



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



Pohybová rovnice, síly

FYZ1 – Přednáška 5
HRW – kapitoly 5+6



Pohybová rovnice

Newtonův zákon síly

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

V případě stálé hmotnosti

$$\vec{F} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

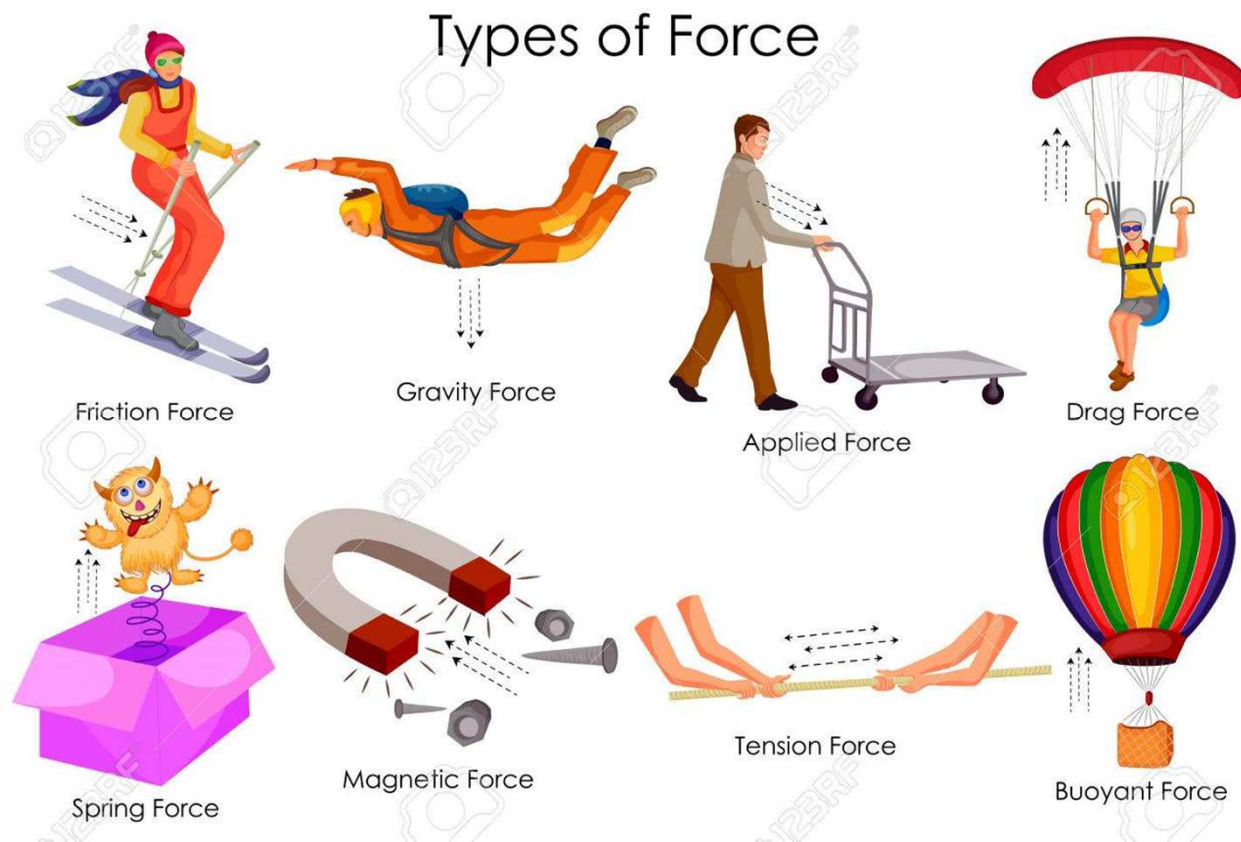
Diferenciální rovnice 2. řádu, dvě počáteční podmínky

