



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta mechatroniky, informatiky  
a mezioborových studií ■

## Elektrotechnika – příklady

Miroslav Novák  
Eva Konečná

Liberec 2014



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Zpracovali: Miroslav Novák, Eva Konečná  
Revizi úloh provedla: Eva Konečná  
Recenzent: Ondřej Tesař

© Miroslav Novák, Eva Konečná, Liberec 2014  
Technická univerzita v Liberci

1. vydání

**ISBN 978-80-7494-158-0**

**DOI 10.15240/tul/002/2014-11-005**

## Obsah

Předmluva.....	4
1. Základní veličiny v elektrotechnice .....	5
2. Řešení stejnosměrných obvodů .....	8
3. Střídavé obvody v ustáleném stavu .....	13
4. Trojfázová soustava.....	20
5. Magnetické obvody .....	22
6. Transformátory .....	24
7. Stejnosměrné stroje .....	25
8. Synchronní stroje.....	29
9. Asynchronní motory.....	31
10. Ostatní elektrické motory .....	34
11. Výkonová elektronika .....	36
12. Elektrické pohony strojů .....	38
Doporučená literatura .....	41

## Předmluva

Tato skripta jsou určena vysokoškolským a středoškolským studentům elektrotechniky v základních kurzech a dalším začátečníků v oboru. V této oblasti existuje nespočet vynikajících učebnic i sbírek příkladů, dostupných v knihkupectvích, knihovnách a na internetu. Účelem těchto skript není kopírovat stokrát publikované základní příklady. Záměrem bylo použít takové příklady, které mají základ v reálných elektrických zařízeních, se kterými se denně setkáváme. Úmyslem bylo zvýšit motivační složku výuky a přispět ke zvýšení všeobecných znalostí o elektrotechnice. Tedy pomoci studentům načerpat používanou terminologii a utvářet představu o velikosti obvodových veličin a energetických toků v konkrétních zařízeních. Z toho důvodu jsou zadání příkladů a postupy výpočtu rozsáhleji komentované. Na vhodných místech jsou vyvozeny zobecňující závěry.

Sbírka příkladů je omezena na základní výpočty. Až na výjimky se zabývá ustálenými stavy s obvodovými prvky se soustředěnými parametry. Důvodem je zaměření na začátečníky a tedy nutné zachování jednoduchosti.

První kapitola je zaměřená na propojení elektrotechniky řešící konkrétní obvody s fyzikálním pojetím teorie elektromagnetického pole a základních zákonů fyziky. Díky tomu je atypická vyššími nároky na znalosti. Nenechte se proto odradit hned v úvodu, a příklady raději projděte jen zběžně.

Další tři kapitoly se zabývají teorií řešení elektrických obvodů. Jejich cílem je zafixovat si používání Ohmova a obou Kirchhoffových zákonů. Také je zde prezentován koncept náhradních obvodů, tedy nahrazení reálného zařízení základními obvodovými prvky.

Pátá kapitola zaměřená na řešení magnetických obvodů je opět tématickou odbočkou. Na elektromagnetické indukci a magnetické Lorentzově síle je založena naprostá většina elektromechanických převodníků. Na druhou stranu patří magnetismus mezi velmi náročné partie fyziky. Návaznost na příklady v ostatních kapitolách je pouze v principiální rovině, proto je možné kapitolu při studiu přeskočit.

Ostatní kapitoly jsou zaměřeny na řešení výběru typu a řešení provozních stavů základních elektrických strojů. Příklady jsou zacíleny více na aplikaci hotových komerčních strojů a vlastní konstrukce a vnitřní poměry strojů jsou zařazeny jen jako doplněk, k vysvětlení chování stroje.

Některé příklady jsou počítány záměrně s větší přesností než bývá zvykem. Důvodem je pomoci studentům zvládnout správně i numerickou část výpočtů a nutit je používat moderní výpočetní metody namísto ručních kalkulaček.

Tento materiál vznikl na základě rešeršní práce kolegyně Evy Konečné, která také všechny příklady kontrolovala. Dík patří též recenzentovi Ondřeji Tesařovi za kontrolu a cenné připomínky.

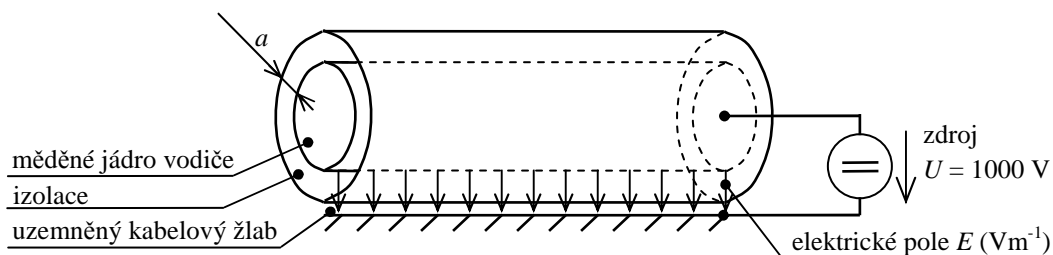
Miroslav Novák

Tento materiál vznikl za podpory evropského sociálního fondu v rámci projektu ESF CZ.1.07/2.2.00/28.0050 Modernizace didaktických metod a inovace výuky technických předmětů a státního rozpočtu české republiky.

# 1. Základní veličiny v elektrotechnice

Na triviálních příkladech si ukážeme jaký význam má napětí, proud, výkon a energie v elektrotechnice. Skladba příkladů je volena tak, aby propojila znalosti z teorie elektrického pole nabyté ve Fyzice s praktickými dopady na konstrukci elektrických zařízení.

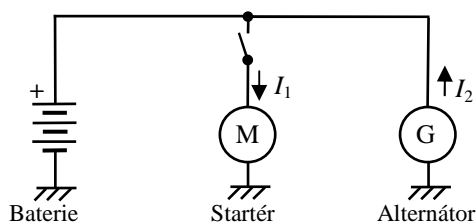
**Příklad 1** Určete tloušťku izolace  $a$  pro vodiče obvodu s pracovním napětím  $U = 1000 \text{ V}$ , jestliže je dlouhodobá elektrická pevnost izolantu  $E_p = 5 \cdot 10^5 \text{ Vm}^{-1}$ .



Obr. 1: Namáhání izolace vodiče elektrickým polem

Tloušťku izolace spočteme  $a = U/E_p = 1000/5 \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Potřebná tloušťka izolace je minimálně 2 mm. Elektrická pevnost (*dielectric strength*, někdy nazývána dielektrická pevnost) závisí na materiálu, rozložení elektrického pole v izolantu a klimatických podmínkách. Pro představu uvedme, že průrazné napětí vzduchu 3÷5  $\text{MVm}^{-1}$  (jako jednotku můžeme použít i lépe představitelný rozměr  $\text{kV/mm}$ , tedy 3÷5  $\text{kV/mm}$ ). U plastů používaných pro izolanty se pohybuje elektrická pevnost podle typu materiálu 10÷60  $\text{MVm}^{-1}$ . Všimněme si, že v příkladu je uvedena dlouhodobá elektrická pevnost, která bývá 20 až 50krát menší než fyzikální hodnota elektrické pevnosti. Velikost napětí tedy přímo určuje materiál a tloušťku izolace.

**Příklad 2** Při startování automobilu se akumulátor částečně vybíjí. Po sepnutí obvodu prochází startérem proud 120 A. Jak dlouho byl startér sepnut, jestliže se akumulátor při jízdě nabíjí proudem 6 A do původního stavu za 1,25 min.?



Obr. 2: Propojení autobaterie se startérem a alternátorem

Dobu sepnutí startéru snadno určíme z rovnosti nábojů během vybíjení  $Q_1$  a nabíjení  $Q_2$ , který plyne ze zákona o zachování hmoty. Vztah proudů a náboje je  $I_1 = Q/t_1$ ,  $I_2 = Q/t_2$ .

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow t_1 = \frac{I_2 t_2}{I_1} = \frac{6 \cdot 75}{120} = 3,75 \text{ s.}$$

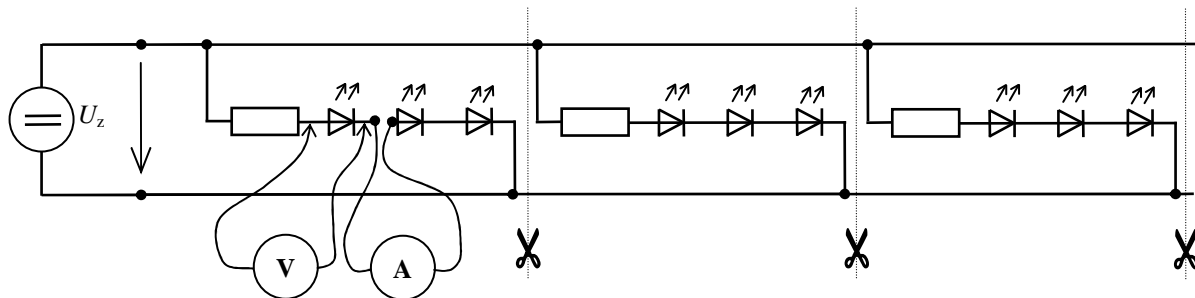
Obvod startéru byl sepnut po dobu 3,75 s.

**Příklad 3** Startovací autobaterie v osobním voze má kapacitu  $C = 40 \text{ Ah}$  (dokáže dodávat proud 40 A po dobu jedné hodiny). Jaká je teoreticky minimální hmotnost baterie  $m$ , pokud by se všechny atomy olova účastnili chemické reakce, tj. každý atom olova by uvolnil jeden

elektron. Hmotnost atomu olova je  $m_{\text{aPb}} = A_r m_u = 207,2 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} = 3,4416 \cdot 10^{-25}$  kg, elementární náboj je  $e = 1,602177 \cdot 10^{-19}$  C.

Náboj uložený v akumulátoru odpovídá kapacitě převedené na A.s, tedy  $Q = C = 40.3600 = 144\,000$  C. Počet elektronů je  $n = Q/e = 8,9878^{23}$ . Hmotnost olova  $m = m_{\text{aPb}} n = 3,4416 \cdot 10^{-25} \cdot 8,9878^{23} = 0,309$  kg. Baterie by vážila necelou třetinu kilogramu. Skutečná autobaterie váží cca 11 kg. Na olověné desky přitom připadá cca 6,5 kg, zbytek je váha elektrolytu, separátorů, vývodů a nádob. Při výpočtu jsme zanedbali ostatní chemické prvky účastnící se reakce vybíjení (záporná elektroda:  $\text{Pb} + \text{SO}_4^{2-} \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2e^-$ , kladná elektroda:  $\text{PbO}_2 + 4\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2e^- \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$ ). Ostatní prvky mají o řád nižší atomovou hmotnost, pokud chcete můžete si snadno dopočítat přesný výsledek.

**Příklad 4** Na obrázku je zachycena část obvodu osvětlovacího LED pásku se jmenovitým napětím 12 V, s příkonem 9,6 W/m. Pásek je možno zkracovat na potřebnou délku v naznačených místech. Naším úkolem je zjistit příkon jedné diody a energii, kterou odebere tato dioda za rok trvalého svícení. Za tímto účelem jsme do obvodu zapojili voltmetr a ampérmetr. Jimi byly změřeny hodnoty  $\Delta U = 3,08$  V;  $I = 26,3$  mA.



Obr. 3: Schéma LED pásku a připojení měřidel

Příkon diody snadno spočteme ze vztahu pro výpočet stejnosměrného příkonu

$$P = UI = 3,08 \cdot 0,0263 = 81 \text{ mW.}$$

Odebraná energie je výkonem za čas, který musíme dosadit v sekundách

$$E = Pt = 0,081 \cdot 1.365.24 \cdot 60 \cdot 60 = 2,55 \text{ MJ.}$$

V elektrotechnice se často používá jako jednotka kilowatthodina. Do vztahu pro energii dosadíme výkon v kilowattech a čas v hodinách

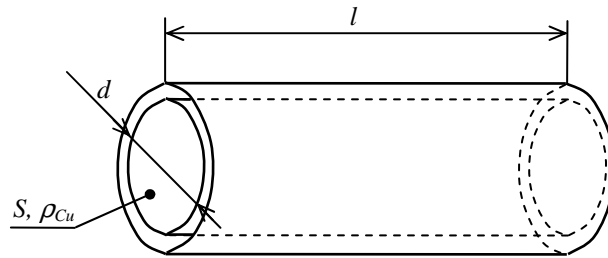
$$E = Pt = 0,000081 \cdot 1.365.24 = 0,71 \text{ kWh.}$$

Při ceně energie pro domácnosti (sazbě D25) Kč 4,50 spotřebuje jedna dioda při celoročním svícení energii v ceně  $m = Es = 0,71 \cdot 4,5 = 3,19$  Kč.

