nRT$$

$$\frac{dQ}{T} = nR \frac{dV}{V} + nC_V \frac{dT}{T}$$

Entropie pro vratný děj s plynem

$$\Delta S = S_2 - S_1 = nR \ln \frac{V_2}{V_1} + nC_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$

# Druhá věta termodynamická

Plyn si vyměňuje entropii s okolím

V izolovaném systému při nevratném ději se entropie zvyšuje.

$$\Delta S \geq 0$$

**Entropie uzavřeného systému roste při ději nevratném a zůstává stálá při ději vratném. Entropie uzavřeného systému nikdy samovolně neklesá!**



# Tepelný stroj

Zařízení odebírající z okolí teplo a konající práci

- Cyklicky pracující

Pracovní látka – pára, voda, benzínové páry, vzduch, atd.

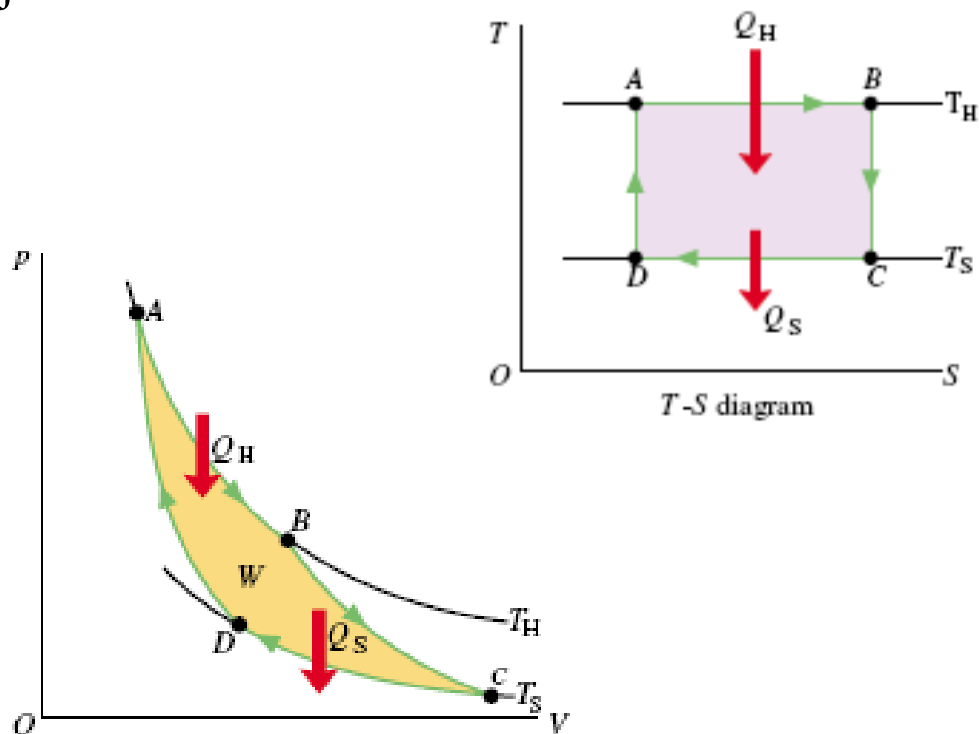
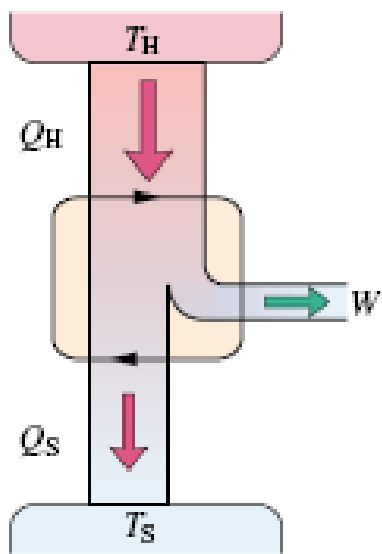
Kolik práce můžeme z takového stroje dostat?

Ideální stroj – vratné děje s ideálním plynem, bez započtení ztrát třením atd.