$$\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$$



Síly

Mnoho různých silových působení



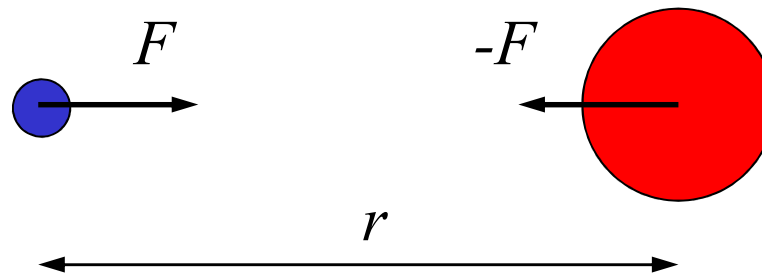
Gravitační síla

Newtonův gravitační zákon

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

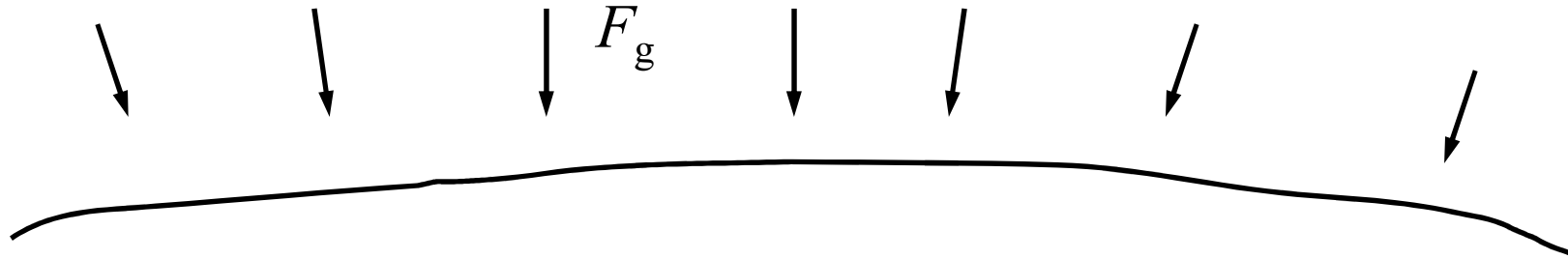
Gravitační konstanta

$$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$



Gravitační síla Země

V malém okolí povrchu Země



$$F_g = mg = m \left(G \frac{M}{R^2} \right)$$

$$M = 5.976 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R = 6378 \text{ km}$$
$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$



Pohyb v tíhovém poli

Pohybová rovnice $m \frac{d^2 r}{dt^2} = mg$

dvě počáteční podmínky $r(0) = r_0, v(0) = v_0$

Řešíme pro rychlost

$$v = gt + v_0$$

a potom pro polohu

$$r = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + r_0$$



Pohyb v tíhovém poli s lineární tlumící silou

Pohybová rovnice $m \frac{d^2 r}{dt^2} = mg - k \frac{dr}{dt}$

dvě počáteční podmínky $r(0) = 0, v(0) = 0$

Řešíme nejprve pro rychlost $m \frac{dv}{dt} = mg - kv$

separací proměnných $v = \left(\frac{mg}{k}\right) (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$

a potom pro polohu $r = \left(\frac{mg}{k}\right) [t - \frac{m}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})]$