Tento LED pásek má osazeno 120 diod na metr. Jeden metr délky tedy spotřebuje při celoročním svícení energii v ceně

$$m = Esn = 0,71 \cdot 4,5 \cdot 120 = 383,16 \text{ Kč.}$$

**Příklad 5** Určete parametry vodiče, kterým je připojen ventilátor topení a klimatizace 1J1819021B vozu Škoda. Měděný (Cu) vodič má kruhový průřez o průměru  $d = 1,6$  mm a je dlouhý  $l = 1,8$  m. Určete jeho odpor R. Jaký je úbytek napětí na vodiči, proudová hustota a intenzita elektrického pole ve vodiči, protéká-li vodičem při chodu ventilátoru proud  $I = 10,6$  A?



Obr. 4: Geometrie vodiče

Odpor vodiče závisí na jeho geometrii a měrné vodivosti  $\rho$ , která je materiálovou konstantou a najdeme ji v tabulkách  $\rho_{Cu} = 16,9 \cdot 10^{-9} \Omega m$ . Odpor vodiče spočteme

$$R = \rho_{Cu} \frac{l}{S} = \rho_{Cu} \frac{4l}{\pi d^2} = 16,9 \cdot 10^{-9} \frac{4 \cdot 1,8}{\pi (1,6 \cdot 10^{-3})^2} = 15,1 \text{ m}\Omega .$$

Úbytek napětí na vodiči vypočteme z Ohmova zákona

$$\Delta U = RI = 0,0151 \cdot 10,6 = 0,160 \text{ V} .$$

Proudová hustota ve vodiči je měrným proudem na jednotku plochy

$$J = \frac{I}{S} = \frac{4I}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10,6}{\pi (1,6 \cdot 10^{-3})^2} = 5,27 \text{ Amm}^{-2} .$$

Maximální použitelná proudová hustota je omezena oteplením vodiče a teplotní degradací plastové izolace. Je to hlavní parametr podle kterého volíme průřez vodiče. V praxi se pohybuje v rozmezí  $2 \div 8 \text{ Amm}^{-2}$ .

Intenzita elektrického pole ve vodiči je za předpokladu homogenity pole ve vodiči

$E = U/l = 0,16/1,8 = 0,0891 \text{ Vm}^{-1}$ . Intenzita pole ve vodičích je malá a běžně ji v technických výpočtech elektrických zařízení nepoužíváme, na rozdíl od intenzity v izolacích, kde je limitujícím faktorem.

## 2. Řešení stejnosměrných obvodů

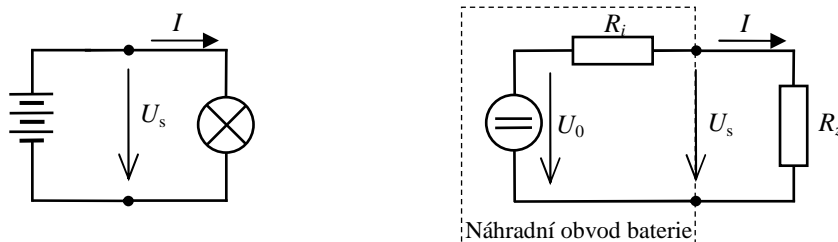
Pro správné pochopení elektrotechniky je klíčové zvládnutí zásad řešení obvodů. Základní principy se naučíme na stejnosměrných obvodech. Pro řešení nám postačí znalost Ohmova a obou Kirchhoffových zákonů. Příklady ještě doplníme o výpočet energetické bilance, tedy o výpočet výkonů.

**Příklad 6** Vypočítejte svorkové napětí  $U_s$  na žárovce ruční svítilny při svícení, skutečný příkon žárovky  $P$  a ztráty na vnitřním odporu baterie  $P_{R_i}$ . Ve svítilně je osazena žárovka Narva KP, jmenovité napětí  $U_n = 3,6$  V, jmenovitý příkon  $P_n = 2,7$  W, závit E10. Výpočet proveďte pro dva typy baterií: a) baterie sestavená s třemi běžnými zinko-uhlíkovými suchými monočládky AA (Eveready 1215) s nominálním napětím naprázdno  $U_0 = 1,5$  V a vnitřním odporem  $R_i = 500$  m $\Omega$ ; b) baterie sestavená ze tří dobíjecích akumulátorů NiMh o velikosti AA s napětím naprázdno  $U_0 = 1,2$  V a vnitřním odporem  $R_i = 50$  m $\Omega$  na článek.

Nejprve určíme odpor vlákna žárovky při nominálních podmínkách. Výpočet provedeme jednoduše ze vztahu pro výkon stejnosměrného obvodu a dosazením Ohmova zákona

$$P = U_n I = \frac{U_n^2}{R_z} \rightarrow R_z = \frac{U_n^2}{P_n} = \frac{3,6^2}{2,7} = 4,8 \Omega.$$

Pro jednoduchost budeme ve zbytku výpočtu předpokládat, že je tento odpor konstantní i při jiných podmínkách. Ve skutečnosti se odpor vlákna mění s měnící se teplotou, která je závislá na příkonu žárovky.



Obr. 5: Obvodové a náhradní schéma ruční svítilny

Nyní vyřešíme obvod podle obrázku. Baterie je popsána sériovým spojením ideálního zdroje napětí  $U_0$  a rezistoru reprezentujícího vnitřní odpor baterie  $R_i$ . Topologicky jde o obvod s jedním zdrojem a jednou větví zátěže, jejíž prvky jsou zapojeny sériově. Celkový odpor zátěže je pro baterii ad a)  $R_a = R_i + R_z = 3,0,5 + 4,8 = 6,3 \Omega$

a pro případ baterie ad b)  $R_a = R_i + R_z = 3,0,05 + 4,8 = 4,95 \Omega$ .

Dále určíme z Ohmova zákona proud obvodem  $I$ . Sériově zapojený obvod se vyznačuje tím, že celým obvodem prochází stejný proud, jak vyplývá ze zákona o zachování hmoty. Uvažujeme, že izolací vodičů a dalších součástí nemohou procházet žádné nabitě částice.

$I_a = U_{0a} / R_a = 3,1,5 / 6,3 = 0,7143$  A pro baterii ad a), respektive  $I_b = U_{0b} / R_b = 3,1,2 / 4,95 = 0,7273$  A.

Svorkové napětí žárovky  $U_z$  určíme jako úbytek napětí z procházejícího proudu  $I$  a odporu žárovky  $R_z$

$\Delta U_{za} = R_z I_a = 4,8 \cdot 0,7143 = 3,429$  V, respektive  $\Delta U_{zb} = R_z I_b = 4,8 \cdot 0,7273 = 3,491$  V pro případ ad b).

Příkon žárovky určíme



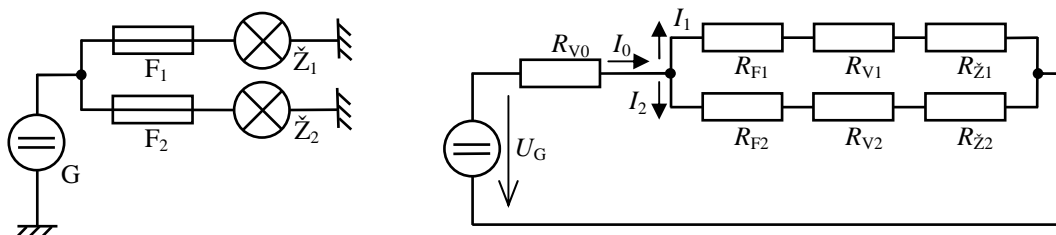
$P_a = \Delta U_{za} I_a = 3,429.0,7143 = 2,449 \text{ W}$ , respektive  $P_b = \Delta U_{zb} I_b = 3,491.0,7273 = 2,539 \text{ W}$ . Vidíme, že žárovka je v obou případech napájení lehce podžhavená a nedosahuje nominálního výkonu.

Ztráty můžeme určit například jako rozdíl výkonu dodávaného ideálním článkem  $P_{ID}$  a příkonu žárovky  $P_a$

$$P_{Ria} = P_{IDa} - P_a = U_{0a} I_a - P_a = 3.1,5.0,7143 - 2,449 = 0,765 \text{ W}, \text{ respektive}$$

$P_{Rib} = P_{IDb} - P_b = U_{0b} I_b - P_b = 3.1,2.0,7273 - 2,539 = 0,079 \text{ W}$ . Ztráty na vnitřním odporu jsou u dobíjecí baterie NiMh téměř desetkrát menší než u primárního článku zinek-uhlík.

**Příklad 7** Vypočítejte skutečné příkony žárovek obou potkávacích světlometů vozu Škoda Superb, dále určete ztráty na vedeních a pojistkách. Světlometry jsou osazeny standardními halogenovými žárovkami H7 s nominálním napětím  $U_n = 13,2 \text{ V}$  a příkonem  $P_n = 58 \text{ W}$ . Automobilové nožové pojistky  $10 \text{ A}$  s odporem  $R_{F1} = R_{F2} = 7,7 \text{ m}\Omega$ . Přívodní vodič od autobaterie k pojistkové skříňce  $R_{V0} = 65 \text{ m}\Omega$  tvoří odpor vodiče a přechodové odpory svorek baterie a konektorů v pojistkové skříňce. Obdobně jsou vyjádřeny vodiče od pojistkové skříňky k světlometům. V nich je zahrnut i odpor karosérie, která tvoří část vodivé trasy pro elektrický proud. Délka vodičů levého a pravého světlometu se liší, z důvodu nesymetrického umístění pojistkové skříňky  $R_{V1} = 0,215 \Omega$  a  $R_{V2} = 0,131 \Omega$ . Systém vozu je za jízdy napájen z alternátoru. Výstupní napětí alternátoru je udržováno regulátorem na konstantní úrovni  $U_G = 14,4 \text{ V}$ .



Obr. 6: Obvodové a náhradní schéma předních světlometů

Nejprve určíme odpor vlákna žárovky při nominálních podmínkách

$$P = U_n I = \frac{U_n^2}{R_z} \rightarrow R_z = \frac{U_n^2}{P_n} = \frac{13,2^2}{58} = 3 \Omega. \text{ V dalším výpočtu budeme uvažovat tento odpor za konstantní.}$$

por za konstantní.

Dále vyřešíme obvod podle náhradního schéma. Obvod má jeden zdroj a obecně propojenou zátěž. Výpočet provedeme postupným zjednodušováním odporové sítě. Při této metodě vyhledáváme v obvodu základní skupiny prvků zapojené čistě sériově nebo čistě paralelně. U takové skupiny vypočteme její celkovou rezistanci a pro další postup tuto skupinu nahradíme jedním odporem. V tomto případě nejprve nahradíme sériovou větev  $R_{F1}, R_{V1}, R_{Z1}$  její celkovou rezistancí  $R_1$

$$R_1 = R_{F1} + R_{V1} + R_{Z1} = 0,0077 + 0,215 + 3 = 3,2227 \Omega.$$

Shodně vypočteme náhradní rezistanci  $R_2$  pro sériovou větev druhého světlometu

$$R_2 = R_{F2} + R_{V2} + R_{Z2} = 0,0077 + 0,131 + 3 = 3,1387 \Omega.$$

V této fázi je vhodné si obvod překreslit a zaměnit sloučené skupiny za jeden výsledný náhradní prvek. Z nového schéma poznáme, že nyní obsahuje čistě paralelní skupinu se dvěma prvky náhradních rezistancí  $R_1$  a  $R_2$ . U nahrazení paralelní skupiny jedním výsledným prvkem

sčítáme převrácené hodnoty odporů. Výsledkem bude náhradní rezistance obou větví obvodu  $R_{12}$

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3,2227 \cdot 3,1387}{3,2227 + 3,1387} = 1,5901 \Omega.$$

V této fázi výpočtu si můžeme opět obvod překreslit. Obvod už je jednoduchý. Obsahuje pouze zdroj, odpory  $R_{V0}$  a  $R_{12}$ . Celkový výsledný odpor obvodu  $R_{012}$  dostaneme opět nahrazením sériové skupiny  $R_{V0}$  a  $R_{12}$

$$R_{012} = R_{V0} + R_{12} = 0,065 + 1,5901 = 1,6551 \Omega.$$

Obvod je teď triviální. Z Ohmova zákona vypočteme proud z autobaterie. V původním obrázku jde o proud  $I_0$

$$I_0 = \frac{U_G}{R_{012}} = \frac{14,4}{1,6551} = 8,7004 \text{ A}.$$

Nyní začneme postupovat opačně a vrátíme se zpětně od náhradních sdružených prvků k původním. K výpočtům použijeme Ohmův zákon a oba Kirchhoffovy zákony v základním tvaru. Začneme s úbytkem napětí na rezistoru  $R_{V0}$

$$\Delta U_{RV0} = R_{V0} I_0 = 0,065 \cdot 8,7004 = 0,5655 \text{ V}.$$

Z Kirchhoffova zákona určíme úbytek napětí na náhradní rezistanci  $R_{12}$

$$\Delta U_{R12} = U_G - \Delta U_{RV0} = 14,4 - 0,5655 = 13,8345 \text{ V}.$$

Proudy ve větvích obou svétlometů určíme aplikací Ohmova zákona. U paralelního zapojení platí, že napětí obou větví  $\Delta U_{R12}$  je stejné

$$I_1 = \frac{\Delta U_{R12}}{R_1} = \frac{13,8345}{3,2227} = 4,2928 \text{ A} \quad \text{a} \quad I_2 = \frac{\Delta U_{R12}}{R_2} = \frac{13,8345}{3,1387} = 4,4077 \text{ A}.$$

Z proudů můžeme vypočítat úbytky napětí na žárovkách

$$\Delta U_{RZ1} = R_{Z1} I_1 = 3,4 \cdot 4,2928 = 12,8785 \text{ V} \quad \text{a} \quad \Delta U_{RZ2} = R_{Z2} I_2 = 3,4 \cdot 4,4077 = 13,2231 \text{ V}.$$

Konečně můžeme spočítat příkon žárovek požadovaný v zadání

$$P_{Z1} = \Delta U_{RZ1} I_1 = 12,8785 \cdot 4,2928 = 55,2849 \text{ W} \quad \text{a}$$

$P_{Z2} = \Delta U_{RZ2} I_2 = 13,2231 \cdot 4,4077 = 58,2837 \text{ W}$ . Vidíme, že příkon levé a pravé obrysové žárovky se díky rozdílné délce vodičů liší cca o 5%. Porovnáme-li výsledek s nominálními parametry žárovky, dojdeme k závěru, že  $Z_1$  je mírně podžhavená a  $Z_2$  pracuje za optimálních podmínek.