# Carnotův stroj

## Carnotův cyklus (Sadi Carnot, 1824)

Žádné ztráty, všechny děje vratné



# Účinnost Carnotova cyklu

Změna vnitřní energie při jednom cyklu

$$\Delta U = 0 = \Delta Q - W$$

Vykonaná práce

$$W = |Q_H| - |Q_S|$$

Účinnost cyklu

$$\eta_C = \frac{|W|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_S|}{|Q_H|}$$

# Změna entropie

Změna entropie pro vratné děje

$$\Delta S = \Delta S_H + \Delta S_S = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_S|}{T_S} = 0$$

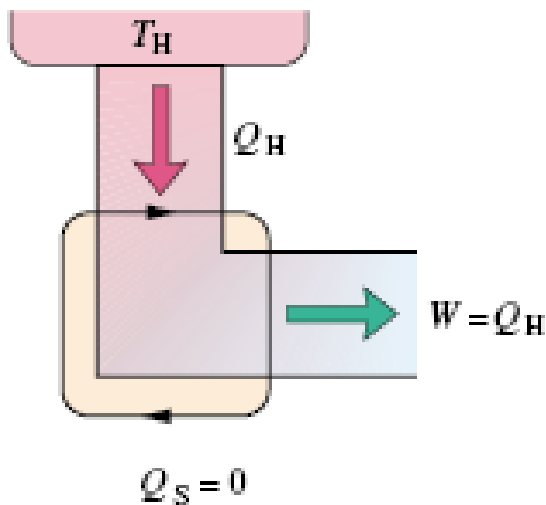
Tepelná účinnost Carnotova cyklu

$$\eta_C = 1 - \frac{T_S}{T_H} \leq 1$$

Účinnost Carnotova cyklu závisí na teplotách ohříváče a chladiče a je to maximální možná účinnost pro jakýkoliv stroj pracující mezi lázněmi s těmito teplotami

# Účinnost Carnotova stroje

- Zvyšovat teplotu  $T_H \rightarrow \infty$
- Snižovat teplotu  $T_S \rightarrow 0$



Je možná 100% účinnost?  
perpetuum mobile 2.druhu?

# Druhá věta termodynamická

Není možné vytvořit takové cyklické děje, jejichž jediným výsledkem by bylo odebrání tepla z tepelné lázně a jeho úplná přeměna v práci (100% stroj).

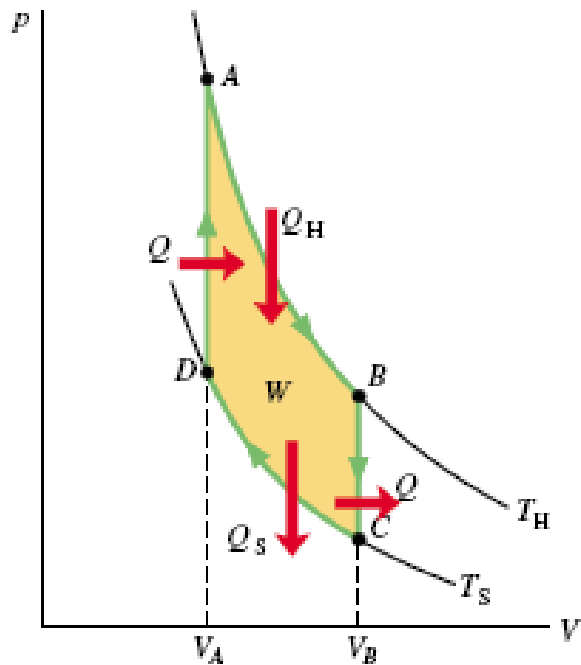
Není možné perpetuum mobile 2. druhu.

Ekvivalentní formulace.

# Stirlingův motor

Robert Stirling, 1816

Účinnost stejná jako pro Carnotův cyklus

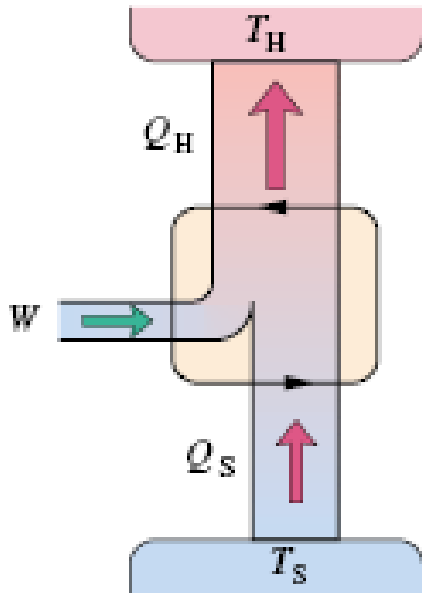


Dva izotermické děje

Dva izochorické děje

# Chladnička

Vlastně obrácený Carnotův stroj – dodáváme práci a přenášíme teplo ze studeného na teplejší těleso – tepelná čerpadla, klimatizace



