



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



Pevná tělesa

FYZ1 – Přednáška 10
HRW – kapitoly 10,13

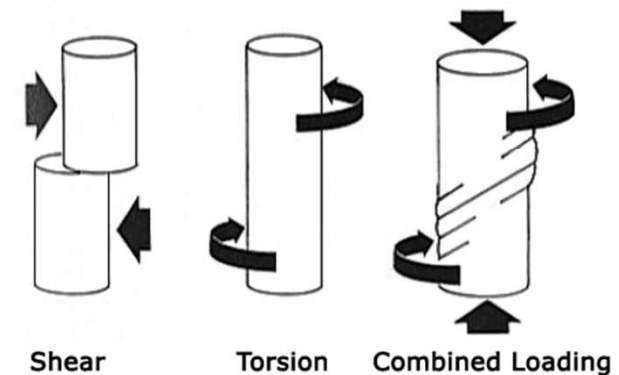
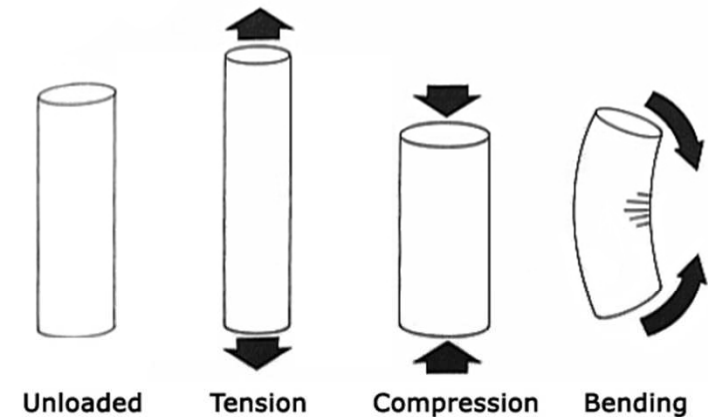
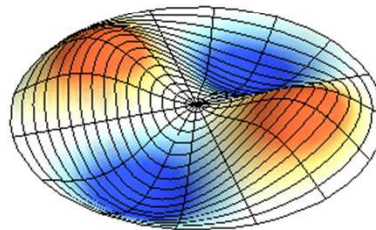
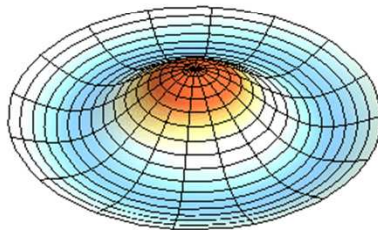


Elastické vlastnosti

Kontinuum – těleso
mění svůj tvar i rozměry

Čisté a složené deformace

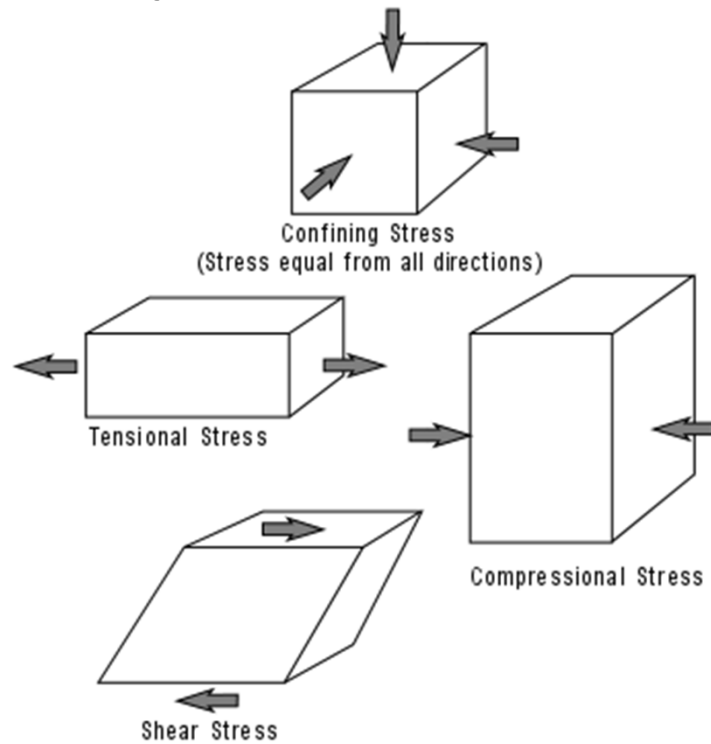
- Jednoosé
- Víceosé



Typy deformací

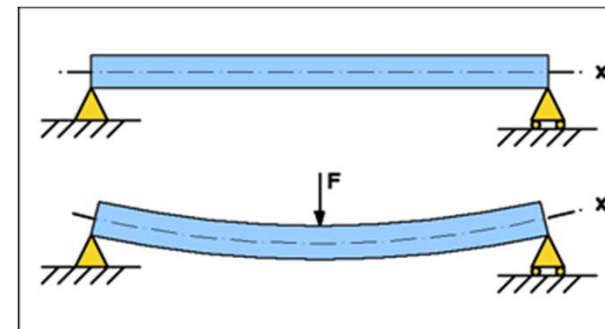
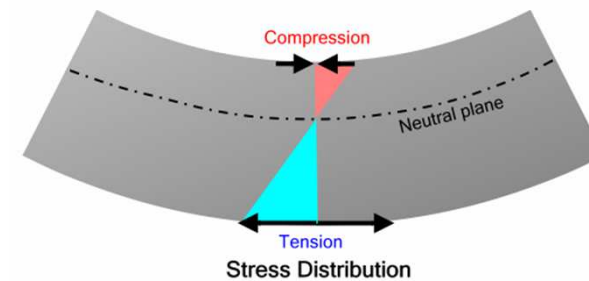
Tah - Tlak