Síly odporu prostředí

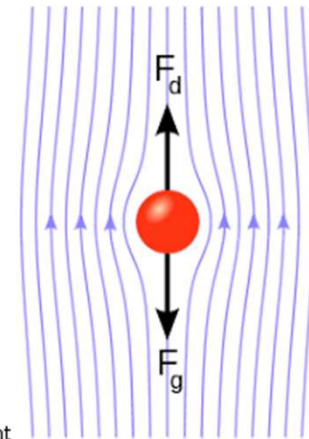
Pro malé rychlosti $F \approx d\eta v$

Konkrétně Stokesova síla $F = 6\pi r\eta v$

Dynamická viskozita $\eta [Pa \cdot s]$

Pro velké rychlosti $F \approx \rho d^2 v^2$

Konkrétně $F \approx \frac{1}{2} C\rho S v^2$



Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09

Measured Drag Coefficients



Síly tření

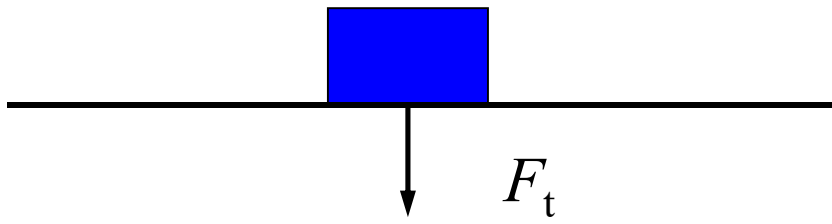
Působí vždy proti směru pohybu

Klidové

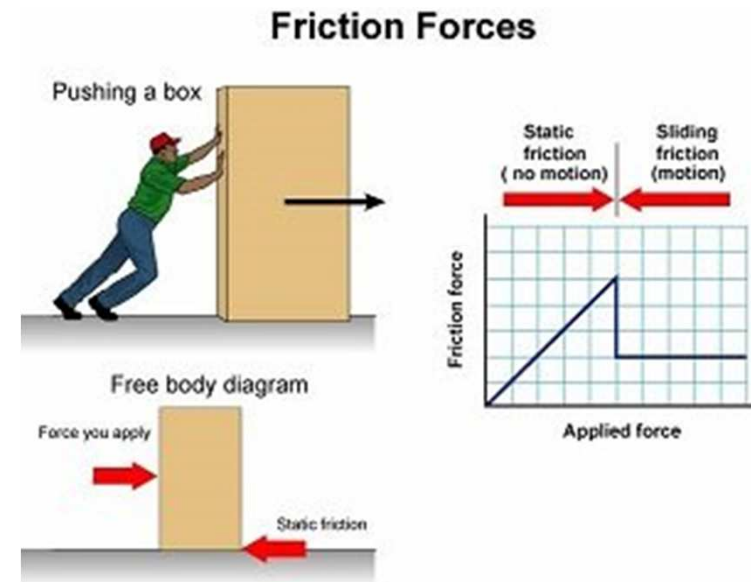
Smykové

$$F_{tř} = f_0 F_t$$

$$F_{tř} = f F_t$$



	Ocel na oceli	Dřevo na dřevu
f_0	0.15	0.50
f	0.09-0.03	0.34

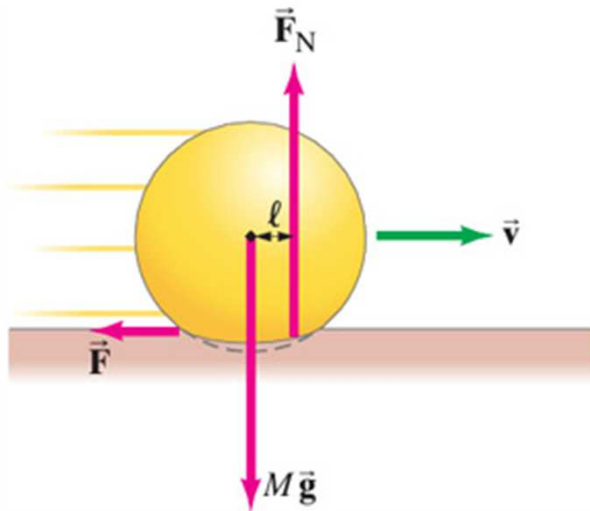


Síly tření

Valivé tření

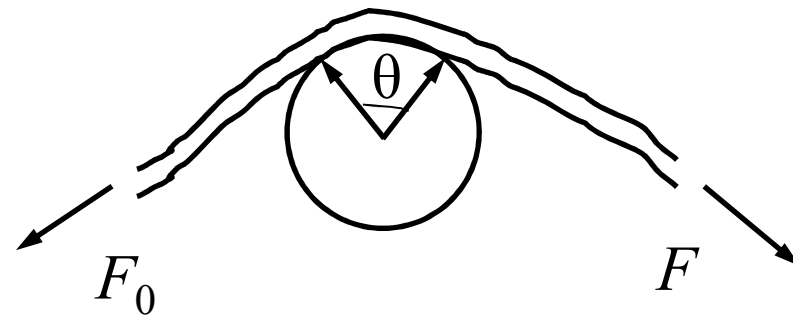
$$F_{tř} = \frac{l}{r} F_t$$

$$l = 0.01 - 40mm$$



Opásání

$$F = F_0 e^{n\theta}$$



Inerciální a neinerciální vztažné soustavy

Pohyb vztažné soustavy je relativní, lze porovnat
pouze dvě soustavy vůči sobě

Inerciální – pohyb rovnoměrně přímočaře

Neinerciální – pohyb se zrychlením

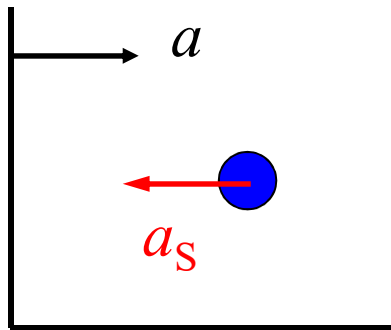
Transformace souřadnic mezi soustavami –
Galileiho klasická, Lorentzova relativistická