Chladicí faktor

$$K = \frac{|Q_S|}{|W|} = \frac{|Q_S|}{|Q_H| - |Q_S|}$$

2.5 (klimatizace) –

5 (chladnička)

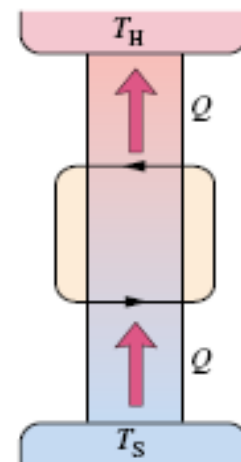


# 100% chladnička

Měla by přenášet teplo ze studeného na teplejší těleso bez nutnosti dodávat práci. Je to možné?

Změna entropie při vratném cyklickém ději musí být nulová

$$\Delta S = -\frac{|Q|}{T_S} + \frac{|Q|}{T_H} < 0, \quad T_H > T_S$$



Podle druhé věty termodynamické to však není možné. 100% chladnička neexistuje!

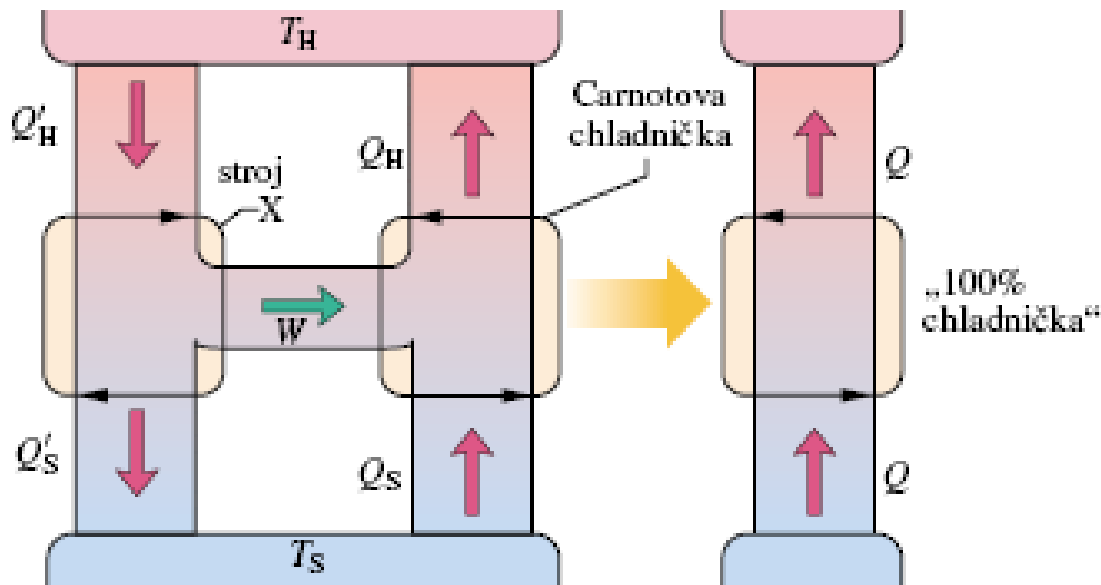
# Další formulace druhé věty termodynamiky

Není možné vytvořit takový cyklický děj, jehož jediným výsledkem by bylo odebrání tepla z chladnější tepelné lázně a jeho předávání do lázně teplejší.

Teplo samovolně nemůže přecházet z tělesa chladnějšího na těleso teplejší.

# Účinnost reálných strojů

Může být účinnost reálného stroje větší než Carnotova cyklu? Ne. Důkaz sporem.



Necht'

$$\eta_X = \frac{|W|}{|Q'_H|} > \frac{|W|}{|Q_H|} = \eta_C$$

Platí  $|Q_H| > |Q'_H|$

$$W = |Q_H| - |Q_S| = |Q'_H| - |Q'_S|$$

$$Q = |Q_H| - |Q'_H| = |Q_S| - |Q'_S| > 0$$

spor!