Smyk



Ohyb

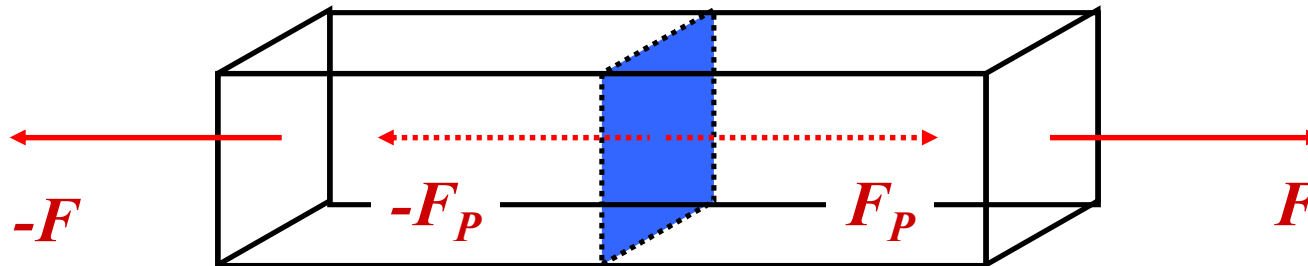
Krut (torze)



Síly pružnosti

Normálové napětí [Pa]

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

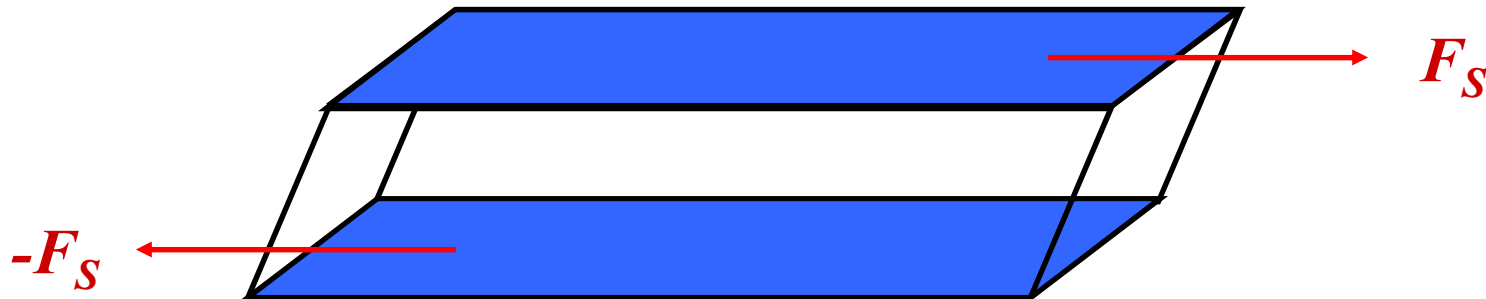


V rovnováze platí $F = F_P$

Síly pružnosti

Smykové napětí [Pa]

$$\tau = \frac{F_S}{S}$$

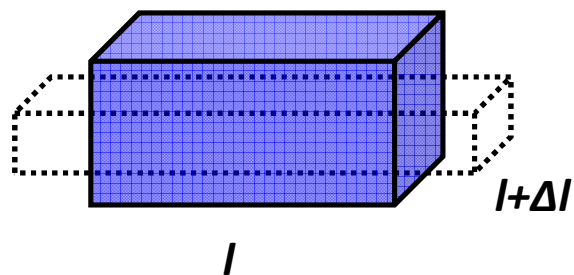


Mechanická deformace [%]