Setrvačná síla

Vzniká v soustavách které se pohybují se zrychlením

$$\vec{a}_S = -\vec{a}$$



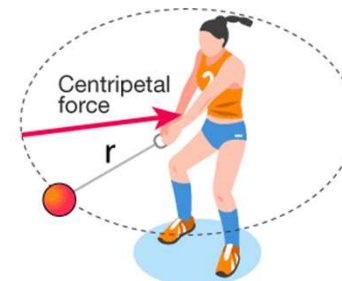
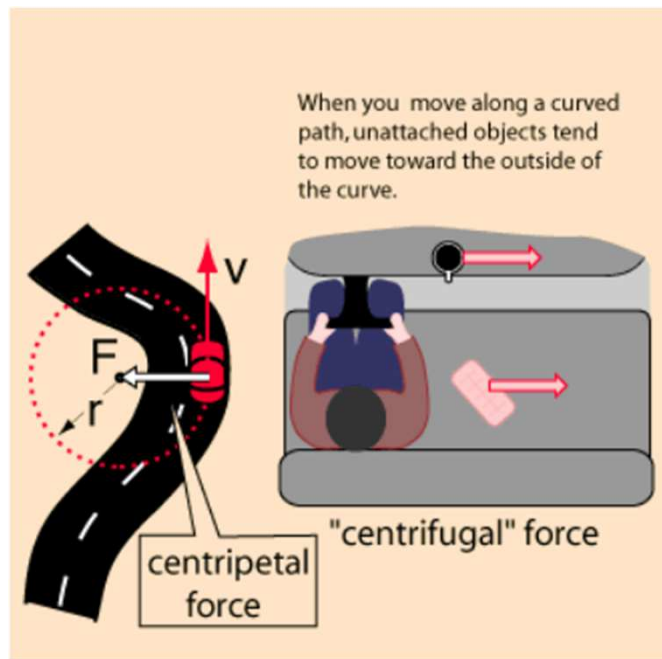
nezpůsobuje ji žádné těleso, neplatí pro ni zákon akce a reakce

Inerciální a neinerciální vztažné soustavy

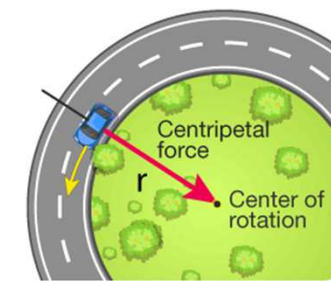
Dostředivá a odstředivá síla

Dostředivá – udržuje hmotný bod na křivočaré trajektorii

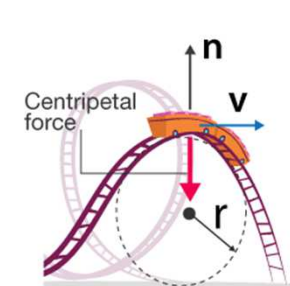
Odstředivá – působí na těleso vzhledem k neinerciální soustavě



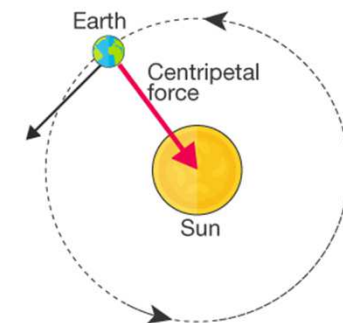
(a) Spinning a ball on a string or twirling a lasso