# Absolutní termodynamická teplota

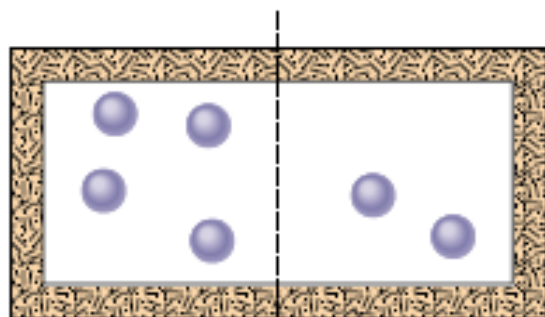
Carnotův cyklus dává možnost definice termodynamické teploty nezávisle na teploměrné látce a jevu

$$\eta_C = 1 - \frac{T_S}{T_H}$$

Všechny vratné a cyklicky pracující stroje mezi stejnými teplotami mají stejnou účinnost, nezávisle na látce a dějích v plynu

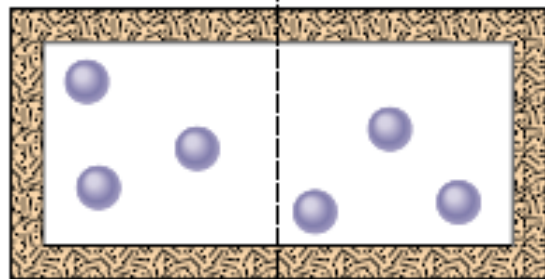
# Statistická fyzika

Popis entropie přes mikroskopické uspořádání systému molekul



(a)

izolace



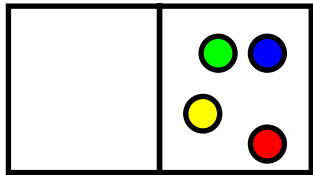
(b)

- mikrostav
- makrostav (konfigurace)

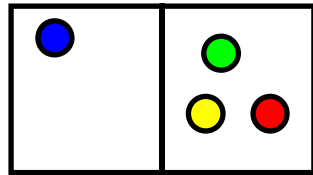
**Každý mikrostav je stejně pravděpodobný.**

# Entropie a pravděpodobnost konfigurace

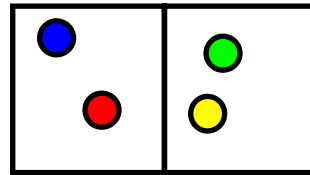
Násobnost mikrostavů



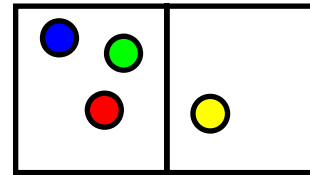
1 možnost



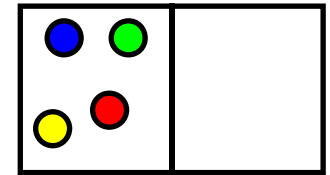
4 možnosti



6 možností



4 možnosti



1 možnost

-abcd

a-bcd

b-acd

c-abd

d-abc

ab-cd

ac-bd

ad-bc

bc-ad

bd-ac

cd-ab

abc-d

abd-c

acd-b

bcd-a

abcd-

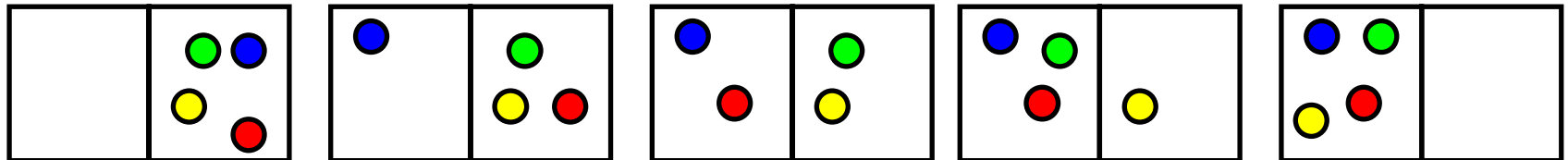
# Násobnost mikrostavů

Násobnost konfigurace

$$W = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \binom{N}{n}$$

Celkový počet konfigurací  $2^N$

Pravděpodobnost konfigurace



1/16

4/16

6/16

4/16

1/16

# Stav systému

System se bude nacházet v makrostavu, který má největší zastoupení v různých mikrostavech (konfiguracích), tj. v nejvíce pravděpodobném stavu. Nelze z toho ovšem usuzovat na konkrétní mikrostav.