Obdobně vypočteme ztráty na pojistkách

$$\Delta U_{RF1} = R_{F1} I_1 = 0,0077 \cdot 4,2928 = 0,0331 \text{ V}, \quad P_{F1} = \Delta U_{RF1} I_1 = 0,0331 \cdot 4,2928 = 0,1419 \text{ W} \quad \text{a}$$

$$\Delta U_{RF2} = R_{F2} I_2 = 0,0077 \cdot 4,4077 = 0,0339 \text{ V}, \quad P_{F2} = \Delta U_{RF2} I_2 = 0,0339 \cdot 4,4077 = 0,1496 \text{ W}.$$

Pojistky vždy představují díky svému principu ztrátový člen v řádech od desetin do jednotek wattů. Použití pojistek negativně ovlivňuje energetickou bilanci hlavně v obvodech s malým napětím a způsobuje problémy tam, kde požadujeme velmi vysokou účinnost.

Ztráty na vedeních můžeme vypočítat obdobně na všech třech částech  $R_{V0}$ ,  $R_{V1}$ ,  $R_{V2}$  nebo jako rozdíl výkonu zdroje  $P_G$  a příkonů žárovek  $P_{Z1}$ ,  $P_{Z2}$  a ztrát na pojistkách  $P_{F1}$ ,  $P_{F2}$

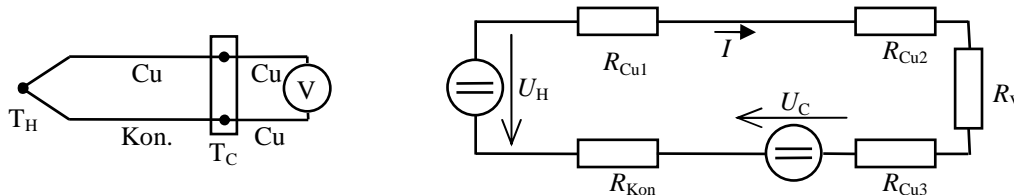
$$P_G = U_G I_0 = 14,4 \cdot 8,7004 = 125,29 \text{ W}.$$

$$\Delta P_V = P_G - P_{Z1} - P_{Z2} - P_{F1} - P_{F2} = 125,2876 - 55,2849 - 58,2837 - 0,1419 - 0,1496 = 11,427 \text{ W}.$$

Takto jsme spočetli sloučené ztráty na všech vedeních  $\Delta P_V$ , které činí 9,1% z celkového příkonu  $P_G$ .

Velikost ztrát na vedeních do 10 % je obvyklá při přepravě elektrické energie nejenom v automobilu, ale také v energetice a dalších oblastech. Ztráty ve vedeních můžeme snížit zvětšením průřezu vodičů, protože díky tomu klesne odpor vodičů.

**Příklad 8** Termočlánekový snímač teploty pracuje na principu Seebeckova jevu. Místo styku dvou různých kovů se chová jako zdroj napětí, které je úměrné teplotě spoje  $U = \alpha T$ . V našem případě použijeme jeden vodič z mědi (Cu) a druhý vodič z konstantanu (slitina Cu55Ni). Spojení těchto dvou vodičů má konstantu závislosti na teplotě  $\alpha = 41,5 \mu\text{V/K}$ . V měřicím obvodu podle obrázku musí být logicky dvě místa styku. Měřicí spoj je označený  $T_H$  a druhý konec, zvaný studený, je označen  $T_C$ . Studený konec se umísťuje do termostatické svorkovnice jejíž teplota je známá. K této svorkovnici je běžnými vodiči připojen voltmetr. Napětí na termočlátku je měřeno digitálním voltmetrem s vnitřním odporem  $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ . Vypočtete celkový úbytek napětí na vodičích obvodu pro případ délky termočlátku  $l = 30 \text{ m}$ , délku vodičů k voltmetru  $l = 1 \text{ m}$ , měřenou teplotu  $t_{TH} = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$  a teplotu studeného konce  $t_{TC} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Jak velkou chybu teploty způsobí úbytek napětí na vodičích? Průřezy všech vodičů jsou  $S = 0,22 \text{ mm}^2$ .



Obr. 7: Obvodové a náhradní schéma termočlátku

Nejprve vypočteme velikosti napětí na spojích z konstanty závislosti na teplotě. Při výpočtu musíme převést teplotu ze stupňů Celsia na Kelviny. Takže napětí na měřicím konci je

$$U_H = \alpha T = \alpha (t_{TH} + 273,15) = 41,5 \cdot 10^{-6} (1000 + 273,15) = 52,8 \text{ mV}.$$

A napětí studeného konce je

$$U_C = \alpha T = \alpha (t_{TC} + 273,15) = 41,5 \cdot 10^{-6} (20 + 273,15) = 12,2 \text{ mV}.$$

Všimněte si, že v náhradním schéma na obrázku je směr napětí  $U_C$  označen v protisměru  $U_H$ . Napětí termočlátku má totiž kladný směr ve směru materiálu Cu–Konstantan.

Nyní spočítáme odpory jednotlivých vodičů z jejich geometrie. Koeficienty rezistivity  $\rho$  nalezneme ve fyzikálních tabulkách.

$$R_{Cu1} = \rho_{Cu} \frac{l}{S} = 16,9 \cdot 10^{-9} \frac{30}{0,22 \cdot 10^{-6}} = 2,30 \Omega$$

$$R_{Kon} = \rho_{Kon} \frac{l}{S} = 5 \cdot 10^{-7} \frac{30}{0,22 \cdot 10^{-6}} = 68,18 \Omega.$$

Shodně vypočteme odpor přívodních vodičů voltmetru

$$R_{Cu2} = R_{Cu3} = \rho_{Cu} \frac{l}{S} = 16,9 \cdot 10^{-9} \frac{1}{0,22 \cdot 10^{-6}} = 0,08 \Omega.$$

Jelikož jde o elektrický obvod s více zdroji použijeme metodu postupného sestavování rovnic. V tomto případě má obvod pouze jedinou smyčku, proto bude rovnice jen jedna a to sestavená podle II. Kirchhoffova zákona

$$U_H - \Delta U_{R_{Cu1}} - \Delta U_{R_{Cu2}} - \Delta U_{R_V} - \Delta U_{R_{Cu3}} - U_C - \Delta U_{R_{Kon}} = 0.$$

Za úbytky napětí na rezistorech dosadíme z Ohmova zákona

$$U_H - R_{Cu1}I - R_{Cu2}I - R_V I - R_{Cu3}I - U_C - R_{Kon}I = 0$$

a z rovnice vyjádříme jedinou neznámou, kterou je proud

$$I = \frac{U_H - U_C}{R_{Cu1} + R_{Cu2} + R_V + R_{Cu3} + R_{Kon}} = \frac{0,0528 - 0,0122}{2,30 + 0,08 + 10^6 + 0,08 + 68,18} = 4,07 \cdot 10^{-9} \text{ A} .$$

Celkový úbytek napětí na vodičích  $\Delta U$  je součtem dílčích úbytků

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_{R_{Cu1}} + \Delta U_{R_{Cu2}} + \Delta U_{R_{Cu3}} + \Delta U_{R_{Kon}} = R_{Cu1}I + R_{Cu2}I + R_{Cu3}I + R_{Kon}I = \\ &= I(R_{Cu1} + R_{Cu2} + R_{Cu3} + R_{Kon}) = 4,07 \cdot 10^{-9} (2,30 + 0,08 + 0,08 + 68,18) = 2,87 \cdot 10^{-7} \text{ V} . \end{aligned}$$

S použitím konstanty termočládku určíme chybu teploty  $\Delta T_{CH}$  způsobenou odporem vodičů

$$\Delta T_{CH} = \frac{\Delta U}{\alpha} = \frac{2,87 \cdot 10^{-7}}{41,5 \cdot 10^{-6}} = 0,007 \text{ K} .$$

Chyba změřené teploty  $\Delta T_{CH}$  způsobená odporem vodičů měřicího obvodu termočládku je v řádu setin Kelvin. V praxi ji zanedbáváme, protože chyba termočládků způsobená ostatními vlivy se pohybuje v jednotkách Kelvin. Důležitým závěrem je, že délka termočládků může být i stovky metrů bez podstatné ztráty přesnosti.

### 3. Střídavé obvody v ustáleném stavu

V technické praxi se velmi často využívá střídavých harmonických průběhů (sinusových). K popisu časově proměnného napětí a proudu používáme většinou pouze konstanty určující amplitudu a frekvenci. Znalost převodů různých popisů a pochopení vztahu se skutečným střídavým signálem v obvodu je nutným předpokladem ke zvládnutí výpočtů střídavých obvodů.

Řešením střídavých obvodů se zabývá teorie elektrických obvodů. V minimalistickém přístupu v ní řešíme obvody za použití základních pěti obvodových prvků: rezistor, kapacitor, induktor, zdroj napětí a zdroj proudu. Pro řešení střídavých obvodů je nutné používat dynamické definice těchto prvků. To ovšem vede na řešení složitých soustav diferenciálních rovnic navíc s množstvím goniometrických funkcí. Tento přístup je pracný a prakticky řešitelný jen u nejjednodušších úloh a nebo s použitím softwarových simulačních programů (MicroCap, PSpice, Electronic WorkBench, ...). Proto zavádíme tzv. symbolicko-komplexní metodu. S jejím užitím převedeme diferenciální rovnice na rovnice algebraické ovšem s komplexními čísly, jejichž řešení je snadnější. Bohužel toto zjednodušení platí pouze za následujících podmínek: obvod je v ustáleném stavu, obvod je napájen harmonickými signály, v celém obvodu je shodná frekvence.

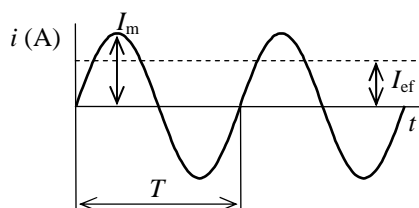
**Příklad 9** Vypočtete amplitudu střídavého proudu  $I_m$ , který prochází žárovkou o příkonu  $P = 60 \text{ W}$  při síťovém napětí  $U = 230 \text{ V}$ . Dále vypočtete velikost stejnosměrného proudu, pokud je žárovka připojena na stejnosměrné napětí  $230 \text{ V}$ .

