



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



Hmotný střed a těžiště

FYZ1 – Přednáška 8
HRW – kapitoly 10, 12



Moment hybnosti, moment síly

Moment hybnosti

$$\vec{b} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Moment síly

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Druhá věta impulsová

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{M}$$



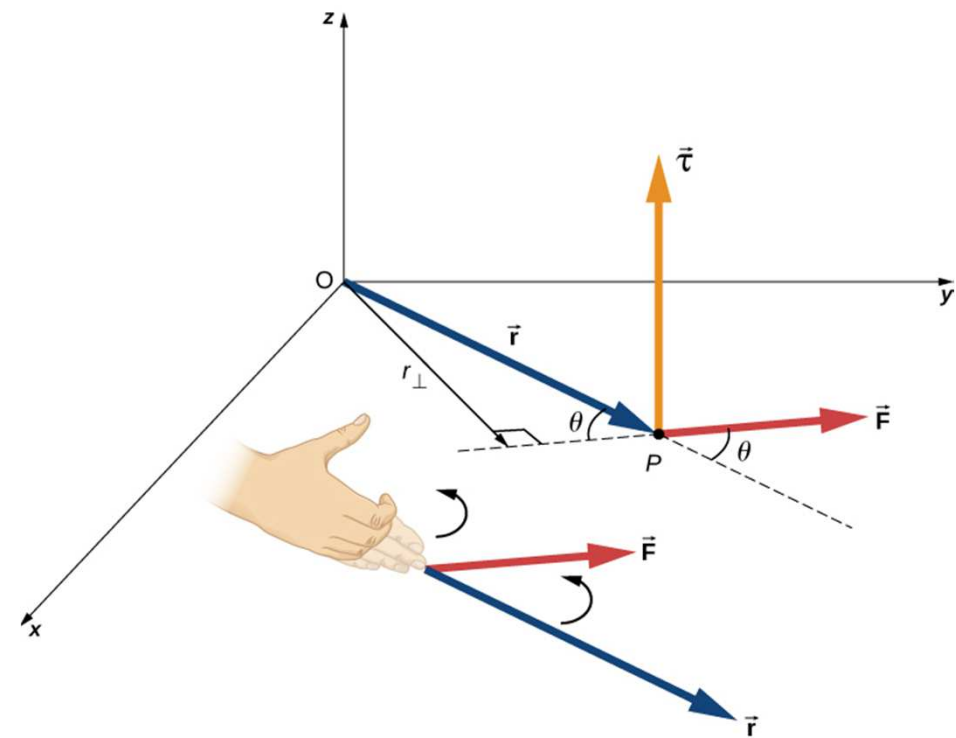
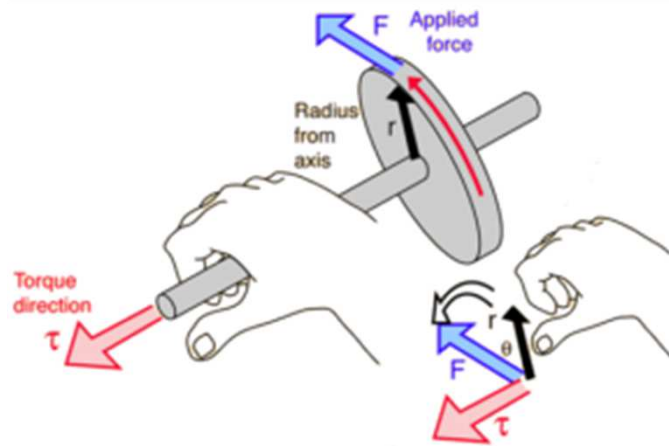
Moment síly

Rameno síly

Vektorová přímka síly

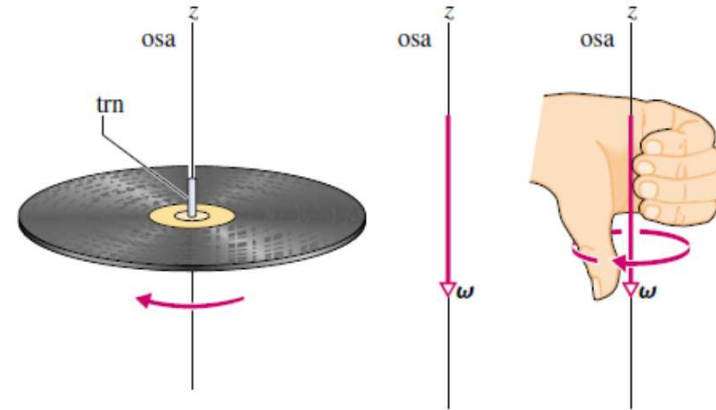
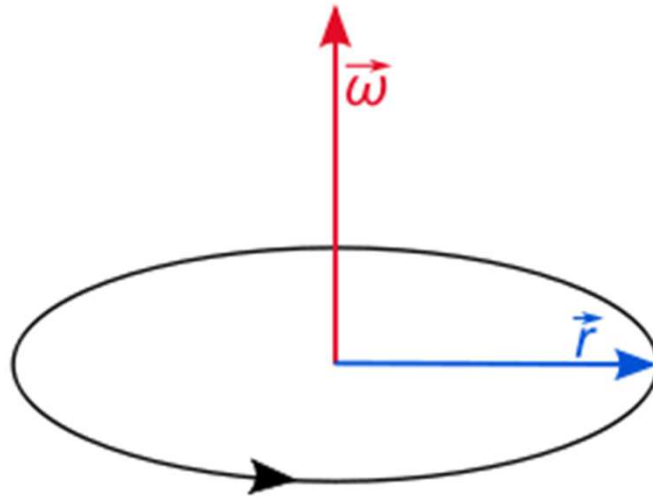
Velikost momentu síly

$$M = Fr \sin \alpha$$



Úhlová frekvence jako vektor

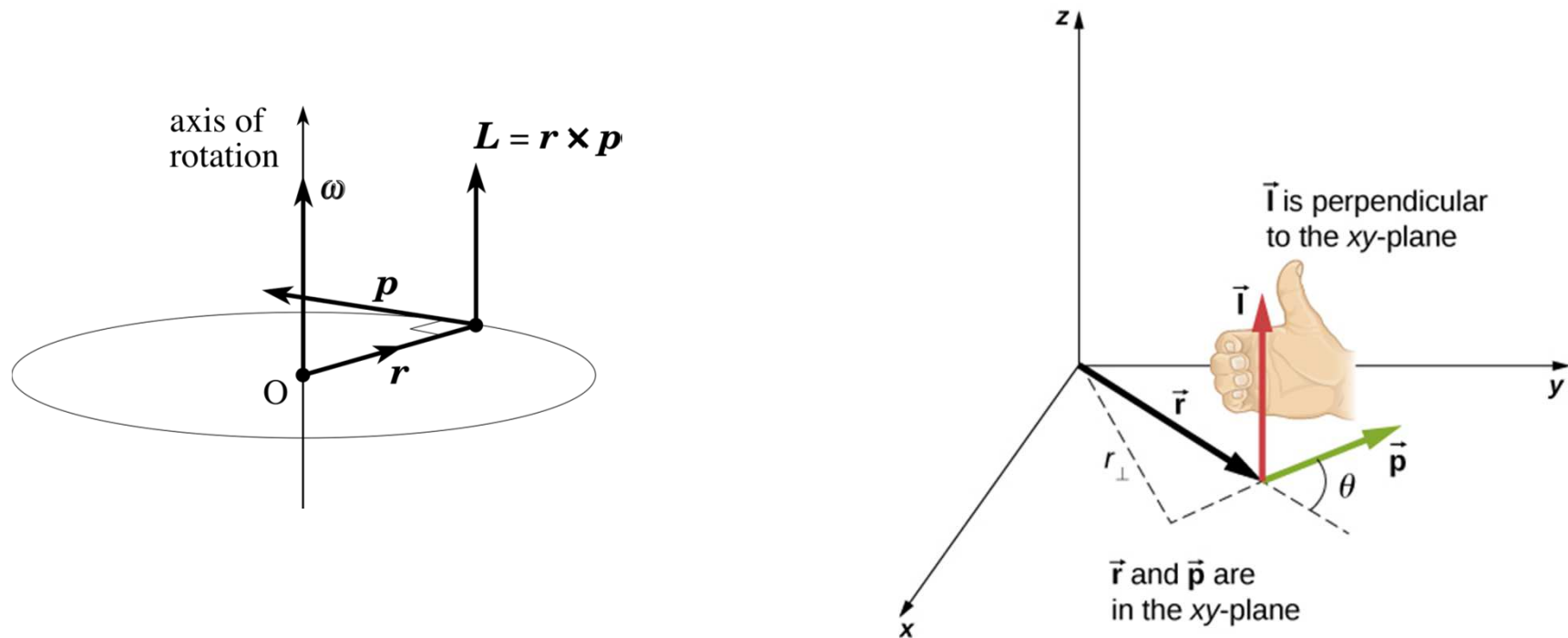
Pravidlo pravé ruky



Moment hybnosti

Velikost momentu hybnosti

$$b = rp \sin \alpha$$



Zákon zachování momentu hybnosti

Pro těleso na které nepůsobí moment síly je
konstantní moment hybnosti

$$\vec{M} = \vec{0} \implies \Delta \vec{b} = \vec{0}$$

Moment hybnosti SHB

$$\vec{B} = \sum \vec{b}$$



Moment hybnosti soustavy

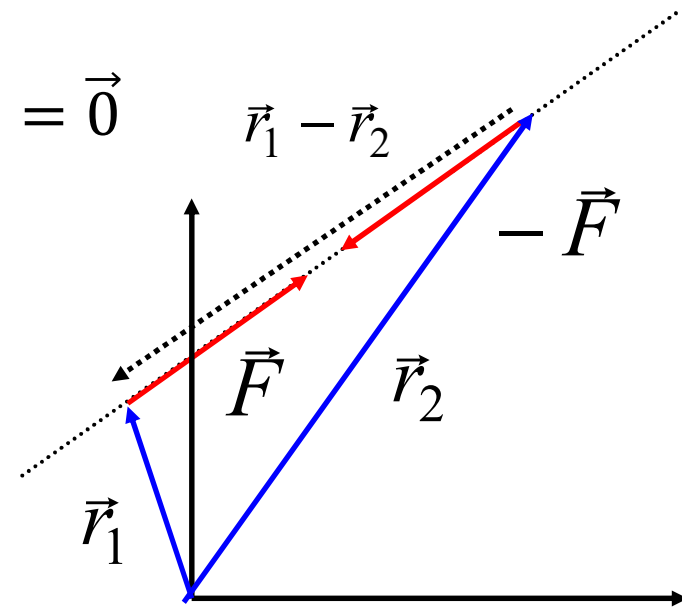
Druhá věta impulsová pro SHB - vnější a vnitřní síly

$$\sum \frac{d\vec{b}}{dt} = \sum (\vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnější}} + \vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnitřní}}) = \sum \vec{r} \times \vec{F}^{\text{vnější}}$$

Moment vnitřních sil

$$\vec{r}_1 \times \vec{F} + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \parallel \vec{F}$$

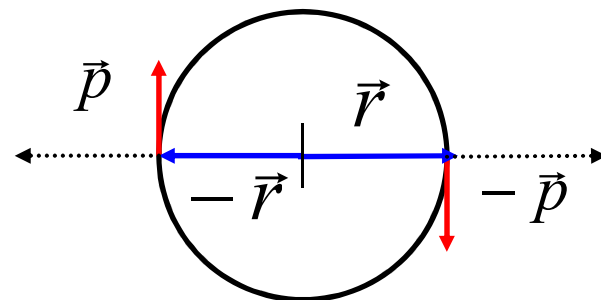


Zákon zachování momentu hybnosti pro SHB

Pro SHB kde všechny momenty síly vnějších sil jsou nulové je konstantní moment hybnosti (např. pro izolovanou soustavu HB)

$$\sum \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{B} = \vec{0}$$

Příklad: soustava 2 HB rotující kolem společného středu



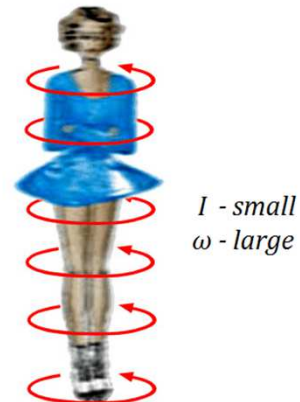
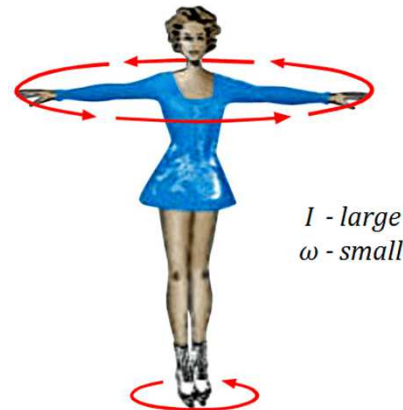
$$\sum \vec{p} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{b} \neq \vec{0}$$



Příklady ZZMH

Piruety bruslařů,
 otáčení kol,
 gyroskop atd.



Angular Momentum = Moment of Inertia \times Angular Velocity
 $L = I \times \omega$



Hmotný střed - těžiště

Nahrazuje SHB jedním bodem se soustředěnou hmotností a silou

Pohybová rovnice pro SHB

$$\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$$
$$\sum_i m_i \frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} \sum_i m_i \vec{r}_i = \left(\sum_i m_i \right) \frac{d^2\vec{r}_S}{dt^2}$$

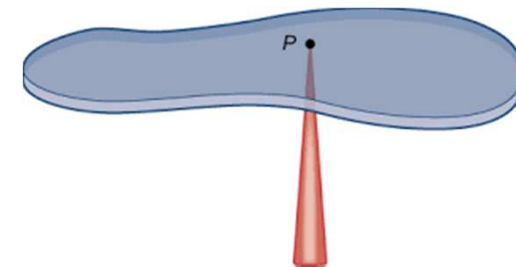
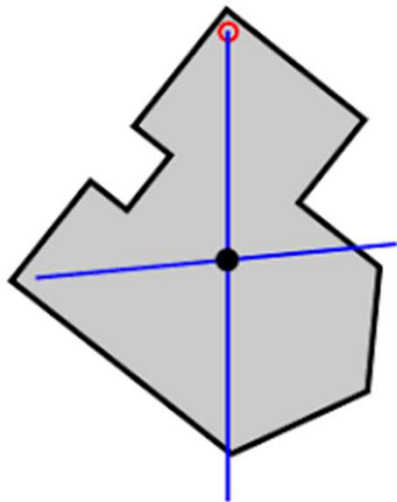
Hmotný střed

$$\vec{r}_S = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$



Rovnováha tělesa

Hmotný střed je někdy možné upevnit, těleso setrvává v rovnováze



Pohyb tělesa

Hmotný střed vykonává stejný pohyb jako HB, ale se soustředěnou hmotou celé SHB