Závěry ovšem platí pouze pro VELKÝ počet částic ( $10^{23}$  molekul v 1 molu)!



# Pravděpodobnost a entropie

Entropie dvou systémů se sčítají, pravděpodobnosti nezávislých jevů se však násobí

$$S(W) = S(W_1) + S(W_2)$$

$$W = W_1 W_2$$

Stirlingův vztah  $\ln N! \approx N \ln N - N$

Ludwig Boltzmann, 1877

$$S = k_B \ln W$$

# Třetí zákon termodynamiky

Termodynamická teplota je určena až na počátek stupnice. Velikost dílku stupnice byla stanovena tak, aby odpovídal  $1^{\circ}\text{C}$ .

Molekuly mají energie a existuje jediný základní stav – s nulovou kinetickou i potenciální energií, tj. teplota  $T=0$ .

Entropie tohoto stavu je ale rovna nule, tj.  $S=0$ .

# Třetí zákon termodynamiky

Při absolutní nule je i entropie systému nulová, tj. je-li  $T=0$ , je i  $S=0$ .

Teploty absolutní nuly nelze dosáhnout konečným počtem kroků.

W.Nernst, 1906 – V blízkosti absolutní nuly se blíží adiabatický děj izotermickému.

Dosud dosaženo nejnižší teploty 280pK!

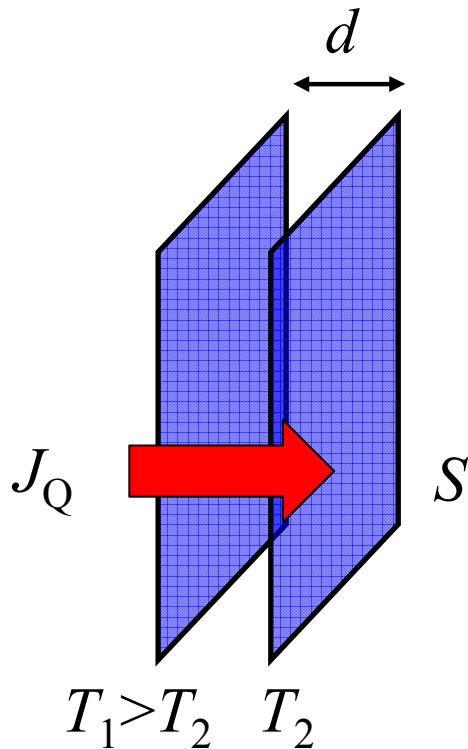
# Přenos tepla

- Vedením – tepelná výměna na kontaktu dvou těles
- Prouděním – teplo přenášené současně s proudící hmotou např. v kapalinách a plynech
- Sáláním (zářením) – teplo přenášené na dálku ve formě infračerveného záření