Relativní deformace - jednosměrná

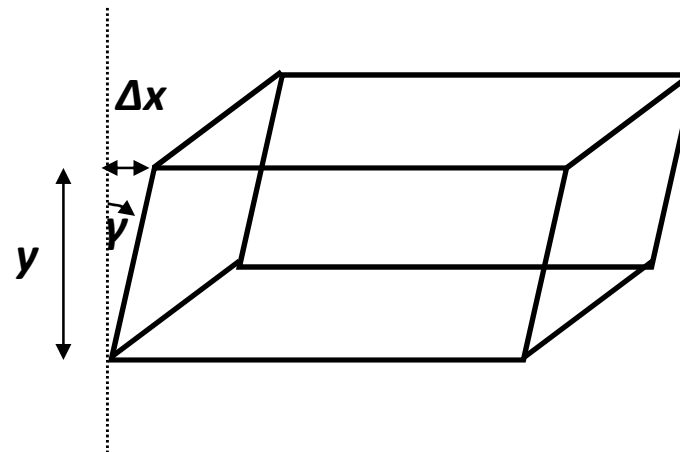
Podélná

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$



smyková

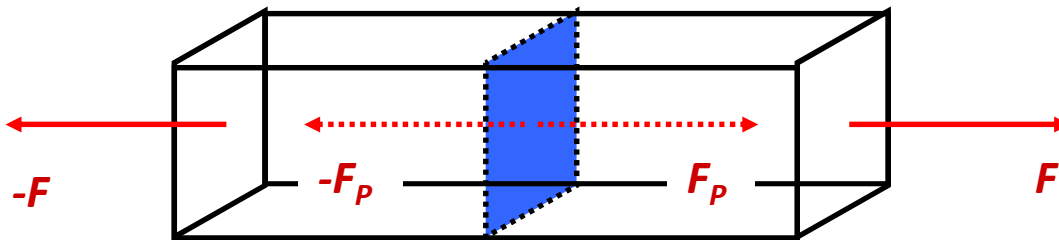
$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{\Delta x}{y}$$



Mechanické napětí [Pa]

Normálové napětí

$$\sigma = \frac{F_P}{S}$$



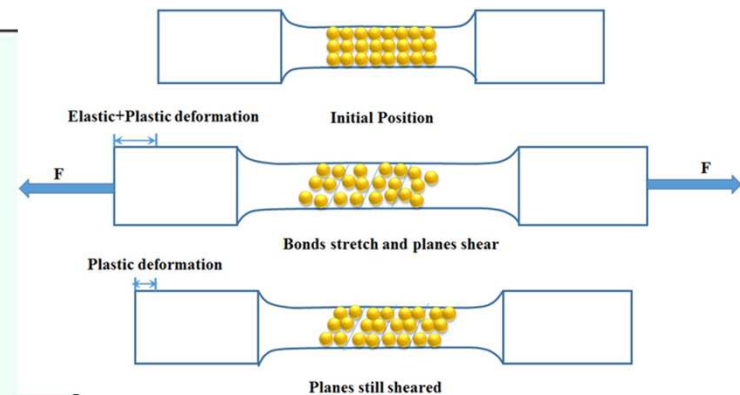
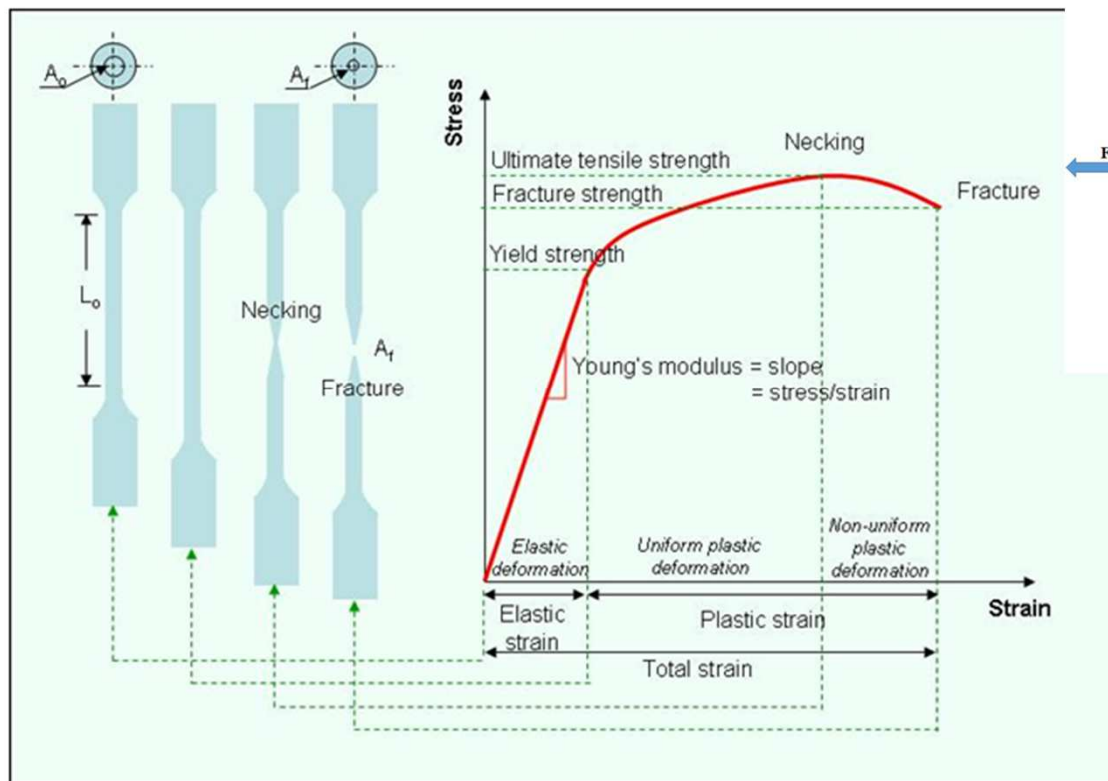
Smykové napětí

$$\tau = \frac{F_S}{S}$$



Křivka deformace

Vztah mezi napětím a deformací



Mez pevnosti

$$\sigma_m \approx 1 - 100 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$



Hookův zákon

Podélná a smyková deformace

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma \quad \gamma = \frac{1}{G} \tau$$

Modul pružnosti

- V tahu – E [GPa]
- Ve smyku – G [GPa]
- Poissonův ν [-]

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{\text{příčná}}}{\varepsilon_{\text{podélná}}}$$

$$0 < \nu \leq 0.5$$



Thomas Young
(*1773-†1829)

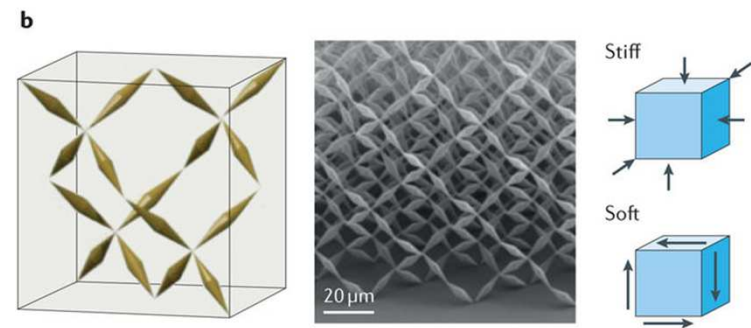
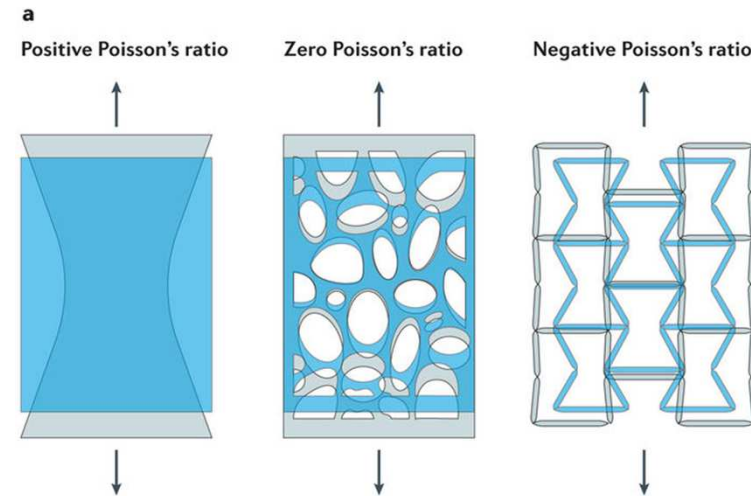
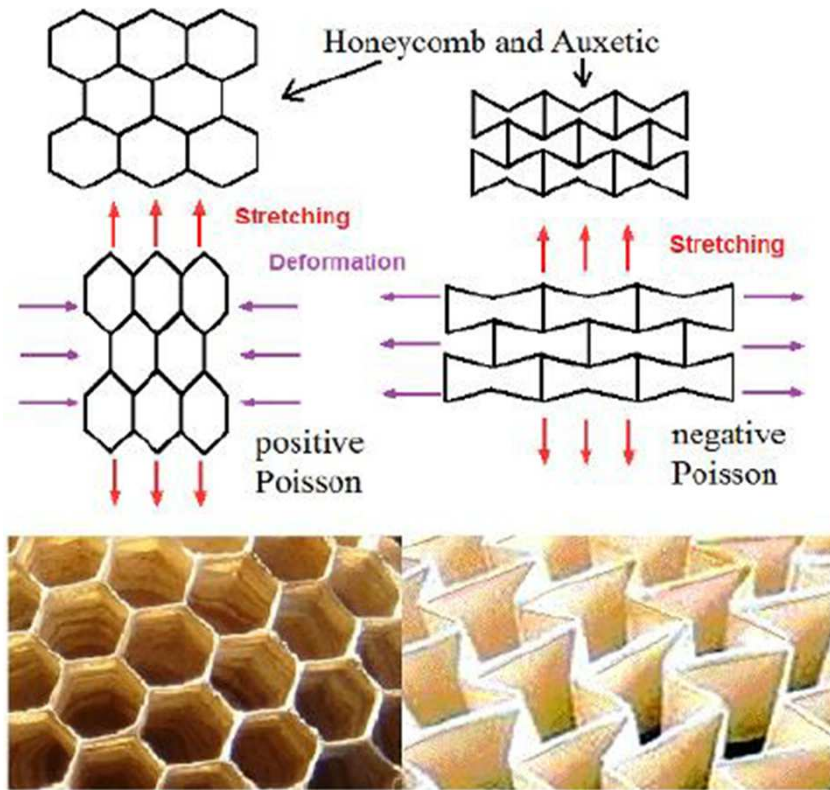


Simeon Denis Poisson
(*1781-†1840)



Poissonův modul v nehomogenních látkách

Kladný nebo záporný



Vztahy mezi moduly pružnosti

Příčná deformace

$$\varepsilon_{\text{podélná}} = \frac{1}{E} \sigma \qquad \varepsilon_{\text{příčná}} = -\frac{\nu}{E} \sigma$$

Poissonův modul pružnosti

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\text{příčná}}}{\varepsilon_{\text{podélná}}} \qquad 0 < \nu \leq 0.5$$

Vztah mezi moduly

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$



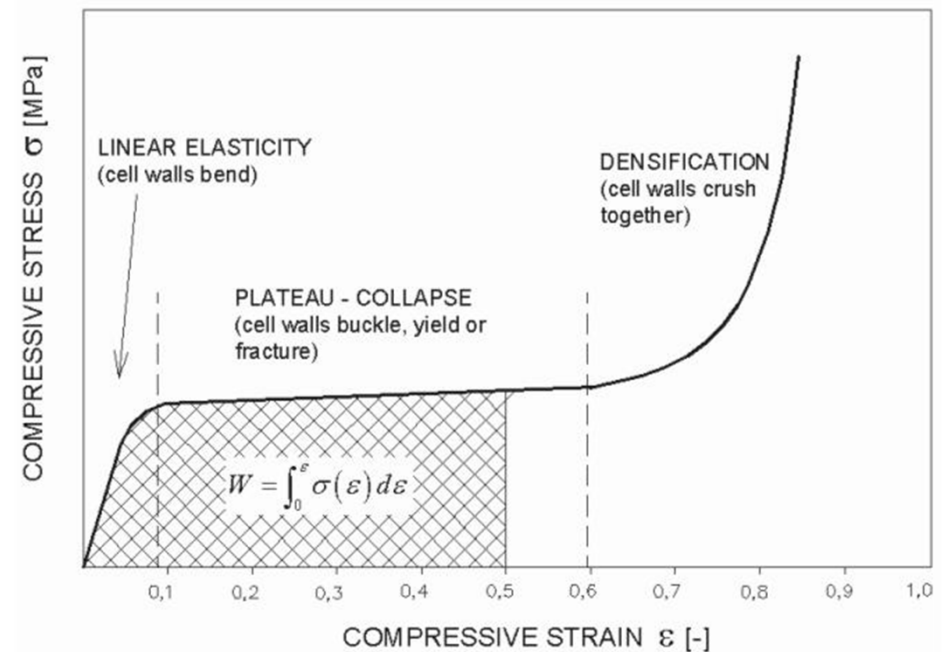
Velikost elastických modulů

	$E[10^{10}\text{Pa}]$	$G[10^{10}\text{Pa}]$	$\nu [1]$
Fe	21	8	0.29
C, vlákna	112	52	0.1

Energie deformovaného tělesa

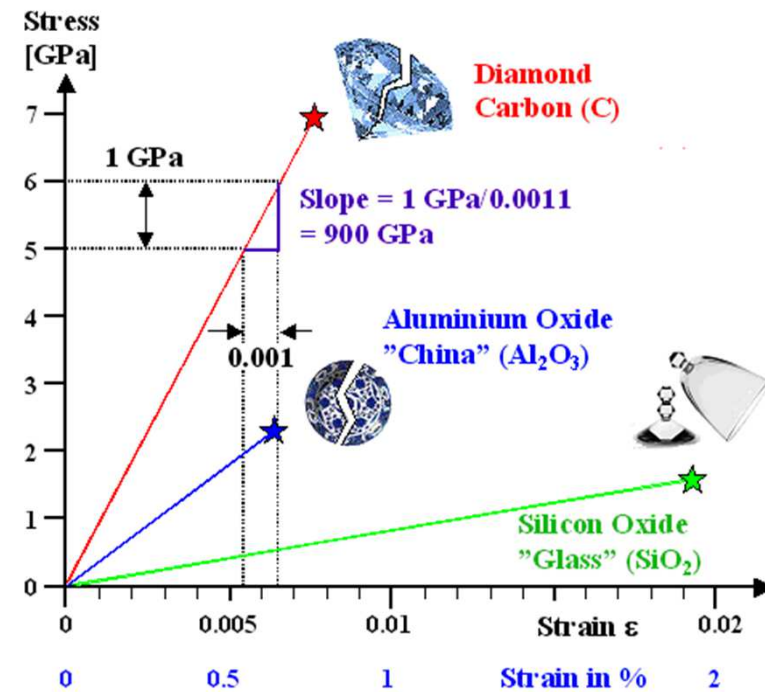
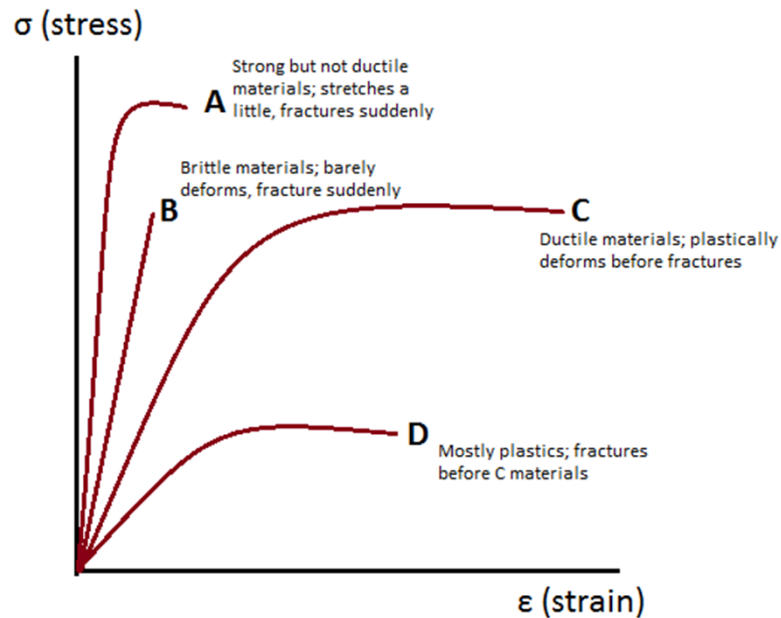
- Potenciální energie sil pružnosti

$$\begin{aligned}
 W &= \int F dl = V \int \frac{F}{S} \frac{dl}{l} = V \int \sigma d\varepsilon = V \int E \varepsilon d\varepsilon = \\
 &= \left[\frac{1}{2} V E \varepsilon^2 \right] = \left[\frac{1}{2} V \sigma \varepsilon \right]
 \end{aligned}$$



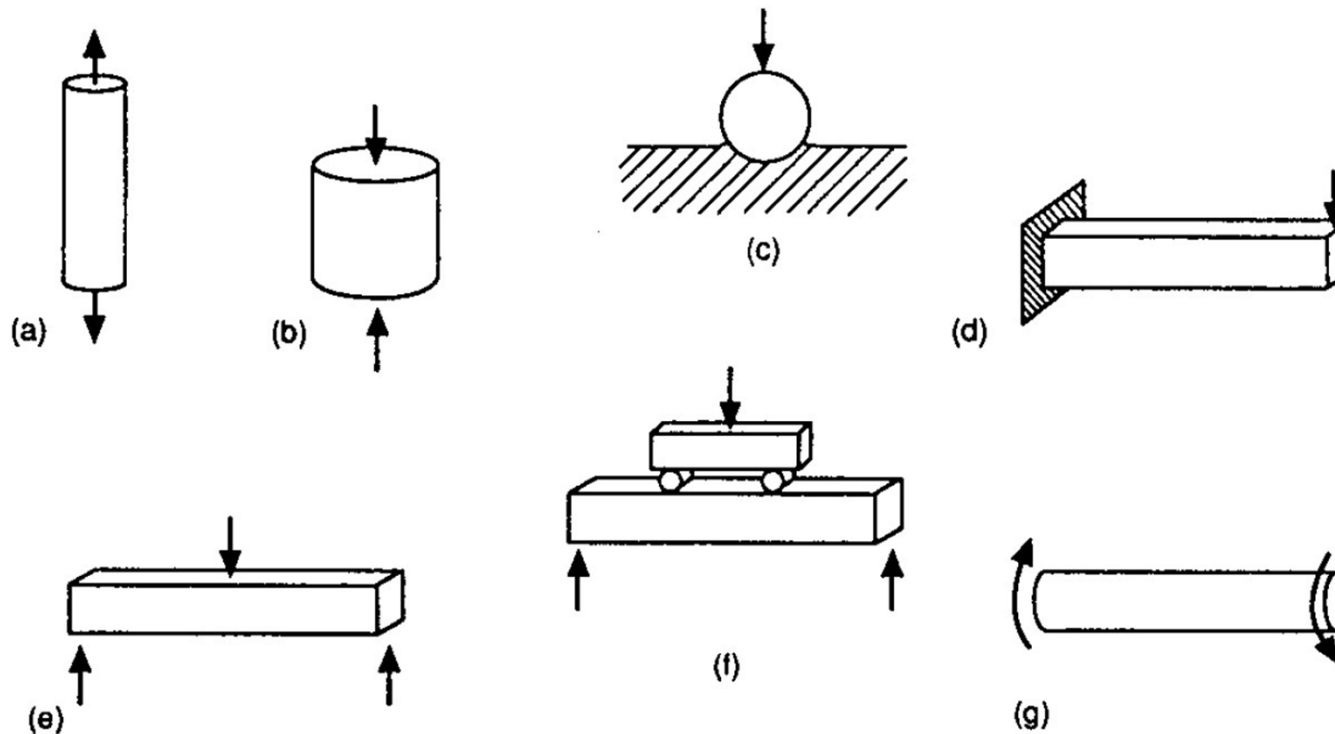
Křehký a tažný lom

Keramika a sklo – křehké, kovy - tažné



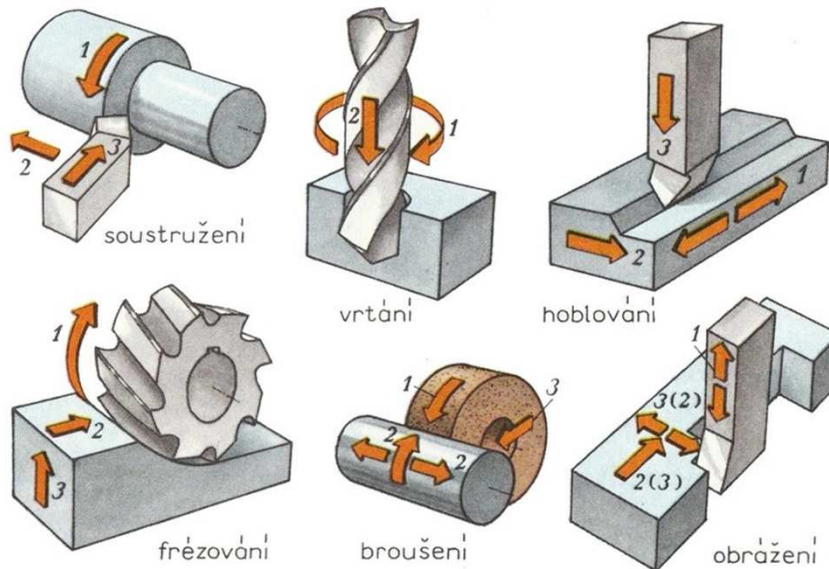
Mechanické testování materiálů

Testování standardizovaných vzorků na složené deformace – tah, tlak, ohyb, torze, povrchová tvrdost

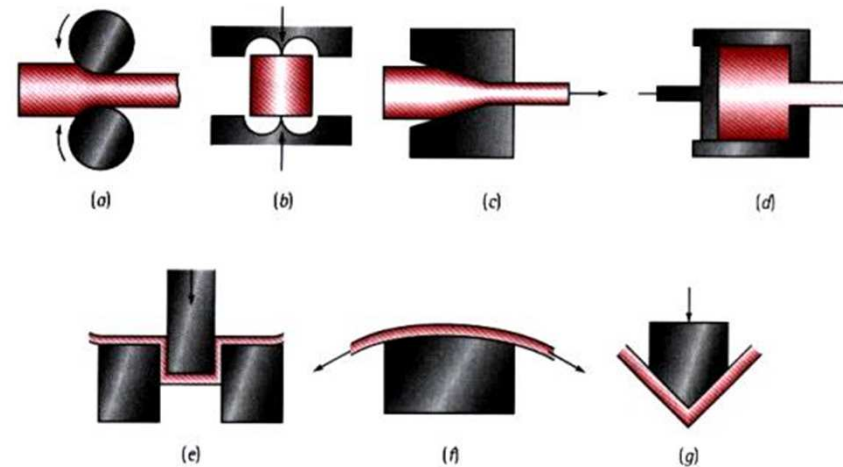


Obrábění a tváření materiálů

Obrábění
– na mezi pevnosti

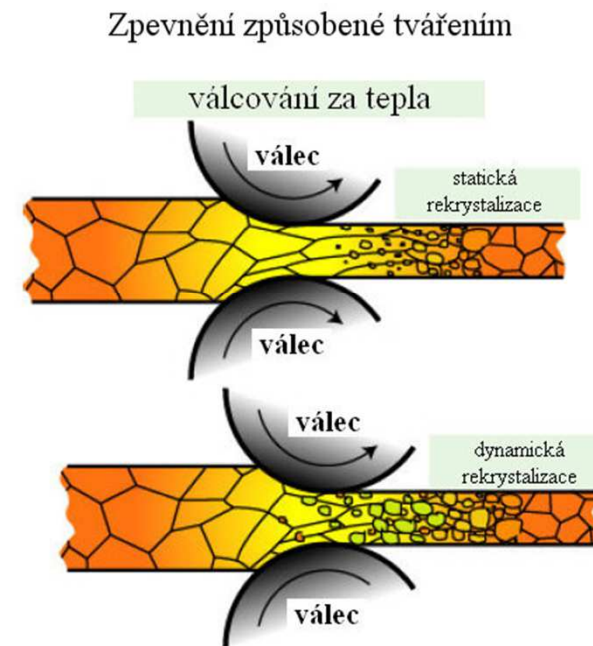
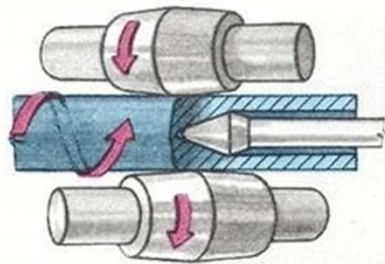


Tváření – plastická
oblast křivky deformace



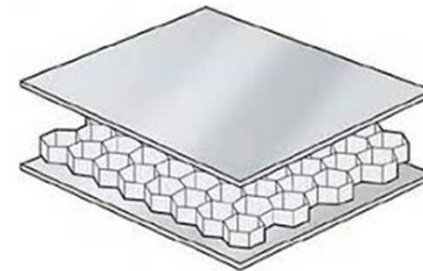
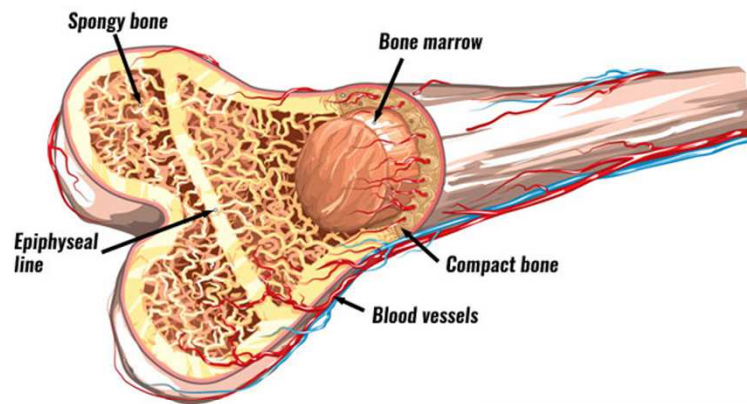
Mechanická pnutí v materiálech

Novinový papír, plastové folie, kovy po válcování,
tažení, ...



Tvarová pevnost

Vaječná skořápka, klenba, struktury s vícerozměrnou periodicitou, kompozity, dřevo, lamináty, papír atd.

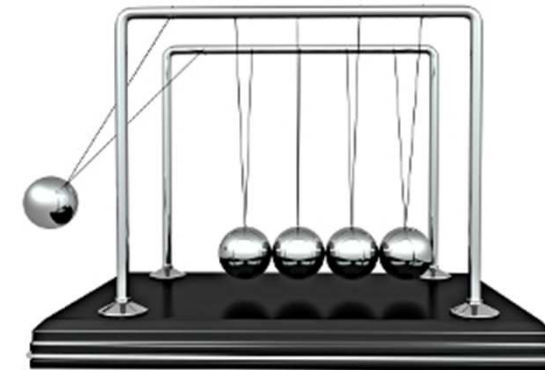
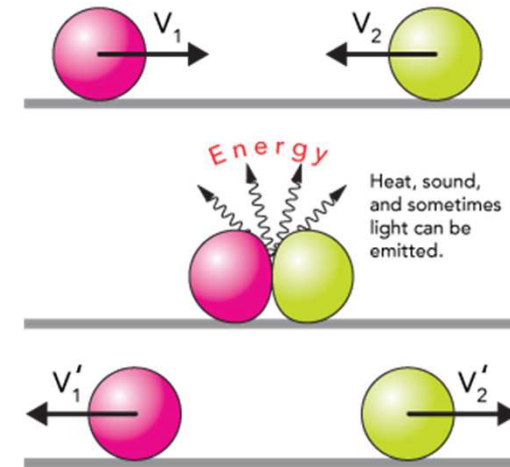
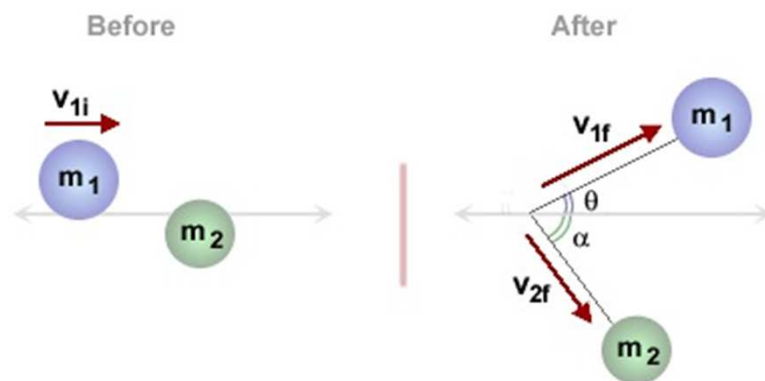


Rázy těles

Centrální x necentrální ráz

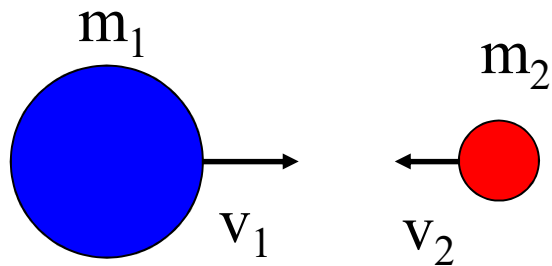
Ztráta energie ΔW

- Dokonale pružný ráz $\Delta W = 0$
- Dokonale nepružný ráz ΔW_{max}
- Obecný ráz $0 < \Delta W < \Delta W_{max}$

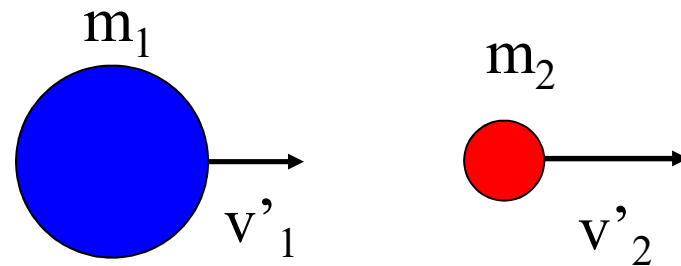


Dokonale pružný ráz

Před rázem



po rázu



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$



Dokonale pružný ráz

Rychlosti těles po rázu

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 - 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$
$$v_2' = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

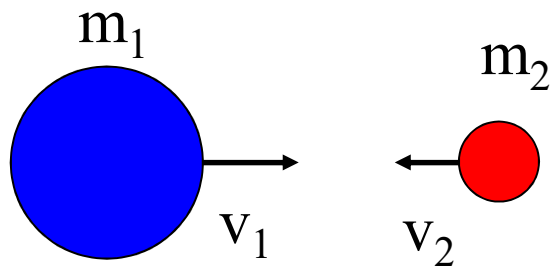
Zvláštní případ

$$m_1 = m_2 = m, v_2 = 0 \rightarrow v_1' = 0, v_2' = v_1$$

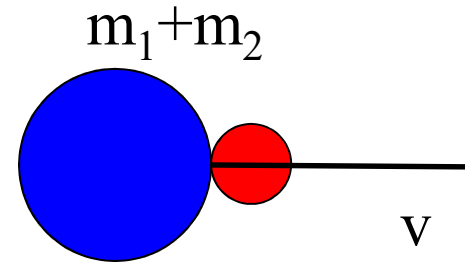


Dokonale nepružný ráz

Před rázem



po rázu



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$



Dokonale nepružný ráz

Ztráta energie

$$\begin{aligned}\Delta W &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} (v_1 + v_2)^2 \geq 0\end{aligned}$$