(b) Turning a car



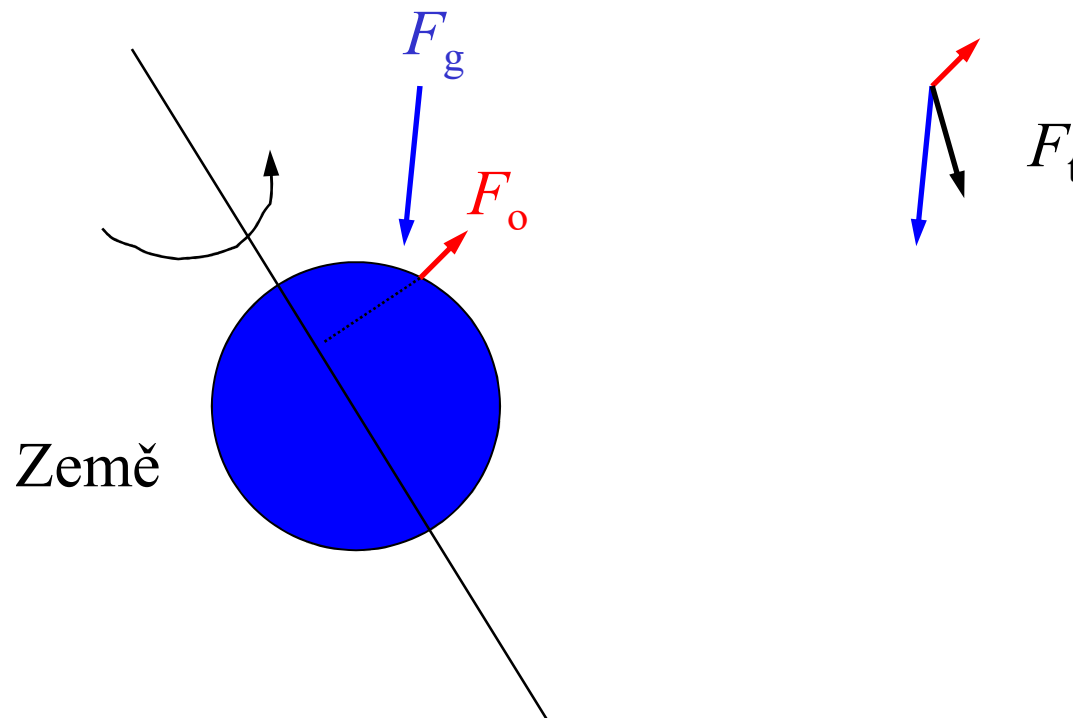
(c) Going through a loop on a roller coaster



(d) Planets orbiting around the Sun

Tíhová síla

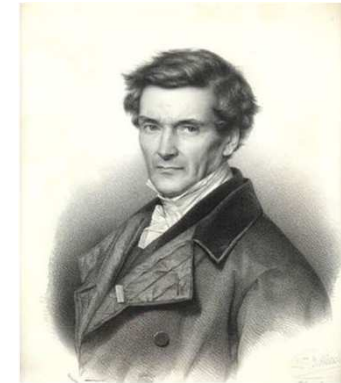
Působí na těleso na Zemi v soustavě souřadnic
pevně spojené se Zemí



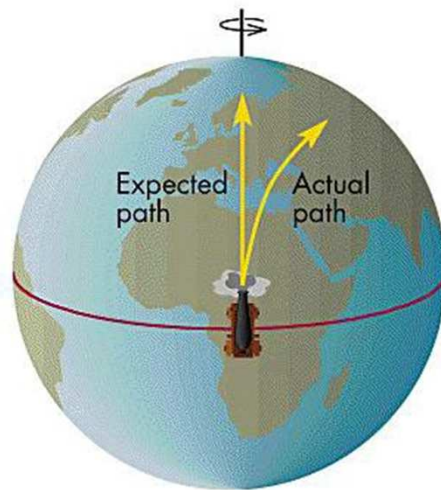
Coriolisova síla

V rotující soustavě s úhlovou frekvencí $\vec{\omega}$

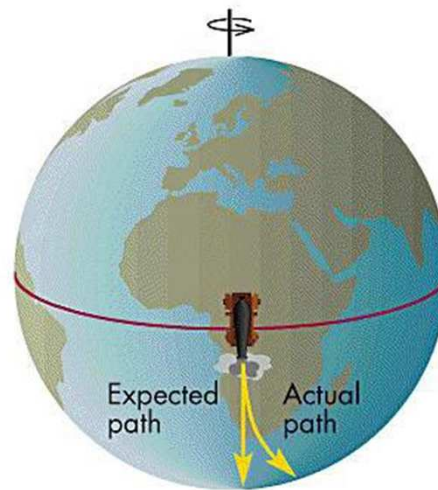
$$\vec{F} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$$