Proud vypočteme ze vztahu pro činný příkon spotřebiče napájeného střídavým proudem  $P = UI \cos \varphi$ . Jelikož je žárovka čistě odporový spotřebič, tak víme, že na ní nedochází k fázovému posunu mezi proudem a napětím a tedy účinník  $\cos \varphi = 1$ . V tomto vztahu vystupují efektivní hodnoty napětí a proudu

$$I_{\text{ef}} = I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{60}{230 \cdot 1} = 0,2609 \text{ A}.$$

U harmonického proudu je přepočtení efektivní hodnoty na amplitudu

$$I_m = \sqrt{2} I_{\text{ef}} = \sqrt{2} \cdot 0,2609 = 0,3689 \text{ A}.$$



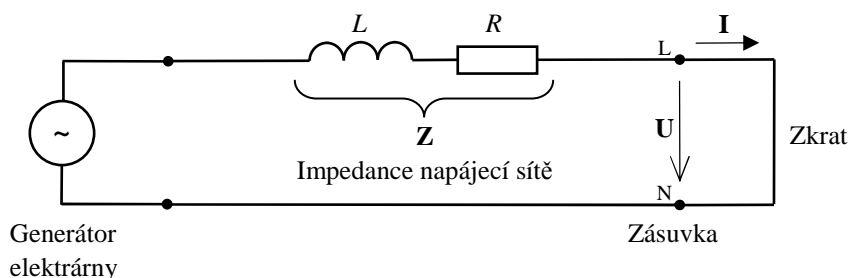
Obr. 8: Vztah efektivní hodnoty a amplitudy

Při stejnosměrném napájení žárovky použijeme vztah pro výpočet příkonu ve stejnosměrném obvodu

$$P = UI \rightarrow I = P/U = 60/230 = 0,2609 \text{ A}.$$

V obvodech s harmonickým (má sinusový průběh) napětím a proudem používáme efektivní hodnoty. Na první pohled jde o komplikaci. Důvodem je energetický pohled. Spotřebič napájený střídavým napětím o jisté efektivní hodnotě odebírá stejný proud (má i stejný příkon) jako by byl napájen stejnosměrným proudem.

**Příklad 10** Vypočítejte proud při zkratu v zásuvce laboratorního stolu v učebně EL1 budovy A. Impedance napájecí sítě byla změřena  $\mathbf{Z} = (0,303 + 0,230j) \Omega$ . Předpokládejte nominální hodnotu napětí a frekvence sítě.



Obr. 9: Náhradní obvod rozvodu elektrické energie

Impedanci sítě tvoří odpor a indukčnost vodičů od trafostanice k zásuvce, odpor a indukčnost sekundárního vinutí distribučního transformátoru v trafostanici a v kvadrátu převodu transformátoru  $p$  snížená impedance vedení od trafostanice k elektrárně. V případě kampusu Husova je trafostanice situována za budovou E a k budově A je vedeno 200 m kabelu a dalších cca 100 m kabelu je uvnitř budovy. Impedance sítě se dá změřit např. z poklesu napětí v zásuvce při připojení velké zátěže.

Výpočet zkratového proudu je jednoduchý a vychází z Ohmova zákona v komplexním tvaru

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{230}{0,303 + 0,230j} = (481,6 - 365,6j) \text{ A} .$$

Pro názornost převedeme výsledný proud do exponenciálního tvaru. Nejprve určíme z Pythagorovy věty amplitudu proudu

$$|\mathbf{I}| = \sqrt{\text{Re}^2(\mathbf{I}) + \text{Im}^2(\mathbf{I})} = \sqrt{481,6^2 + (-365,6)^2} = 604,6 \text{ A} .$$

Fázový posun proudu je

$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(\mathbf{I})}{\text{Re}(\mathbf{I})} = \arctan \frac{481,6}{-365,6} = -37,2^\circ .$$

Fázový posun proudu se měří od proudu k napětí. Záporné znaménko znamená, že proud je zpožděný v čase za napětím

$$\frac{\varphi}{360} = \frac{\Delta t}{T} \rightarrow \Delta t = \frac{\varphi T}{360} = \frac{-37,2 \cdot 1/50}{360} = -2,067 \text{ ms} .$$

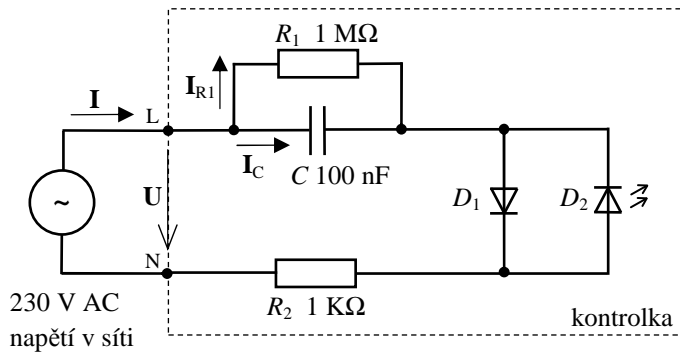
Normální velikost zkratového proudu v zásuvkových obvodech dosahuje od stovek ampér až k 10 kA.

**Příklad 11** Vypočítejte proud do LED diody kontrolky síťového napětí 230 V, 50 Hz a určete činný a jalový příkon obvodu kontrolky. LED dioda potřebuje ke svému provozu malý proud v řádu jednotek až desítek mA s malým napětím  $1,2 \div 3,2$  V podle typu diody, proto ji nelze připojit přímo ke střídavému napětí 230 V v rozvodné síti. Na obrázku je běžně používané zapojení se srážecím kondenzátorem. Pro jednoduchost při výpočtu LED diodu nahradíme zkratem. Dopustíme se tak chyby v řádu jednotek procent.

Budeme postupovat metodou postupného zjednodušování impedance obvodu. V tomto případě je to výhodné, protože jde o obvod s jedním zdrojem.

Obvod je napájen ze sítě s frekvencí 50 Hz, které odpovídá úhlová frekvence

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314,16 \text{ Hz} .$$



Obr. 10: Zapojení LED kontrolky síťového napětí

Nejprve nahradíme čistě paralelní skupinu  $R_1, C$

$$\mathbf{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j314,16 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = -3,183 \cdot 10^4 \Omega,$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{R1C}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_c} \rightarrow \mathbf{Z}_{R1C} = \frac{R_1 \mathbf{Z}_c}{R_1 + \mathbf{Z}_c} = \frac{10^6 \cdot (-3,183 \cdot 10^4)}{10^6 - 3,183 \cdot 10^4} = (1012,2 - 31799j) \Omega.$$

Po nahrazení diod zkratem zbývá už jen přičíst k impedanci hodnotu rezistoru  $R_2$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_{R1C} + \mathbf{Z}_{R2} = 1012,2 - 31799j + 1000 = (2012,2 - 31799j) \Omega.$$

Z Ohmova zákona vypočteme proud, který odebírá obvod kontrolky ze sítě. Sinusový průběh napětí bereme jako referenční a zavedeme si, že má nulový fázový úhel

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{230e^{j0}}{2012,2 - 31799j} = (0,456 + 7,204j) \text{ mA}.$$

Proud můžeme převést do exponenciálního tvaru

$$|\mathbf{I}| = \sqrt{\text{Re}^2(\mathbf{I}) + \text{Im}^2(\mathbf{I})} = \sqrt{0,456^2 + 7,204^2} = 7,219 \text{ mA},$$

$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(\mathbf{I})}{\text{Re}(\mathbf{I})} = \arctan \frac{0,456}{7,204} = 86,4^\circ. \text{ Kontrolka ze sítě odebírá proud } |\mathbf{I}| = 7,219 \text{ mA, kte-}$$

rý předbíhá napětí o úhel  $\varphi = 86,4^\circ$ , což odpovídá posunu sinusové vlny proudu před napětím o  $\Delta t = 4,80 \text{ ms}$ . Stejným proudem  $\mathbf{I}$  je napájena LED dioda  $D_2$ , protože je zapojena v sériové části obvodu. Proud LED diodou  $D_2$  prochází pouze v jedné půlvlně, v půlvlně s opačným směrem proudu prochází proud diodou  $D_1$ . Dioda  $D_1$  má funkci ochrany LED diody  $D_2$  proti nadměrné velikosti napětí v závěrném směru. LED diody se totiž vyznačují malou hodnotou průrazného napětí v závěrném směru  $U_{BR}$ .

Příkon obvodu spočteme s výhodou v komplexním tvaru. Komplexní příkon získáme součinem fázoru napětí a komplexně sdruženého proudu (otočí se znaménko u imaginární části)

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \mathbf{I}^* = 230(0,456 - 7,204j)10^{-3} = (0,105 - 1,657j) \text{ VA}.$$

Reálná část komplexního příkonu má význam činného příkonu  $P = 105 \text{ mW}$  a imaginární část příkonu jalového  $Q = 1,66 \text{ VAR}$ .

Na závěr se podíváme jak se na činném příkonu podílejí oba rezistory. Nejprve musíme určit úbytek napětí na rezistoru  $R_2$

$$\Delta \mathbf{U}_{R2} = R_2 \mathbf{I} = 1000(0,000456 + 0,007204j) = (0,456 + 7,204j) \text{ V}.$$

Proud rezistorem  $R_2$  je shodný s proudem  $\mathbf{I}$  odebíraným ze sítě. Příkon rezistoru  $P_{R2}$  je

$$\mathbf{S}_{R2} = \Delta \mathbf{U}_{R2} \mathbf{I}^* = (0,456 + 7,204j)(0,456 - 7,204j) = 52,1 \text{ mVA} = P_{R2}.$$

Rezistor  $R_2$  má v obvodu důležitou funkci omezení špičkového proudu po zapnutí obvodu. To je ale přechodný děj a ty zatím počítat neumíme.

Úbytek napětí na rezistoru  $R_1$  vypočteme z II. Kirchhoffova zákona

$$\Delta U_{R_1} = U - \Delta U_{R_2} = 230 - (0,456 + 7,204) = (229,54 - 7,204) \text{ V}.$$

Nyní stačí spočítat příkon

$$P_{R_1} = \frac{|\Delta U_{R_1}|^2}{R_1} = \frac{\left(\sqrt{229,54^2 + (-7,20)^2}\right)^2}{1^6} = 52,7 \text{ mW}.$$

Rezistor  $R_1$  slouží v obvodu k vybití kondenzátoru  $C$  po vypnutí obvodu.

Příkon LED, kterou jsme ve výpočtu zanedbali bude záviset na jejím napětí v propustném směru  $U_F$ . Dejme tomu že jde o červenou LED s  $U_{FD2} = 1,2 \text{ V}$ . Do vztahu pro příkon ještě započteme střihu signálu  $\delta$ , která vyjadřuje, že dioda svítí jen každou druhou půlvlnu střídavého proudu. Příkon LED pak bude

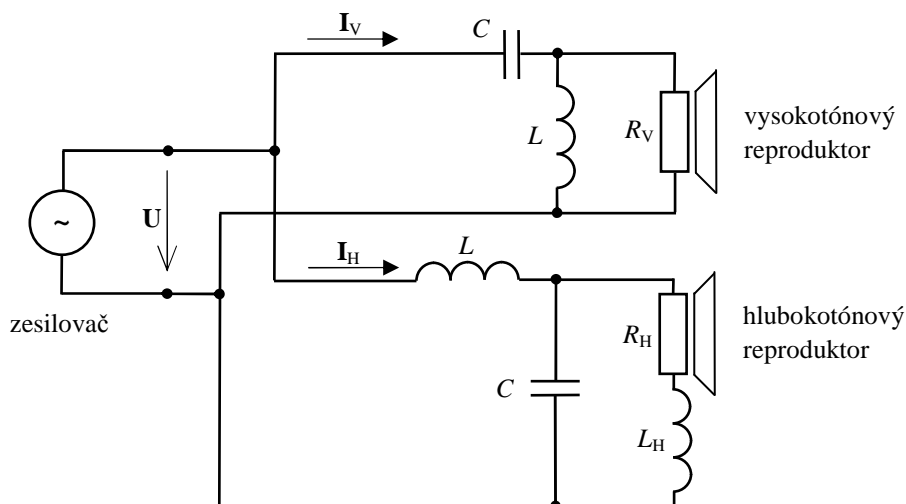
$$P_{D2} = U_{FD2} I \delta = 1,2 \cdot 7,219 \cdot 0,5 = 4,33 \text{ mW}.$$

Obdobně příkon ochranné diody  $D_1$ , která je standardní usměrňovací diodou s  $U_{FD1} = 0,7 \text{ V}$  je

$$P_{D1} = U_{FD1} I \delta = 0,7 \cdot 7,219 \cdot 0,5 = 2,53 \text{ mW}.$$

Porovnáme-li příkon LED s příkonem celého obvodu jde o rozdíl 2,6 %. To je chyba, které jsme se dopustili. Tato chyba se mění v lichých a sudých půlperiodách, podle přepínání diod.

**Příklad 12** Vypočítejte impedanci a proud tekoucí ze zesilovače do dvoupásmové reproduktorové soustavy ve frekvenčním pásmu  $100 \div 20\,000 \text{ Hz}$ . Výpočty proveďte odděleně pro každý reproduktor. Soustava je osazena hlubkovým reproduktorem ARN-188-05/4, který má stejnosměrný odpor kmitací cívky  $R_H = 3,5 \Omega$  a její indukčnost je  $L_H = 0,2 \text{ mH}$ . Vysokotónový reproduktor je typu ARV-104-04/4 s odporem kmitací cívky  $R_V = 4 \Omega$ . Indukčnost kmitací cívky u něj zanedbáme. Reproduktorová výhybka má za úkol oddělit výkon přenášený do reproduktorů podle frekvence tak, aby nízké frekvence směřovali do hlubokotónového reproduktoru a vysoké frekvence do vysokotónového. Výhybka je navržena jak dolní propust 2. řádu pro hlubokotónový reproduktor a horní propust 2. řádu pro vysokotónový. Každá část je tvořena cívkou a kondenzátorem. Dělicí frekvence je navržena na  $2,5 \text{ kHz}$ . Z ní byly určeny parametry kondenzátorů a tlumivek výhybky  $C = 10 \mu\text{F}$  a  $L = 0,39 \text{ mH}$ , které jsou v obou větvích stejné.