# Vedení tepla

Tepelný tok

$$J_Q = \frac{\Delta Q}{S \Delta \tau} \quad [Wm^{-2}]$$



Součinitel tepelné vodivosti  
 $\lambda [Wm^{-1}K^{-1}]$

$$J_Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d}$$

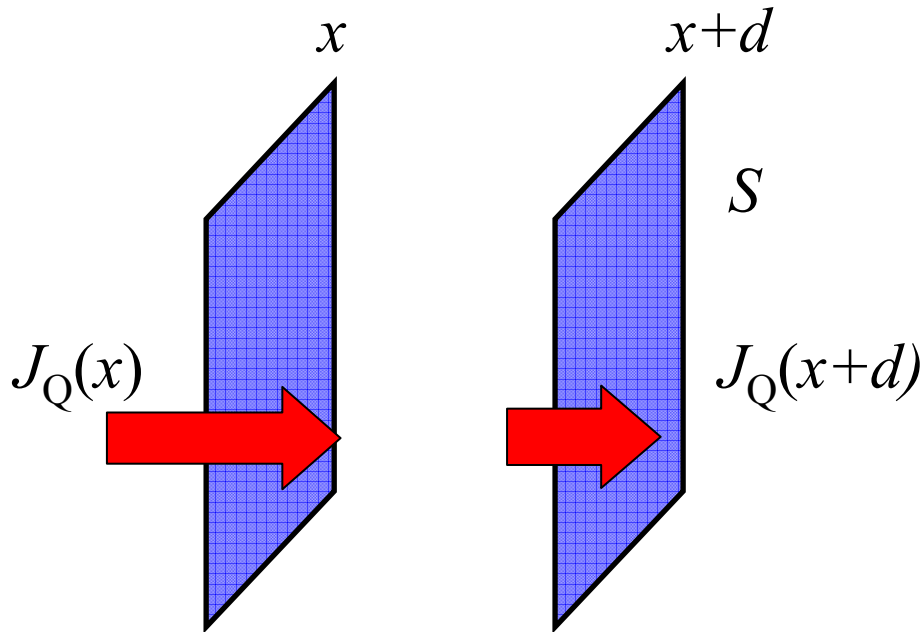
# Součinitel tepelné vodivosti

Vlastnost látky vést teplo, tepelné izolanty mají malý součinitel

	$\lambda[\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$		$\lambda[\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$
Fe	80	voda	0.598
Al	240	Olej ricinový	0.181
Cu	400	Vzduch 20°C	0.025

# Rovnice vedení tepla

Teplo přispívající ke změně teploty je určeno rozdílem tepelných toků



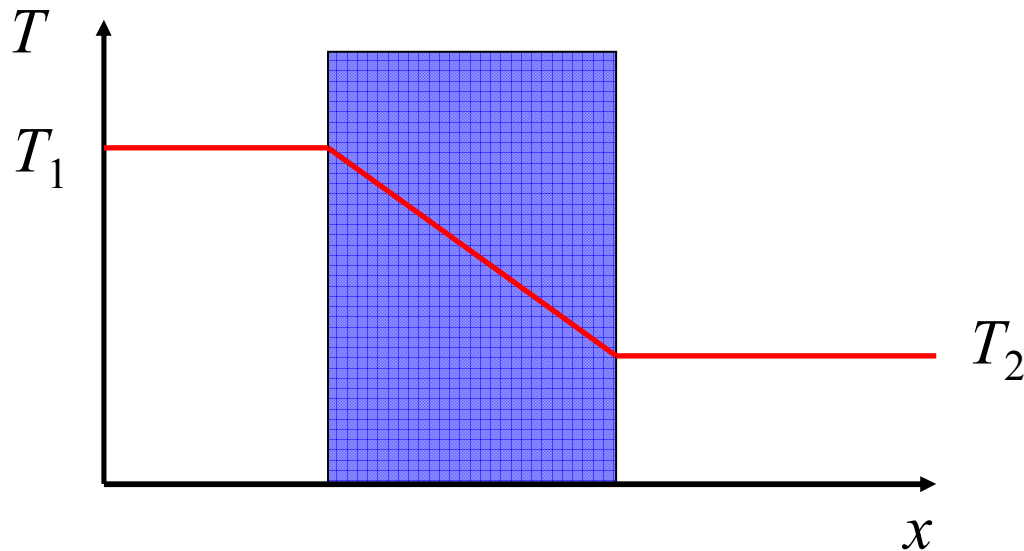
$$mc \frac{\Delta T}{\Delta \tau} = S[J_Q(x+d) - J_Q(x)]$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

součinitel teplotní vodivosti  
 $\chi = \lambda/c\rho [\text{m}^2\text{s}^{-1}]$

# Ustálené řešení rovnice vedení tepla

Ustálený stav  $\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = 0$

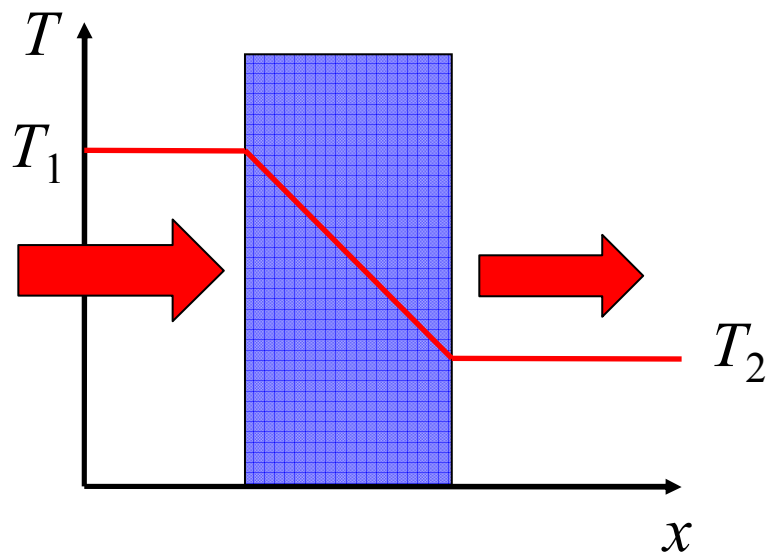


Lineární průběh teploty

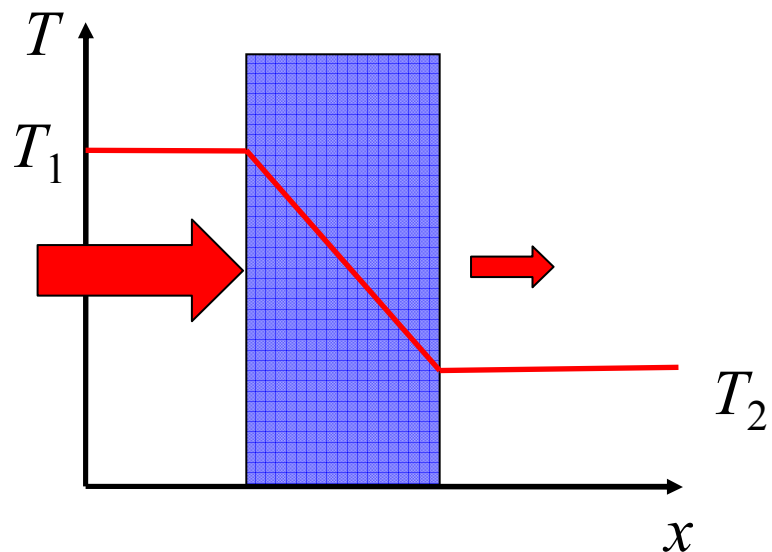


# Tepelné vodiče, izolanty

Vodič



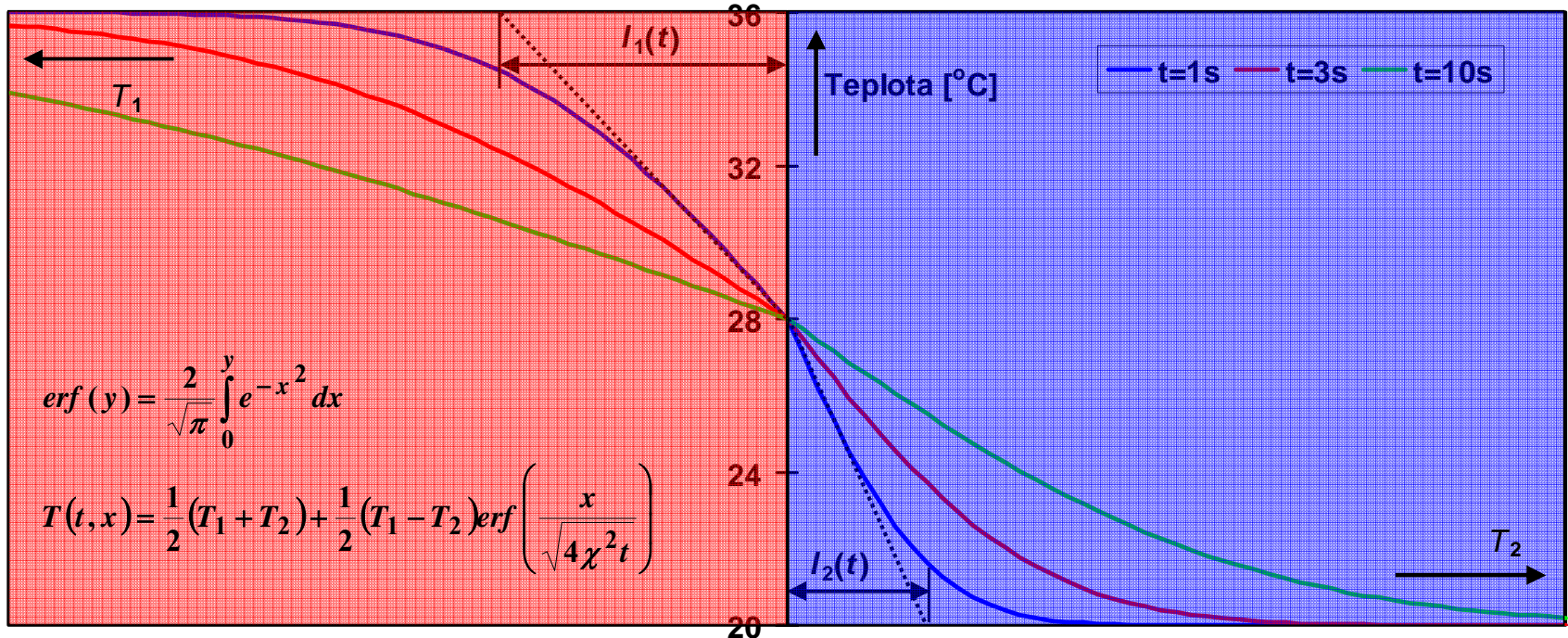
Izolant



Izolanty vedou při stejné tloušťce a teplotním rozdílu méně tepla, menší tepelné ztráty

# Neustálené řešení rovnice vedení tepla

Průběh teploty na rozhraní dvou těles



# Hloubka průniku změny teploty

Za dobu  $\tau$  se změní teplota o  $\Delta T$  ve vrstvě o tloušťce  $l(\tau)$ , je tam přeneseno teplo

$$\lambda S \tau \frac{\Delta T}{l} = l S \rho c \Delta T$$

“parabolický” zákon časového šíření teplotní změny

$$l(\tau) = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho c} \tau}$$

# Teplota na dotyku těles

Při stejné teplotě prostředí:

- Tepelné izolanty se na dotyk jeví jako „teplé“
- Tepelné vodiče se jeví na dotyk jako „chladné“

Při 20°C se na dotyk rukou (36.5°C) jeví dřevo o teplotě 34°C, železo o teplotě 21.5°C

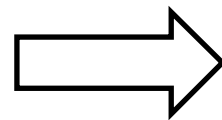
Vlastnost dvojice těles na jejich rozhraní

# Teplota na dotyku těles - výpočet

Na rozhraní dvou těles je stejný tepelný tok v obou tělesech, přitom se stejná změna teploty rozšíří v každém tělese do jiné hloubky

$$l_1(\tau) = \sqrt{\chi_1 \tau}, \quad l_2(\tau) = \sqrt{\chi_2 \tau}$$

$$\lambda_1 S \frac{t_0 - t_1}{\sqrt{\chi_1 \tau}} = \lambda_2 S \frac{t_2 - t_0}{\sqrt{\chi_2 \tau}}$$



$$t_0 = \frac{t_1 + \nu t_2}{1 + \nu}$$
$$\nu = \sqrt{\frac{\lambda_2 c_2 \rho_2}{\lambda_1 c_1 \rho_1}}$$

# Teplota na dotyku těles - hodnoty

Pro tělo (vlastnosti vody),  $t_2=20^\circ\text{C}$ ,  $t_1=36^\circ\text{C}$

Materiál	$c$ [Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]	$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	$\chi$ [10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\nu$ [1]	$t_0$ [°C]
voda	4180	0.63	1000	1.5	1.0	28
vzduch	1010	0.026	1.2	210	0.0035	35.9
dřevo	900	0.13	500	2.9	0.15	34
sklo	800	0.65	2600	3.1	0.72	29
mramor	900	3.0	2700	12	1.7	26
Al	896	236	2700	976	15	21
Fe	440	74	7900	213	10	21.5
Au	130	310	19300	1236	17	20.9

# Literatura

V prezentaci byly použity obrázky z knihy:

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J.: Fyzika (část 2 - Termodynamika), Vutium, Brno 2000

a materiálová data z matematicko-fyzikálních tabulek:

BROŽ, J., ROSKOVEC, V., VALOUCH, M.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL Praha 1980