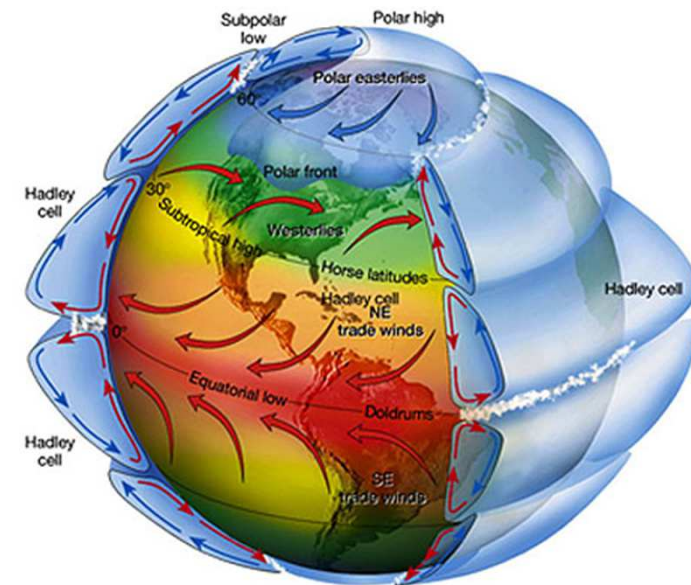
Gaspard-Gustave de Coriolis
(*1792 - †1843)



A Projectile fired northward

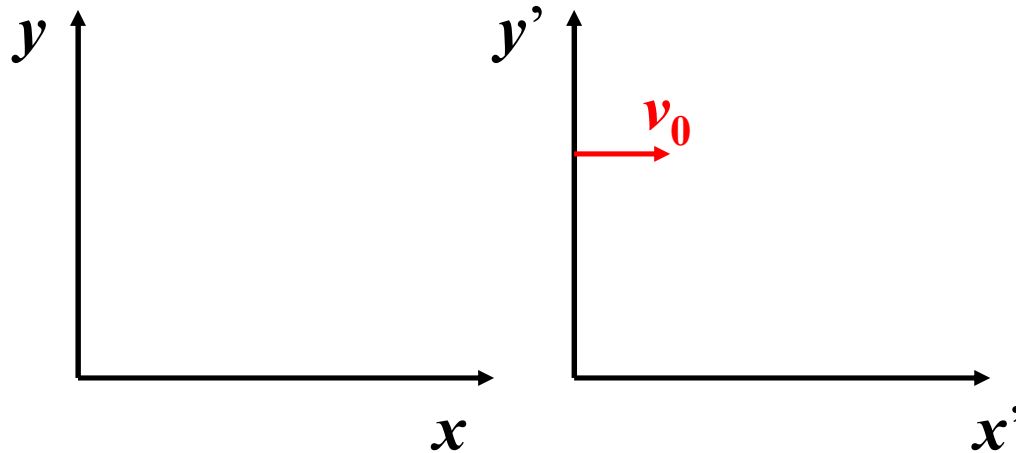


B Projectile fired southward



Galileiho transformace souřadnic

Mezi dvěma inerciálními soustavami $x'(0) = x(0)$



$$\begin{aligned}x' &= x - v_0 t \\y' &= y \\t' &= t\end{aligned}$$

Obecně

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= \vec{r} - \vec{v}_0 t \\t' &= t\end{aligned}$$



Galileo Galilei
(*1564 - †1642)



Galileiho transformace rychlostí

Derivací získáme

$$x' = x - v_0 t$$

$$v_x' = v_x - v_0$$

$$y' = y$$

$$v_y' = v_y$$

$$t' = t$$

$$t' = t$$

Obecně

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

$$t' = t$$



Galileiho princip relativity

Všechny inerciální soustavy jsou rovnoprávné a žádným mechanickým pokusem nelze jejich pohyb prokázat, tj. nelze rozlišit nějakou absolutní soustavu

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 = \frac{d^2 x'}{dt^2} = a'_x$$
$$a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 = \frac{d^2 y'}{dt^2} = a'_y$$
$$a_z = \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 = \frac{d^2 z'}{dt^2} = a'_z$$