Obr. 11: Schéma zapojení reproduktorové výhybky



Jde o jednoduchý obvod s jedním zdrojem. Výpočet provedeme metodou postupného zjednodušování impedance. Podle zadání nejprve vypočteme odděleně horní větev pro vysokotónový reproduktor. Základní skupinou je zde paralelní zapojení reproduktoru  $R_V$  s tlumivkou výhybky  $L$ . Náhradní impedance této skupiny je

$$\frac{1}{Z_{R_V L}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{j\omega L} \rightarrow Z_{R_V L} = \frac{R_V j\omega L}{R_V + j\omega L},$$

kde  $j$  je komplexní jednotka a  $\omega = 2\pi f$  je úhlová rychlost daná frekvencí napájecího napětí  $U$  ze zesilovače. Vznikl triviální náhradní obvod složený z kondenzátoru výhybky  $C$  a právě vypočtené impedance  $Z_{R_V L}$ . Jde o sériové zapojení. Výsledná impedance vysokotónového reproduktoru s jeho výhybkou  $Z_V$  je

$$Z_V = Z_{R_V L C} = Z_{R_V L} + \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_V j\omega L}{R_V + j\omega L} + \frac{1}{j\omega C}.$$

Proud do horní větve napájející vysokotónový reproduktor je

$$I_V = \frac{U}{Z_V}.$$

Obdobně spočteme spodní větev pro hlubokotónový reproduktor. Situace je mírně odlišná, protože je u něj zadán nejen odpor kmitací cívky  $R_H$ , ale také její indukčnost  $L_H$ . Výchozí skupinou je právě náhradní obvod reproduktoru  $R_H L_H$ , který je zapojen sériově. Jeho impedance je

$$Z_{R_H L_H} = R_H + j\omega L.$$

Následuje sloučení  $Z_{R_H L_H}$  s kondenzátorem  $C$  výhybky. Nyní jde o paralelní kombinaci

$$\frac{1}{Z_{R_H L_H C}} = \frac{1}{Z_{R_H L_H}} + \frac{1}{j\omega C} \rightarrow Z_{R_H L_H C} = \frac{Z_{R_H L_H} \frac{1}{j\omega C}}{Z_{R_H L_H} + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Zbývá přidat impedanci tlumivky výhybky  $L$

$$Z_H = Z_{R_H L_H C L} = Z_{R_H L_H C} + j\omega L = \frac{Z_{R_H L_H} \frac{1}{j\omega C}}{Z_{R_H L_H} + \frac{1}{j\omega C}} + j\omega L.$$

Proud do spodní větve napájející hlubokotónový reproduktor je

$$I_H = \frac{U}{Z_H}.$$

Celkový proud do obvodu a zároveň proud odebíraný ze zesilovače  $I_{ZES}$  je dle Kirchhoffova zákona součet proudů do obou větví

$$I_{ZES} = I_V + I_H.$$

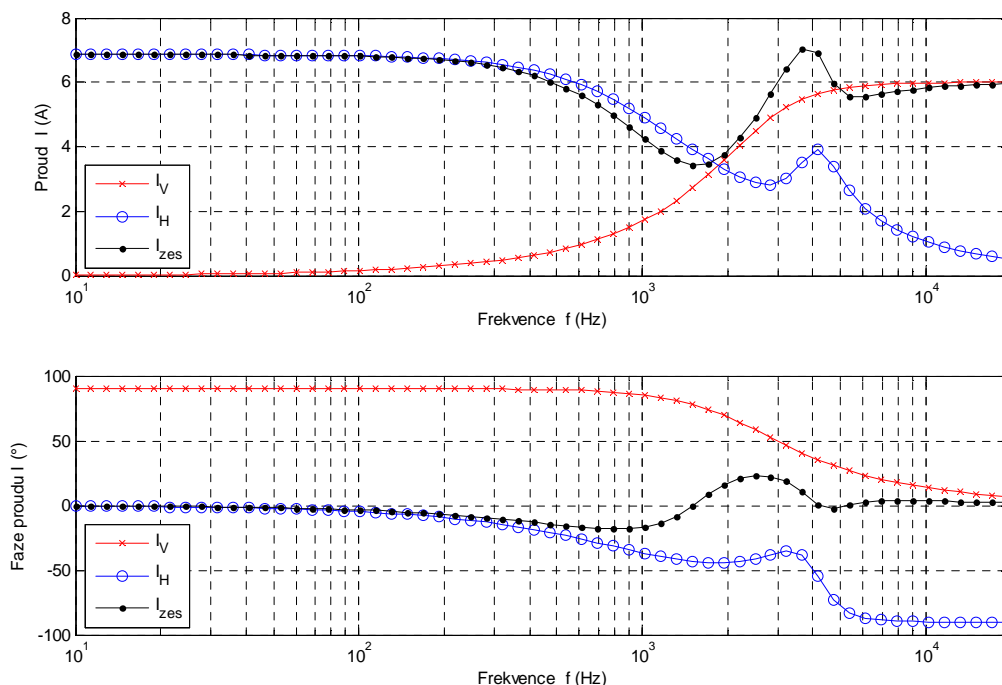
Výpočet je proveden obecně bez dosazení údajů, protože v zadání jsou požadovány výsledky pro frekvence od 100 Hz do 20 kHz. Výpočet bychom museli provést opakovaně pro každou frekvenci. S výhodou zde použijeme některého z vhodných programů (např. Excel, MathCAD, Matematica, Matlab, Octave). Vhodnější jsou ty programy, které umožňují přímý výpočet s komplexními čísly. Do nich stačí opsat výše uvedené rovnice. Následuje příklad v Matlabu použitelný i pro Octave:

```

%% zadání hodnot pro výpočet výhybky
clear all %smazání všech proměnných v pracovním prostoru MATLABu
Rh = 3.5; %ohm Hlubokotónový reproduktor
Lh = 0.2e-3; %H
Rv = 4; %Ohm Vysokotónový reproduktor
C = 10e-6; %F Vyhybka
L = 0.39e-3; %H
U = 24; %V Napětí na zesilovači
f = logspace(1,4.29,60); %Hz definice rozsahu frekvenci (logaritmicky)
%% výpočet
om = 2*pi*f; %rad/s výpočet úhlové frekvence
Zv = (Rv * i*om*L)./(Rv + i*om*L) + 1./(i*om*C);%Náhradní obvod horní větve
%dělení vektoru po složkách - nutno použít "./"
Zrhlh = Rh + i*om*Lh; %Náhradní obvod hlubokotónového reproduktoru
Zh = (Zrhlh./(i*om*C))./(Zrhlh + 1./(i*om*C)) + i*om*L; %impedance dolní větve
Iv = U./Zv; %A Proud do větve vysokotónového reproduktoru
Ih = U./Zh; %A Proud do větve hlubokotónového reproduktoru
%% grafy
subplot(2,1,1) %rozdělení oblasti grafu na 2 části
%vykreslení velikosti proudu "abs(I)" v semilogaritmických souřadnicích
semilogx(f,abs(Iv),'rx-', f,abs(Ih),'bo-', f,abs(Iv + Ih),'k.-')
xlabel('Frekvence f (Hz)') %popisky grafu
ylabel('Proud I (A)')
legend('I_V', 'I_H', 'I_{zes}',3)
axis([10 20e3 0 8])
grid on
zoom on

subplot(2,1,2)
%vykreslení fázového posunu proudu "angle(I)"
semilogx(f,angle(Iv)*180/pi,'rx-', f,angle(Ih)*180/pi,'bo-', f,angle(Iv + Ih)*180/pi,'k.-')
xlabel('Frekvence f (Hz)')
ylabel('Faze proudu I (°)')
axis([10 20e3 -100 100])
legend('I_V', 'I_H', 'I_{zes}',3)
grid on
zoom on

```



Obr. 12: Proud dodávaný do obou větví a celkový proud zesilovače

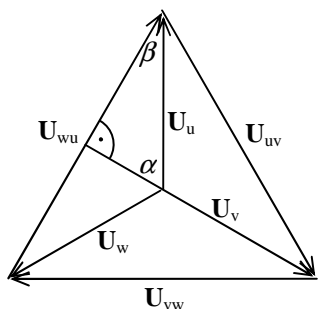
Z grafu je dobře patrná funkce výhybky. Proud do větve hlubokotónového reproduktoru je na nízkých frekvencích konstantní, ale pro frekvence nad 500 Hz začíná klesat. Mírné zvýšení odběru proudu na frekvenci cca 4 kHz způsobuje indukčnost kmitací cívky hlubokotónového

reproduktoru. Vysokotónový reproduktor odebírá proud na frekvencích od 4 kHz výše. Pro nižší frekvence proud klesá až téměř k nule. Ve středu pásma spolupracují oba reproduktory.

## 4. Trojfázová soustava

**Příklad 13** Dokažte, že v trojfázové síti je amplituda sdruženého napětí  $\sqrt{3}$ krát větší než amplituda fázového napětí.

Odvození s výhodou provedeme na fázorovém diagramu trojfázové sítě. Fázory zde reprezentují harmonický sinusový průběh  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$  – délka fázoru určuje amplitudu  $U_m$  a směr fázoru počáteční fázi sinusového průběhu  $\varphi$ . Fázová napětí tvoří vnitřní hvězdu, mají stejné velikosti  $|U_u| = |U_v| = |U_w|$  a jsou vzájemně fázově posunuta o  $2/3\pi$ , tj. o  $120^\circ$ . Sdružená napětí  $U_{uv}$ ,  $U_{vw}$ ,  $U_{wu}$  propojují vrcholy hvězdy a jsou vzájemně posunuta o  $1/3\pi$ , tj. o  $60^\circ$ .



Obr. 13: Fázorový diagram trojfázové sítě, odvození vztahu sdruženého a fázového napětí

Odvození vychází z pravoúhlého trojúhelníku označeného na obrázku vnitřními úhly  $\alpha = 120^\circ / 2 = 1/3\pi$ ,  $\beta = 60^\circ / 2$ . Polovina fázoru sdruženého napětí  $U_{wu}$  je odvěsnou a fázor fázového napětí  $U_u$  je přeponou. Z rovnice pravoúhlého trojúhelníka pak snadno odvodíme

$$\frac{U_{wu}}{2} = U_u \sin \alpha = U_u \sin \frac{1}{3}\pi = U_u \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow U_{wu} = \sqrt{3}U_u.$$

**Příklad 14** Do domácnosti je zavedena trojfázová rozvodná síť TN-S  $3 \times 400/230$  V, 50 Hz. Z rozvodnice vedou jednofázové kabely k jednotlivým zásuvkám, k nimž jsou připojeny spotřebiče podle obrázku. Vysavač je popsán náhradním obvodem sériové kombinace RL o hodnotách  $R_1 = 47,6 \Omega$ ;  $L = 50,5$  mH. Odpor přímotopu je  $R_2 = 52,9 \Omega$  a žárovky  $R_3 = 705,3 \Omega$ . Vypočítejte proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  odebírané z jednotlivých fází, proud středního vodiče  $I_N$  vracející se do sítě, příkony jednotlivých spotřebičů a celkový trojfázový výkon odebíraný ze sítě.

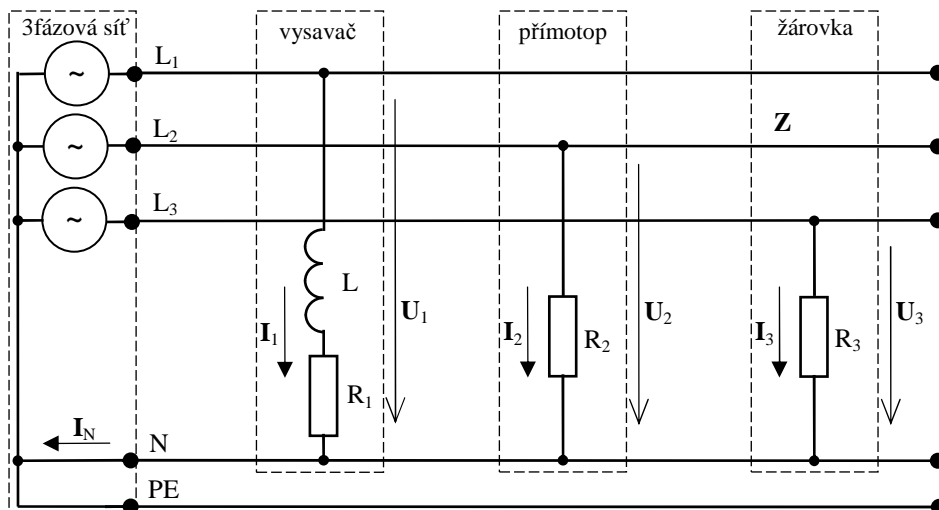
Nejprve určíme impedanci vysavače  $Z_1$ . Jde o sériovou kombinaci RL, proto  $Z_1 = R_1 + j\omega L = R_1 + j2\pi fL = 47,6 + j2\pi \cdot 50 \cdot 0,0505 = 47,6 + j15,87 \Omega$ .

S výhodou využijeme toho, že jednotlivé fáze jsou v podstatě oddělené obvody. Mají pouze společný střední vodič N, a proto můžeme fázové proudy počítat odděleně

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{230 \cdot e^{j0^\circ}}{47,6 + j15,87j} = \frac{230}{47,6 + j15,87j} = 4,349 - j1,45 \text{ A},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{230 \cdot e^{j120^\circ}}{52,9} = \frac{230 \cdot e^{j2/3\pi}}{52,9} = -2,174 + j3,765 \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{230 \cdot e^{j240^\circ}}{705,3} = \frac{230 \cdot e^{j4/3\pi}}{705,3} = -0,163 - j0,282 \text{ A}.$$



Obr. 14: Nesymetrické zatížení trojfázové sítě

Proud vracející se středním vodičem N vypočteme z Kirchhoffova zákona

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 4,349 - 1,45j - 2,174 + 3,765j - 0,163 - 0,282j = 2,012 + 2,033j \text{ A}.$$

Výsledek můžeme převést do exponenciálního tvaru

$$|\mathbf{I}_N| = \sqrt{\text{Re}^2(\mathbf{I}_N) + \text{Im}^2(\mathbf{I}_N)} = \sqrt{2,012^2 + 2,033^2} = 2,86 \text{ A},$$

$$\varphi_{\mathbf{I}_N} = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\mathbf{I}_N)}{\text{Re}(\mathbf{I}_N)}\right) = \arctan\left(\frac{2,033}{2,012}\right) = 0,7906 \text{ rad} = 45,3^\circ,$$

$$\mathbf{I}_N = |\mathbf{I}_N| e^{j\varphi} = 2,86 e^{j45,3^\circ} \text{ A}.$$

Středním vodičem se do připojovací rozvodnice vrací pouze část proudu, která odpovídá nesymetrii zatížení. Pokud bude zatížení všech fázových vodičů shodné bude proud  $\mathbf{I}_N = 0$ .

Příkony jednotlivých spotřebičů spočteme také odděleně

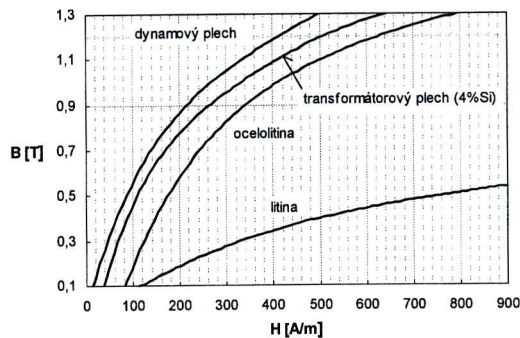
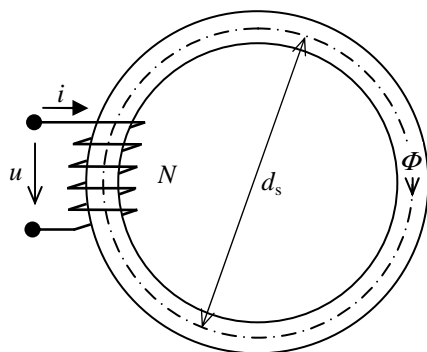
$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{I}_1^* = 230(4,349 + 1,45j) = 1000 + 333,3j \text{ W} \rightarrow P_1 = 1 \text{ kW}, Q_1 = 0,333 \text{ kvar}$$

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_2^* = 230 e^{j2/3\pi} (-2,174 - 3,765j) = 1000 \text{ W} \rightarrow P_2 = 1 \text{ kW}, Q_2 = 0 \text{ var}$$

$$\mathbf{P}_3 = \mathbf{U}_3 \mathbf{I}_3^* = 230 e^{j4/3\pi} (-0,163 + 0,282j) = 75 \text{ W} \rightarrow P_3 = 75 \text{ W}, Q_3 = 0 \text{ var}$$

## 5. Magnetické obvody

**Příklad 15** Na ocelovém prstenci z transformátorového plechu o průřezu  $S = 600 \text{ mm}^2$  je vinutí o  $N = 200$  závitů. Střední průměr prstence je  $d_s = 220 \text{ mm}$ . Jak velký proud  $I$  musí procházet vinutím a jaký je magnetický odpor jádra  $R_m$ , je-li magnetický tok  $\Phi = 0,6 \text{ mWb}$ ? Určete velikost napětí na svorkách při zanedbání odporu vinutí.



Obr. 15: Schéma prstence, Amplitudové magnetizační křivky

Magnetické pole v prstenci je přibližně homogenní, pak platí  $B_z = \frac{\phi}{S} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{600 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ T}$ .

Z magnetizační křivky příslušného materiálu odečteme pro indukci 1 T intenzitu  $H_z \cong 330 \text{ Am}^{-1}$ . Při výpočtech magnetických obvodů je zvykem používat amplitudy oproti efektivním hodnotám v elektrických obvodech. Magnetizační křivka na obrázku je tedy vztahem amplitud magnetických veličin.

Proud  $I$  protékající cívkou určíme dosazením do Maxwellovy rovnice

$$\oint_l \hat{H} d\hat{l} = \sum I \Rightarrow H l_s = NI \Rightarrow I = \frac{H l_s}{N} = \frac{H \pi d_s}{N} = \frac{330 \pi 0,22}{200} = 1,14 \text{ A}.$$

V jednoduchých uzavřených magnetických obvodech je proud cívkou  $I$  přímo úměrný intenzitě magnetického pole  $H$ . Konstantou úměrnosti  $\frac{l_s}{N}$  je střední délka siločáry lomená počtem závitů cívky.

Magnetický odpor vypočteme podle Hopkinsonova zákona

$$R_m = \frac{F_m}{\phi} = \frac{NI}{\phi} = \frac{200 \cdot 1,14}{0,6 \cdot 10^{-3}} = 3,8 \cdot 10^5 \text{ AWb}^{-1},$$

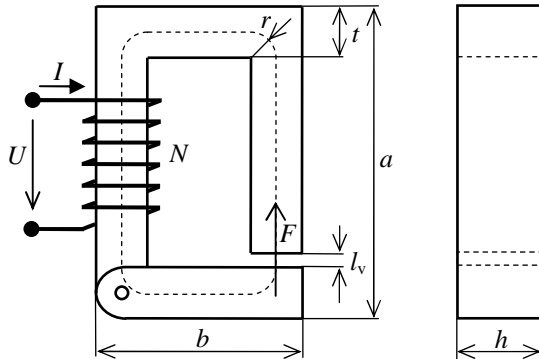
nebo ze vztahu  $R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_s}{S}$ , kde  $\mu = \frac{B}{H} = \frac{1}{330} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Hm}^{-1}$ .

Elektromotorické napětí spočteme  $U_e = 4,44 B_f N S = 4,44 \cdot 1,50 \cdot 200 \cdot 600 \cdot 10^{-6} = 26,64 \text{ V}$ . Elektromotorické napětí je napětí, které vzniká přeměnou jiné formy energie. V tomto případě jde o přeměnu mezi magnetickou a elektrickou energií. Pokud zanedbáme odpor vinutí cívky, tak je svorkové napětí  $U = U_e$ .

Ve skutečnosti je svorkové napětí cívky oproti elektromotorickému vyšší o úbytek napětí na činném odporu vodiče cívky

$$U = U_e + RI = 26,64 + 0,56 \cdot 1,14 = 27,28 \text{ V}.$$

**Příklad 16** Určete při jakém proudu  $I$  elektromagnet podle obrázku vytvoří přitažlivou sílu 40 N, pokud rozměry elektromagnetu jsou  $a = 150$  mm,  $b = 80$  mm,  $t = 10$  mm,  $h = 20$  mm,  $l_v = 5$  mm. Počet závitů je  $N = 1000$ , odpor vinutí cívky  $R = 1,81 \Omega$ . Jak velké bude potřeba napájecí napětí  $U$  pro vyvození potřebného proudu  $I$ ?



Obr. 16: Schéma elektromagnetu

Při zkrácení vzduchové mezery o diferenciální délku  $dl$  působí síla ve směru pohybu a elektromagnet vykoná práci  $dW_{\text{mech}} = Fdl$ . Tato energie je hrazena z elektrického obvodu. Sílu elektromagnetu určíme z rovnosti elektrické a mechanické práce při jeho pohybu  $dW_{\text{mech}} = dW_{\text{el}}$ . Síla je tedy  $F = \frac{dW_{\text{mech}}}{dl} = -\frac{dW_{\text{el}}}{dl}$ . Protože magnetická vodivost železa je o několik řádů

vyšší než vodivost vzduchu, můžeme vliv železa zanedbat a uvažovat, že veškerá energie magnetického pole je soustředěna ve vzduchové mezeře. Energie magnetického pole je  $W_{\text{el}} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{l_v} I^2$ , kde  $S$  je průřez železa i vzduchové mezery  $S = ht$ . Nyní zbývá

rovnice do sebe dosadit a derivovat

$$F = -\frac{dW}{dl_v} = -\frac{d}{dl_v} \left( \frac{1}{2} LI^2 \right) = -\frac{1}{2} I^2 \frac{d}{dl_v} (L) = -\frac{1}{2} I^2 \frac{d}{dl_v} \left( \frac{\mu_0 N^2 S}{l_v} \right) = \frac{1}{2} I^2 \left( \frac{\mu_0 N^2 S}{l_v^2} \right).$$

Potřebný proud  $I$  pro vyvození síly  $F$  je

$$I = \sqrt{\frac{2Fl_v^2}{\mu_0 N^2 S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 0,005^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000^2 \cdot 0,02 \cdot 0,01}} = 2,82 \text{ A}.$$

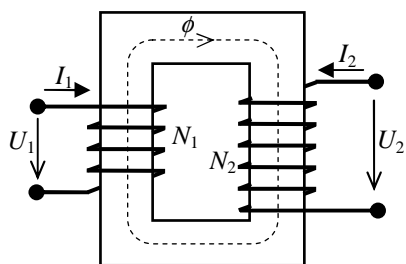
Potřebné napětí zdroje  $U$  k vyvození tohoto proudu získáme z Ohmova zákona

$$U = IR = 2,82 \cdot 1,81 = 5,1 \text{ V}.$$

## 6. Transformátory

Pro základní užití transformátoru je nezbytné pochopit jeho činnost v obvodu. Základem je zvládnutí vztahu pro ideální transformátor a uvědomění si souvislostí s okolními obvody, tj. většinou jde o zdroj a zátěž. Pro detailnější analýzu je třeba zvládnout navíc ztráty, náhradní obvod a vztahy pro návrh transformátoru.

**Příklad 17** Primární cívku transformátoru, která má  $N_1 = 1100$  závitů, protéká při napětí  $U_1 = 230$  V proud  $I_1 = 0,2$  A. Jaký je sekundární proud  $I_2$ , sekundární napětí  $U_2$  a převod transformátoru  $p$ , má-li sekundární cívka  $N_2 = 10000$  závitů? Při výpočtu zanedbejte ztráty.



Obr. 17: uspořádání transformátoru

Vydeme z rovnice ideálního transformátoru  $p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$

Sekundární napětí je  $U_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1} = 230 \cdot \frac{10000}{1100} = 2091$  V .

Pro proud platí  $I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} = 0,2 \cdot \frac{1100}{10000} = 0,022$  A.

Převod transformátoru je  $p = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1100}{10000} = 0,11$  .

**Příklad 18** Jednofázový transformátor má štítkové údaje  $S_n = 5$  kVA,  $U_1 = 1000$  V,  $U_{20} = 231$  V,  $f = 50$  Hz,  $N_1 = 700$ , průřez jádra  $S = 46$  cm<sup>2</sup>. Vypočítejte převod, počet závitů na sekundárním vinutí, magnetickou indukci  $B_m$  jádra a jmenovité proudy  $I_{1n}$  a  $I_{2n}$ .

Převod  $p = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_{20}} = \frac{1000}{231} = 4,33$  ,

počet závitů výstupního (sekundárního) vinutí  $N_2 = \frac{N_1}{p} = \frac{700}{4,33} = 162$  ,

magnetická indukce  $B_m = \frac{\phi_m}{S} = \frac{U_1}{4,44 f N_1 S} = \frac{1000}{4,44 \cdot 50 \cdot 700 \cdot 46 \cdot 10^{-4}} = 1,4$  T,

proud vstupní (primární) strany  $I_{1n} = \frac{S_n}{U_1} = \frac{5000}{1000} = 5$  A,

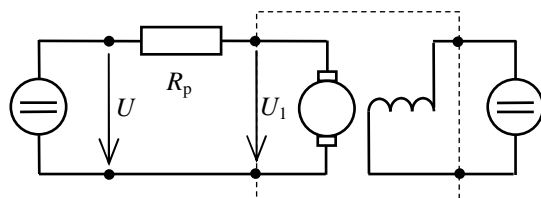
proud výstupní (sekundární) strany  $I_{2n} = \frac{S_n}{U_2} = \frac{5000}{231} = 21,6$  A

nebo s použitím převodu  $I_{2n} = p I_{1n} = 4,33 \cdot 5 = 21,6$  A .



## 7. Stejnoseměrné stroje

**Příklad 19** Stejnoseměrný motor s cizím buzením s údaji  $U = 230 \text{ V}$ ,  $n = 930 \text{ min}^{-1}$ ,  $I_2 = 60 \text{ A}$  a  $n_0 = 955 \text{ min}^{-1}$  má pracovat s otáčkami  $n_1 = 730 \text{ min}^{-1}$  (tj. o  $200 \text{ min}^{-1}$  nižšími).  
 a) Jaký odpor  $R_x$  musíme zařadit do obvodu kotvy, aby otáčky klesly na uvedenou hodnotu?  
 b) Při jakém svorkovém napětí  $U_1$  bude mít motor uvedené otáčky?



Zdroj    Předřadný odpor    Motor    Zdroj pro budicí obvod

Obr. 18: Schéma zapojení srážecího rezistoru do obvodu kotvy

ad. a) Ze vztahu pro ideální otáčky naprázdno  $n_0 = U/k \cdot \Phi = U/c_e$  vypočítáme konstantu  $c_e = U/n_0 = 230/955 = 0,241$ .

Z rozdílu ideálních a jmenovitých otáček  $n_0 - n = \Delta n = I_2 \cdot R/c_e$  vypočítáme odpor kotvy

$$R = \frac{c_e(n_0 - n)}{I_2} = \frac{0,241(955 - 930)}{60} = 0,101 \Omega.$$

Při otáčkách  $n_1 = 730 \text{ min}^{-1}$  bude celkový odpor kotevního obvodu

$$R_x = \frac{c_e(n_0 - n_1)}{I_2} = \frac{0,241(955 - 730)}{60} = 0,904 \Omega \text{ a předřazený odpor v kotvě bude tedy}$$

$$R_p = R_x - R = 0,908 - 0,101 = 0,807 \Omega.$$

ad. b) Ideální otáčky naprázdno se mění lineárně s napětím, ale pokles otáček zatíženého motoru  $\Delta n$  nezávisí na napětí lineárně. Pokud tedy snížíme otáčky o  $200 \text{ min}^{-1}$  při zatížení, tak i otáčky naprázdno se sníží o stejnou hodnotu  $n_{01} = n_0 - \Delta n = 955 - 200 = 755 \text{ min}^{-1}$  a napětí  $U_1 = c_e n_{01} = 0,242 \cdot 755 = 182 \text{ V}$ .

**Příklad 20** Určete hodnotu rezistoru, který je třeba zařadit do obvodu rotoru (kotvy) stejnosměrného motoru s cizím buzením se jmenovitými hodnotami  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $I_2 = 54 \text{ A}$ ,  $n_n = 1630 \text{ min}^{-1}$ ,  $R = 0,24 \Omega$ , aby motor pracoval se jmenovitým proudem v motorickém stavu s otáčkami  $n = 200 \text{ min}^{-1}$ .

Otáčky jsou dané vztahem  $n = \frac{U - I_2 R}{c_e \phi}$ ,

poměr jmenovitých otáček  $n$  k otáčkám  $n_1$  je tedy  $\frac{n}{n_1} = \frac{U - I_2 R}{U - I_2 R_x}$ ,

$$\frac{1630}{200} = \frac{220 - 54 \cdot 0,24}{220 - 54 \cdot R_x} \Rightarrow R_x = 3,6 \Omega.$$

Do obvodu rotoru je třeba zařadit předřadný odpor  $R_p = R_x - R = 3,6 - 0,24 = 3,36 \Omega$ .

**Příklad 21** Vypočítejte indukované elektromotorické napětí stejnosměrného čtyřpólového dynama s údaji: počet vodičů kotvy  $N_V = 640$ , počet párů paralelních větví  $a = 2$ , průměr kotvy  $D = 0,15$  m, délka kotvy  $l = 0,25$  m, otáčky kotvy  $n = 1440$  1/min a indukce ve vzduchové mezeře  $B = 0,8$  T.

Pro indukované napětí platí vztah  $U_i = c\phi n = \frac{N_V P}{60a} \phi n$ .

Magnetický tok spočteme  $\Phi = Bl\pi D/(2p) = 0,8 \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot 0,15 / (2 \cdot 2) = 0,02356$  Wb,

pak je indukované napětí  $U_i = \frac{640 \cdot 2}{60 \cdot 2} \cdot 0,02356 \cdot 1440 = 362$  V.

Indukované elektromotorické napětí závisí přímo úměrně na otáčkách hřídele a magnetickém toku  $\phi$  vyvozeném statorem. Převodní konstanta stroje  $c$  je dána konstrukčními rozměry, počtem závitů kotvy  $N_V$ .

**Příklad 22** Vypočítejte moment stejnosměrného motoru s počtem vodičů kotvy  $N_V = 600$ , počtem paralelních větví  $2a = 2$ , počtem pólů  $2p = 4$ , magnetickým tokem  $\Phi = 2,8 \cdot 10^{-2}$  Wb, otáčkami  $n = 2000$  min<sup>-1</sup> a proudem kotvy  $I = 100$  A.

Pro moment platí vztah  $M = \frac{P}{\omega_m} = \frac{U_i I}{\omega_m} = \frac{U_i I 60}{2\pi n}$ .

Potřebujeme vypočítat indukované napětí  $U_i = \frac{N_V P}{a} \phi \frac{n}{60} = \frac{600 \cdot 2}{60 \cdot 1} \cdot 2,8 \cdot 10^{-2} \cdot 2000 = 1120$  V.

Po dosazení do vztahu pro moment bude  $M = \frac{U_i I}{\omega_m} = \frac{1120 \cdot 100 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 2000} = 534,8$  Nm.

**Příklad 23** Stejnosměrný motor s cizím buzením má tyto štítkové údaje:  $P_n = 45$  kW,  $U_{an} = 440$  V,  $I_{an} = 114$  A,  $n_n = 1400$  min<sup>-1</sup>,  $R_a = 0,2$  Ω. Určete:

- mechanickou charakteristiku motoru  $\omega = f(M)$  pro jmenovité napájecí napětí,
- pro snížené napájecí napětí  $U'_a = 0,5U_{an}$  při konstantním buzení  $\phi = \phi_n$ .

ad. a) Mechanická charakteristika je dána vztahem  $\omega = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a}{(c\phi)^2} M$

Jmenovitá úhlová rychlost otáčení motoru  $\omega_n = \frac{2\pi n_n}{60} = \frac{2\pi 1400}{60} = 146,6$  rad.s<sup>-1</sup>.

Určení konstanty motoru  $c\phi = c\phi_n = \frac{U_{ind}}{\omega_n} = \frac{U_{an} - R_a \cdot I_{an}}{\omega_n} = \frac{440 - 0,2 \cdot 114}{146,6} = 2,85$  Wb.

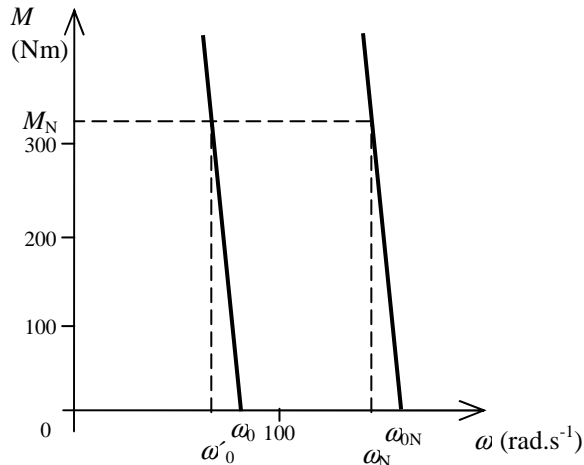
Vlastní mechanická charakteristika motoru (pro jmenovité hodnoty) je dána rovnicí

$\omega = \frac{U_a}{c\phi_n} - \frac{R_a}{(c\phi_n)^2} M = \frac{440}{2,85} - \frac{0,2}{2,85^2} M = 154,4 - 0,0246M$  rad.s<sup>-1</sup>, kde první člen charakteris-

tiky  $\frac{U_{an}}{c\phi_n} = \omega_{0n} = 154,4$  rad.s<sup>-1</sup> je úhlová rychlost motoru naprázdno.

ad b) Mechanická charakteristika pro  $U_a = 0,5U_{an}$  a  $\phi = \phi_n$  je

$$\omega = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a}{(c\phi)^2} M = \frac{0,5440}{2,85} - \frac{0,2}{2,85^2} M = 77,2 - 0,0246M \text{ rad.s}^{-1}$$
, kde  $\omega_0 = 77,2 \text{ rad.s}^{-1}$  je úhlová rychlost motoru naprázdno při sníženém napětí. Pro zakreslení mechanických charakteristik určíme jmenovitý moment na hřídeli motoru  $M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{45 \cdot 10^3}{146,6} = 307 \text{ Nm}$ , tím je určená mechanická charakteristika pro jmenovité a snížené napětí, viz obrázek.



Obr. 19: Momentové charakteristiky DC motoru

**Příklad 24** Stejnoseměrný motor o výkonu  $P_2 = 10 \text{ kW}$ , napájený napětím  $U_a = 110 \text{ V}$ , pracuje denně 8 hodin s účinností  $\eta = 0,75$ . Určete jaká je jeho spotřeba a jaká je cena jím odebrané energie při sazbě  $s = 4,50 \text{ Kč/kWh}$ .

Příkon motoru  $P_1 = P_2/\eta = 10/0,75 = 13,334 \text{ kW}$ ,

Spotřeba odebrané elektrické energie za danou dobu  $A = W = P_1 t = 13,334 \cdot 8 = 106,67 \text{ kWh}$ .

Cena určená pomocí sazby  $m = Ws = 106,67 \cdot 4,5 = 480 \text{ Kč}$ .

**Příklad 25** Stejnoseměrný generátor má napětí  $U_{an} = 230 \text{ V}$ , výkon  $P_{an} = 30 \text{ kW}$  a účinnost  $\eta = 85 \%$ .

a) Jak velký musí být potřebný výkon poháněcího stroje?

b) Jak velké má generátor výkonové ztráty?

c) Kolik žárovek  $230 \text{ V}/60 \text{ W}$  je možno k tomuto generátoru připojit paralelně, zanedbáme-li ztráty v přívodním vedení?

d) Jak velký proud dodává generátor při jmenovitém zatížení?

ad a) Potřebný jmenovitý mechanický příkon generátoru se určí z účinnosti:  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow$

$$P_1 = \frac{P_{2n}}{\eta_n} = \frac{30}{0,85} = 35,3 \text{ kW}.$$

ad b) Výkonové ztráty lze jednoduše určit několika způsoby:

1.)  $\Delta P = P_{1n} - P_{2n} = 35,3 - 30 = 5,3 \text{ kW}$  nebo

2.)  $\Delta P = P_{1n}(1 - \eta_n) = 35,3(1 - 0,85) = 5,3 \text{ kW}$  nebo

3.)  $\Delta P = P_{2n} \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) = 30 \left( \frac{1}{0,85} - 1 \right) = 5,3 \text{ kW}.$

ad c) Elektrický výkon generátoru je při zanedbání ztrát v přívodním vedení roven celkovému příkonu (výkonu)  $x$  paralelně řazených stejných žárovek  $P_{2n} = xP_z \Rightarrow x = \frac{P_{2n}}{P_z} = \frac{30 \cdot 10^3}{60} = 50$  žárovek.

ad d) Proud při jmenovitém zatížení má hodnotu  $I_2 = I_{2n} = \frac{P_{2n}}{U_{an}} = \frac{30 \cdot 10^3}{230} = 130,4 \text{ A}$ .

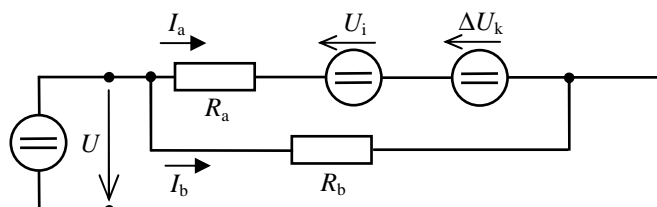
**Příklad 26** Stejnosměrný generátor dodává do spotřebiče napětí  $U_a = 500 \text{ V}$  a proud  $I_a = 300 \text{ A}$ , účinnost stroje je  $\eta = 0,86$ . Určete, jak velký je elektrický výkon generátoru a potřebný mechanický příkon.

Elektrický výkon ve stejnosměrných obvodech  $P_2 = U_a I_a = 500 \cdot 300 = 150 \text{ kW}$ .

Mechanický příkon se určí ze vztahu pro účinnost  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{150}{0,86} = 174,42 \text{ kW}$ .

Výpočet elektrického příkonu je běžný, protože na štítku stroje nebo v katalogu se udává většinou pouze výkon. Pozor u generátoru je výkonem elektrický výstupní výkon a příkonem mechanický příkon dodávaný hřídelí  $P_1 = M\omega$ .

**Příklad 27** Jak velké jsou výkonové ztráty derivačního motoru v budícím vinutí, v kotevním obvodu, a celkové, je-li  $R_b = 40 \Omega$ ,  $R_a = 0,09 \Omega$ , budící proud  $I_b = 2 \text{ A}$  a proud kotvy  $I_a = 60 \text{ A}$ . Ztráty mechanické jsou  $\Delta P_m = 55 \text{ W}$ , v magnetickém obvodu  $\Delta P_g = 240 \text{ W}$  a dodatečné  $\Delta P_d = 30 \text{ W}$ . Vypočítejte svorkové napětí a účinnost stroje.



Obr. 20: Náhradní obvod derivačního motoru

Výkonové ztráty v budícím obvodu  $\Delta P_b = R_b I_b^2 = 40 \cdot 2^2 = 160 \text{ W}$ . Tyto ztráty jsou důsledkem průchodu proudu vodičem budícího vinutí.

Obdobně výkonové ztráty ve vinutí kotvy  $\Delta P_a = R_a I_a^2 = 0,09 \cdot 60^2 = 324 \text{ W}$ .

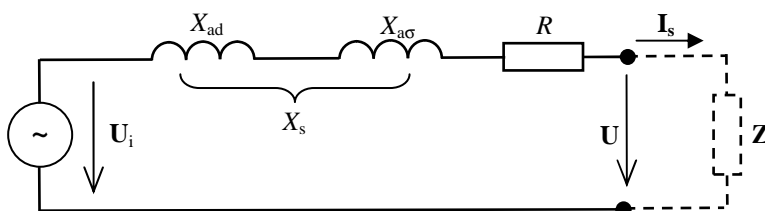
Celkové výkonové ztráty, t.j. celkový příkon derivačního motoru je dán součtem jednotlivých ztrát  $\Delta P_c = \Delta P_b + \Delta P_a + \Delta P_m + \Delta P_g + \Delta P_d = 160 + 324 + 55 + 240 + 30 = 809 \text{ W}$ . Ostatní složky ztrát jsou v náhradním obvodu motoru skryty ve zdroji, který reprezentuje indukované napětí kotvy. Všimněte si, že směr indukovaného napětí  $U_i$  je opačný vůči průchodu proudu  $I_a$  zdrojem. Zdroj  $U_i$  tedy pracuje v 2. kvadrantu, je tedy spotřebičem!

Svorkové napětí derivačního motoru snadno spočteme z budícího obvodu  $U = R_b I_b = 40 \cdot 2 = 80 \text{ V}$ .

Příkon motoru je  $P_1 = U(I_a + I_b) = 4960 \text{ W}$ , výkon je  $P_2 = P_1 - \Delta P_c = 4151 \text{ W}$  a účinnost je  $\eta = P_2/P_1 = 0,837$ .

## 8. Synchronní stroje

**Příklad 28** Trojfázový synchronní generátor s hladkým rotorem má jmenovitý výkon  $S = 25$  MVA, jmenovité napětí  $U_n = 6$  kV, odpor satorového vinutí  $R_s = 0,03 \Omega$  a součet synchronní  $X_{ad}$  a rozptylové reaktance  $X_{a\sigma}$  je  $X_s = 1,2 \Omega$ . Vypočítejte statorový proud při zatížení činným výkonem  $P = 20$  MW, účinníku  $\cos\varphi = 0,8$  a  $\cos\varphi = 0,95$ . Současně vypočítejte i úbytky napětí na satorovém odporu a na reaktancích stroje  $X_s$ .



Obr. 21: Náhradní obvod jedné fáze synchronního generátoru

Pro  $\cos\varphi = 0,8$ :  $I_s = P/(\sqrt{3}U_n\cos\varphi) = 20 \cdot 10^6 / (\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8) = 2\,405,6$  A.

Pro  $\cos\varphi = 0,95$ :  $I_s = P/(\sqrt{3}U_n\cos\varphi) = 20 \cdot 10^6 / (\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,95) = 2\,025,8$  A.

To znamená, že při stejném činném výkonu se zvýšením účinníku z hodnoty 0,8 na 0,95 snížila hodnota proudu odebíraného ze sítě o 379,8 A. Z výsledku je zřejmý význam kompenzace účinníku v místě spotřeby energie. Přenosové vedení ani generátor pak nejsou zatěžovány jalovou složkou proudu.

Úbytek napětí na odporu  $R_s$  při  $\cos\varphi = 0,8$  je:  $\Delta U_R = I_s R_s = 2\,405,6 \cdot 0,03 = 72,2$  V.

Úbytek napětí na odporu  $R_s$  při  $\cos\varphi = 0,95$  je:  $\Delta U_R = I_s R_s = 2\,025,8 \cdot 0,03 = 60,8$  V.

Úbytek napětí na reaktancích stroje při  $\cos\varphi = 0,8$ :  $\Delta U_L = I_s X_s = 2\,405,6 \cdot 1,2 = 2\,886,8$  V.

Úbytek napětí na reaktancích při  $\cos\varphi = 0,95$ :  $\Delta U_L = I_s X_s = 2\,025,8 \cdot 1,2 = 2\,431,0$  V.

Snížení účinníku vede k vyššímu proudovému zatížení vinutí generátoru. Mechanický příkon dodávaný turbínou se změní jen nepatrně díky úbytku na satorovém vinutí  $\Delta P_p = \Delta P_{R; 0,95} - \Delta P_{R; 0,8} = R_s I_{s; 0,8}^2 - R_s I_{s; 0,95}^2 = 0,03 \cdot 2\,405,6^2 - 0,03 \cdot 2\,025,8^2 = 0,5$  MW.

**Příklad 29** Trojfázový turboalternátor má jmenovité hodnoty: zdánlivý výkon  $S = 250$  MVA, napětí  $U = 15$  kV, otáčky  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ ,  $\cos\varphi = 0,8$ ,  $f = 50$  Hz. Vypočítejte jmenovité hodnoty proudu, činného výkonu, jalového výkonu, impedance a počet pólů.

Jmenovitý proud  $I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{250 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 9623$  A.

Počet pólových dvojic  $n = \frac{60 \cdot f}{p} \rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{3000} = 1$ , takže počet pólů  $2p = 2$ .

Činný výkon  $P = S \cos\varphi = 250 \cdot 10^6 \cdot 0,8 = 200$  MW.

Jalový výkon  $Q = S \sin\varphi = S \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 250 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 150$  MVar.

Impedance je daná poměrem fázového napětí a proudu  $Z = \frac{U_f}{I_f} = \frac{U/\sqrt{3}}{I} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 9623} = 0,9 \Omega$ .

**Příklad 30** Turbogenerátor má údaje  $S = 25 \text{ MVA}$ ,  $U = 6 \text{ kV}$ , synchronní reaktance  $X_{ad} = 2,6 \Omega$ , rozptylová reaktance  $X_{a\sigma} = 0,15 \Omega$ ,  $R_a = 0,03 \Omega$ . Určete proud nakrátko při takovém buzení, při kterém je ve stavu naprázdno na svorkách stroje jmenovité napětí.

Z náhradního schématu vyplývá, že zkratový proud při zkratu na svorkách stroje je daný vztahem

$$I_k = \frac{U_i}{\sqrt{3} \sqrt{R_s^2 + (X_{a\sigma} + X_a)^2}}.$$

Ve stavu naprázdno se svorkové napětí rovná indukovanému napětí od rotorového pole,

$$U_i = U_s, \text{ takže } I_k = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \sqrt{0,03^2 + (0,15 + 2,6)^2}} = 1259,6 \text{ A}.$$

Zkratový proud generátoru je důležitým parametrem. Používá se např. při kontrole oteplení kabelů během zkratu a určuje velikost vybavovací schopnosti (maximální proud, který je schopen vypnout) použitých pojistek a vypínačů.

**Příklad 31** Přebuzený turboalternátor se štítkovými údaji  $S_n = 200 \text{ MVA}$  pracuje do sítě při  $\cos \varphi = 0,9$ . Jak velký je jeho činný výkon a jak se změní jalový výkon při  $\cos \varphi' = 0,8$ ?

Trvalý činný výkon alternátoru při  $\cos \varphi = 0,9$  je  $P_n = S_n \cos \varphi = 200 \cdot 0,9 = 180 \text{ MW}$ .

Jalový výkon je  $Q_n = \sqrt{S_n^2 - P_n^2} = \sqrt{(200 \cdot 10^6)^2 - (180 \cdot 10^6)^2} = 87,2 \text{ MVAr}$ ,

při  $\cos \varphi' = 0,8$  je jalový výkon  $Q_n' = S_n \sin \varphi' = S_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 200 \sqrt{1 - 0,64} = 120 \text{ MVAr}$ .

Přírůstek jalového výkonu je tedy:  $\Delta Q = Q' - Q_n = 120 - 87,1 = 32,9 \text{ MVAr}$ .

Současně se zhoršením účinníku klesne velikost činného výkonu, který může alternátor dodávat  $P'_n = S_n \cos \varphi' = 200 \cdot 0,8 = 160 \text{ MW}$ ;  $\Delta P = P'_n - P_n = 180 - 160 = 20 \text{ MW}$ . Toto omezení plyne z dimenzování statorového vinutí alternátoru, kterým protéká vektorový součet činného i jalového výkonu, tedy výkon zdánlivý. Zdánlivý výkon  $S$  alternátoru se proto nemění.

Optimální buzení závisí na odebíraném výkonu a parametrech stroje. Při optimálním buzení je vyráběn elektrický proud s účinníkem  $\cos \varphi = 1$ . Alternátor v přebuzeném režimu, kdy je budící proud rotoru větší než optimální budící proud, dodává do sítě činný i jalový výkon a kompenzuje tak indukční odběry spotřebičů. Alternátor se chová jako paralelně připojený kondenzátor. V podbuzeném stavu alternátor naopak odebírá ze sítě jalový výkon.

**Příklad 32** Pomaluběžný 24-pólový synchronní motor má štítkové údaje  $U_n = 6300 \text{ V}$ ,  $I_n = 550 \text{ A}$ ,  $n_s = 50 \text{ min}^{-1}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  a je buzen tak, aby  $\cos \varphi = 1$ . Určete výkon stroje na hřídeli a točivý moment při účinnosti  $\eta = 94 \%$ .

Činný příkon  $P_1 = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 10^3 \cdot 550 = 6001,6 \text{ kW}$ ,

výkon na hřídeli  $P_2 = P_1 \eta = 6001,6 \cdot 0,94 = 5641,5 \text{ kW}$ .

Moment motoru  $M = \frac{P_2}{\omega_{\text{mech}}} = \frac{P_2}{2\pi \frac{f}{p}} = \frac{2641,5 \cdot 10^3}{2\pi \frac{50}{12}} = 100,9 \cdot 10^3 \text{ Nm}$ .

## 9. Asynchronní motory

**Příklad 33** Trojfázový asynchronní motor s kotvou nakrátko a štítkovými údaji  $P_n = 15 \text{ kW}$ ,  $3 \times 400/690 \text{ V}$ ,  $I_n = 31,5/18 \text{ A}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ,  $n_n = 1400 \text{ min}^{-1}$  a účinník  $\cos \varphi = 0,86$ . Vypočítejte počet pólů, skluz, jmenovitý moment, příkon, účinnost a průřez žíly přípojovacího kabelu, když je dovolená proudová hustota  $5 \text{ A} \cdot \text{mm}^{-2}$ .

Siemens s.r.o.		
MOT. 3~ AOM 160 L 04 - 500		
$\Delta/Y$	400/690 V	31,5/18 A
S1	15 kW	$\cos \varphi$ 0,85
1400 ot/min		50 Hz
2008/01	IP 55	94 kg
ČSN EN 60034		

Obr. 22: Štítek asynchronního motoru

Nejbližší synchronní otáčky při napájení o frekvenci  $50 \text{ Hz}$  jsou  $n_1 = 1500 \text{ 1/min}$ . