



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



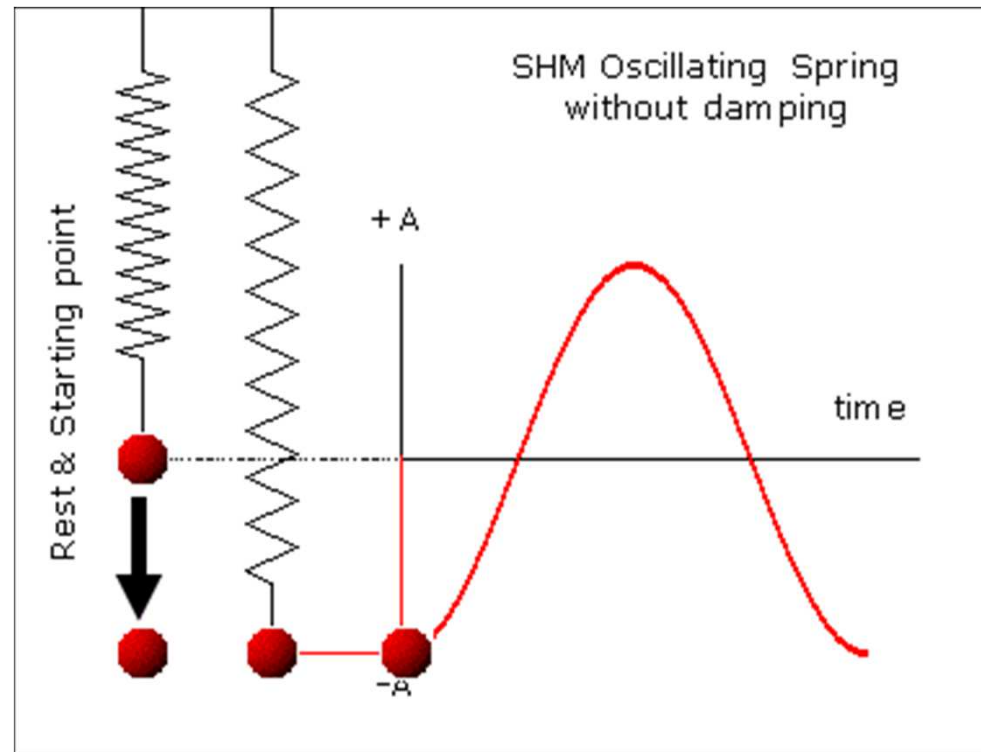
Kinematika kmitání

FYZ1 – Přednáška 12
HRW – kapitoly 16



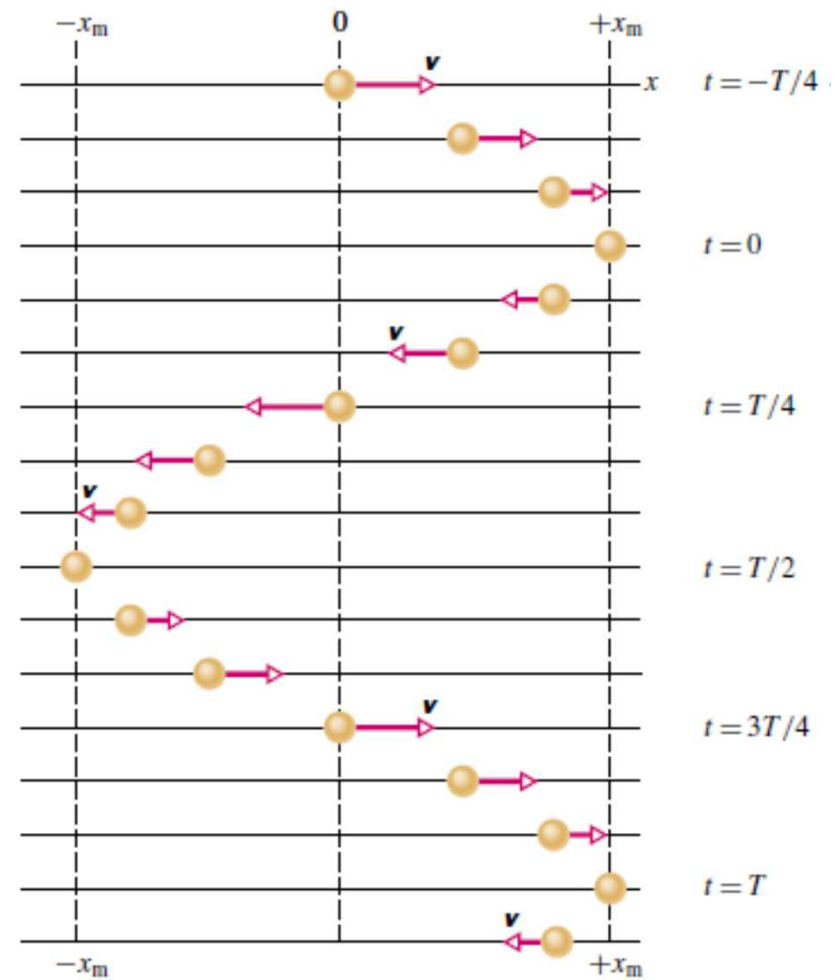
Kmitání

- Periodický, prostorově omezený pohyb
$$y = A \sin(\omega t + \varphi)$$



Kmitavý pohyb

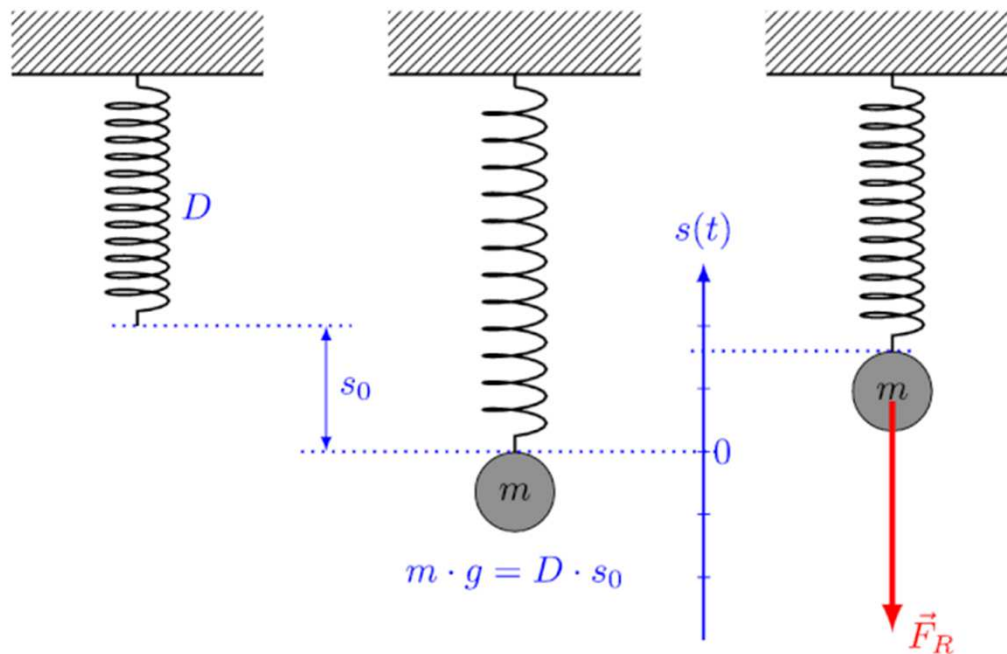
výchylka i rychlost
mění velikost i směr



(Lineární) harmonické kmity

(Lineární) harmonická síla

$$F = -ky$$



k ... tuhost pružiny
 y ... výchylka

Parametry netlumených kmitů

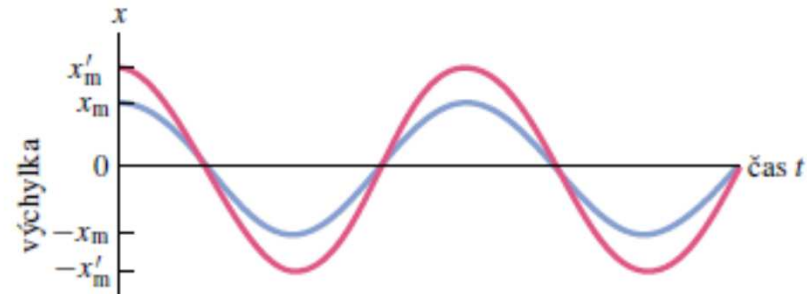
Řešení rovnice kmitů $y = A \sin(\omega t + \varphi)$

- Okamžitá výchylka - y
- Amplituda - A
- Úhlová frekvence – ω , frekvence - f
- Perioda – $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- Počáteční fáze - φ

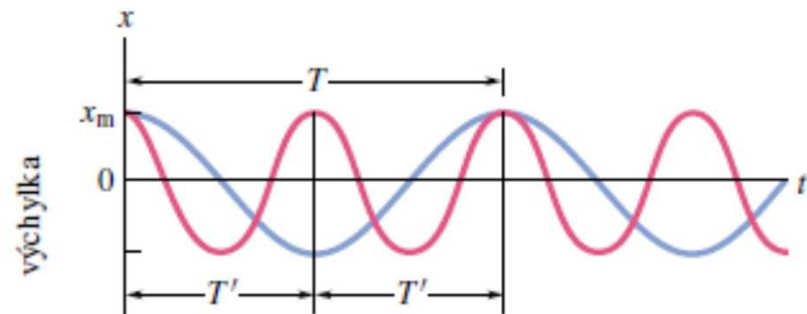


Parametry kmitů

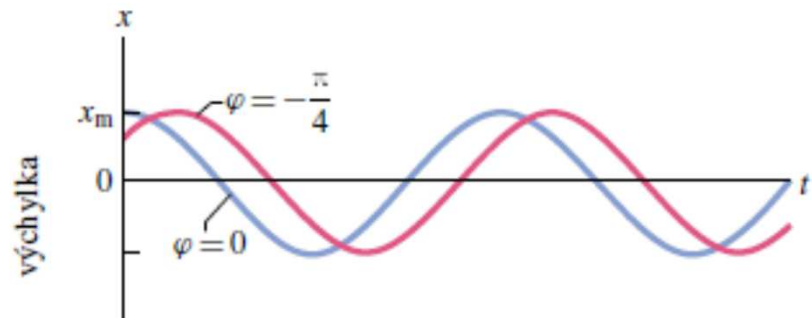
Amplituda



Perioda



Počáteční fáze



Rovnice volných netlumených harmonických kmitů

Pohybová rovnice pro harmonickou sílu

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0$$

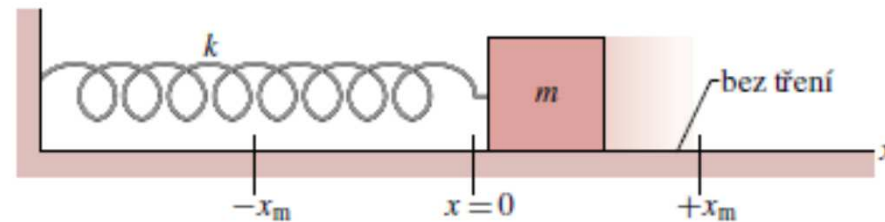
Obyčejná diferenciální rovnice 2.řádu

Úhlová frekvence

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$



Úhlová frekvence a perioda kmitů



- Úhlová frekvence

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Perioda

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Obecné řešení rovnice kmitů

Řešení rovnice kmitů obecně $y = A \sin(\omega t + \varphi)$

Dva neurčené parametry – A , φ

Nutné dvě počáteční podmínky, např. maximální výchylka a nulová rychlost

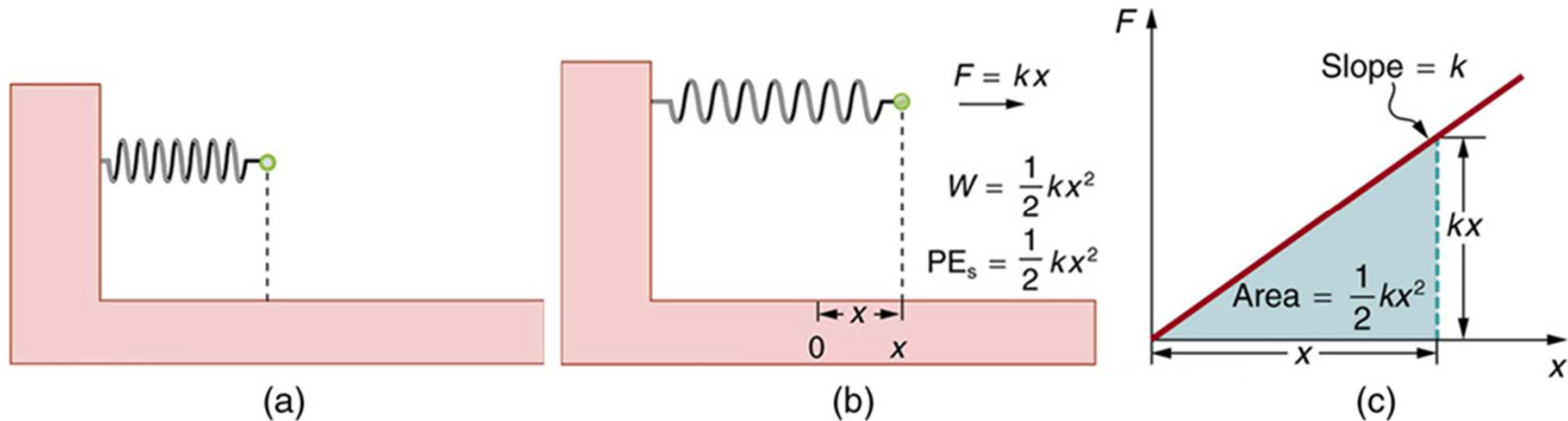
$$y(0) = A, y'(0) = 0$$

$$y = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos(\omega t)$$



Potenciální energie napnuté pružiny

Působí harmonická síla $F = -ky$



$$W_P = - \int_0^{y_0} F dy = \int_0^{y_0} ky dy = \frac{1}{2} ky_0^2$$



Odvození rovnice kmitů z kinetické a potenciální energie

- Kinetická energie kuličky

$$W_K = \frac{1}{2}mv^2$$

- Potenciální energie napnuté pružiny

$$W_P = \frac{1}{2}ky^2$$

- Zákon zachování energie – izolovaná soustava těleso
+ pružina

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = konst.$$



Rychlost a zrychlení kmitavého pohybu

- Výchylka $y = A \sin(\omega t + \varphi)$
- Rychlost

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = A\omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

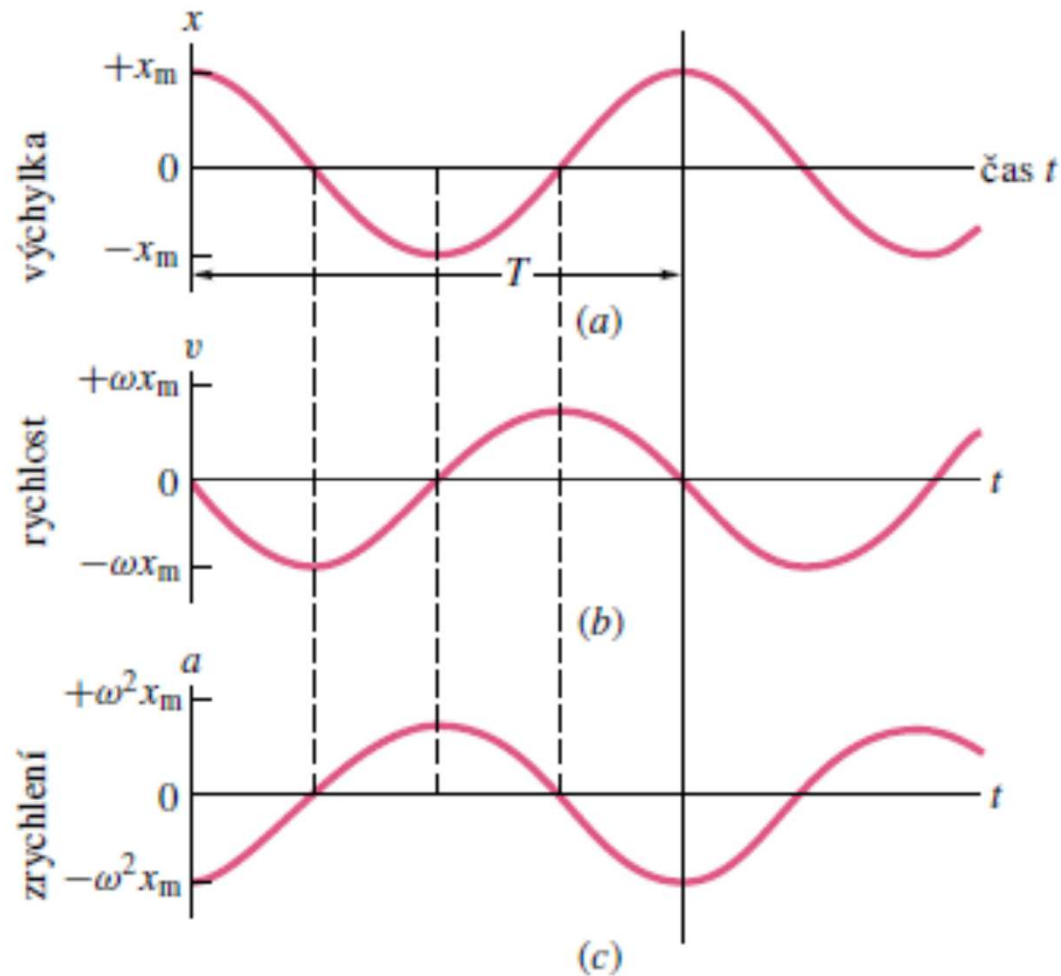
- Zrychlení

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \\ &= A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \end{aligned}$$

$$a = -\omega^2 y$$

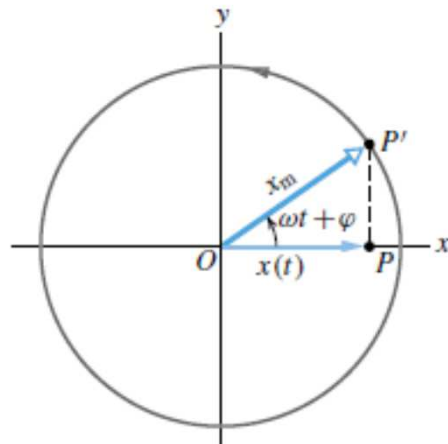


Poloha, rychlost a zrychlení

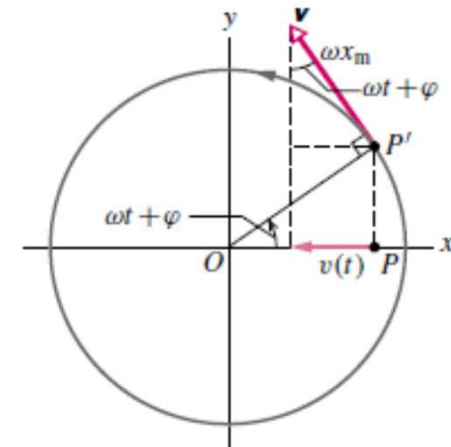


Analogie s pohybem po kružnici

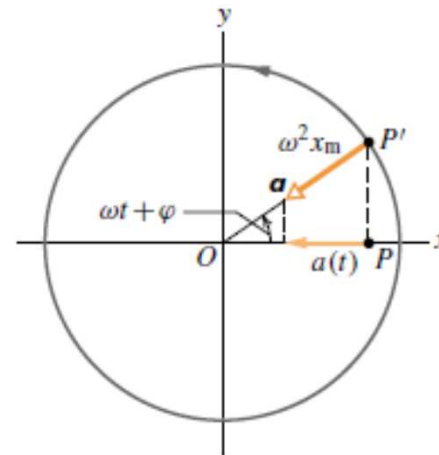
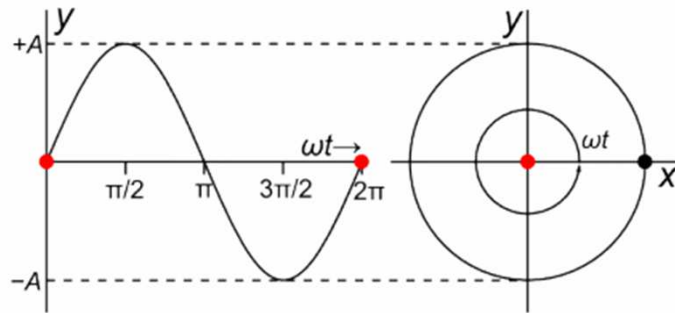
Poloha



Rychlost



Zrychlení



Energie kmitavého pohybu

Dvojnásobná frekvence!

- Kinetická

$$\begin{aligned}W_K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 (1 - \cos(2\omega t))\end{aligned}$$

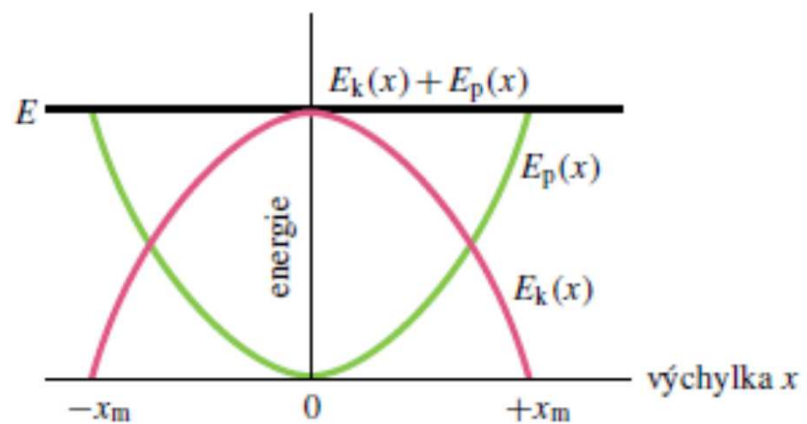
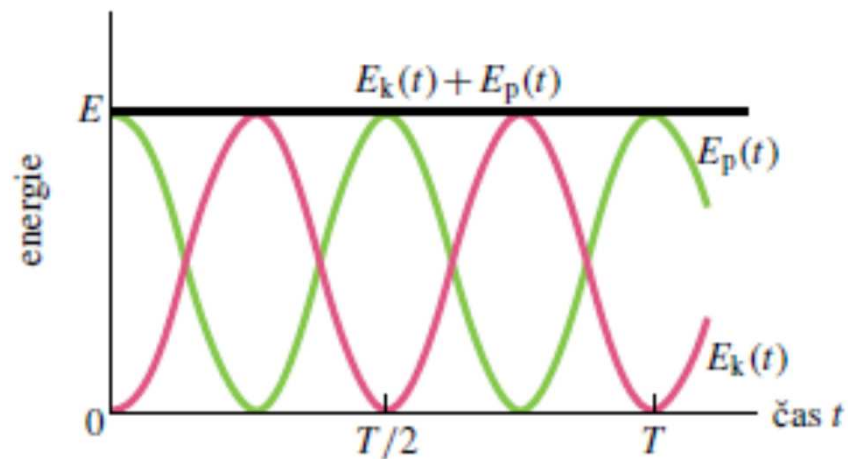
- Potenciální

$$W_P = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{4}kA^2 (1 + \cos(2\omega t))$$

Výchylka (pro jednoduchost) $y = A \cos(\omega t)$

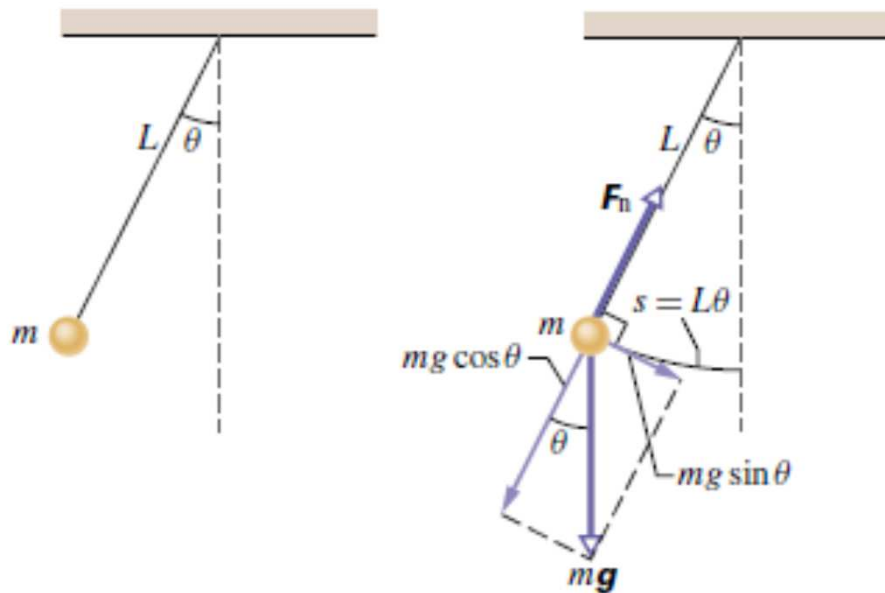


Energie kmitavého pohybu



Matematické kyvadlo

Hmotný bod na nehmotném závěsu



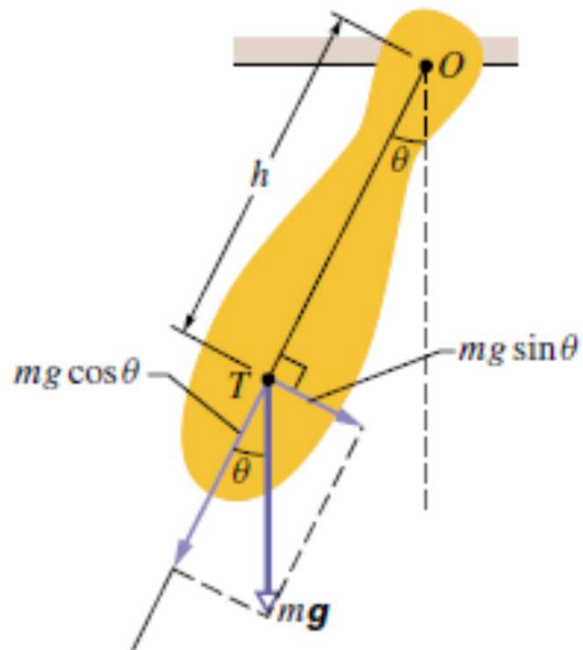
Perioda kmitu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Fyzické kyvadlo

Tuhé těleso zavěšené mimo těžiště



Perioda kmitu

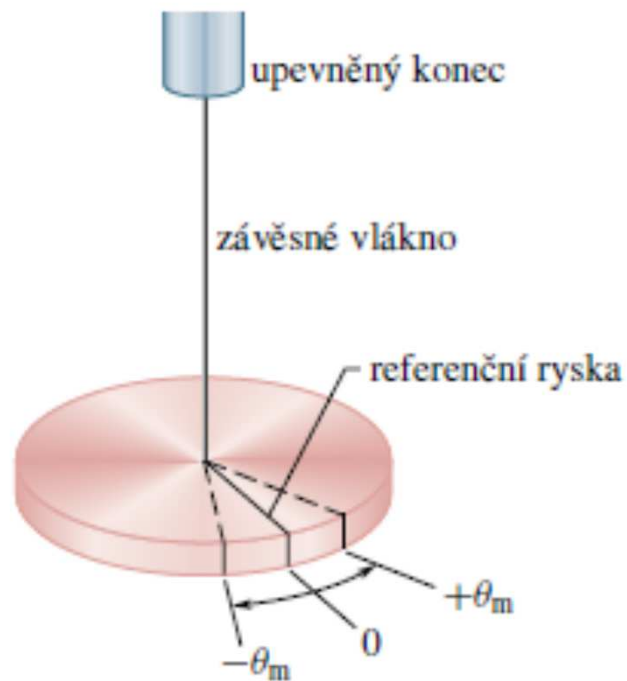
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

moment setrvačnosti I



Torzňí kyvadlo

Tuhé těleso na nehmotném závěsu



Perioda kmitu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$$

moment setrvačnosti I

torzní tuhost κ

moment síly

$$M = -\kappa\theta$$

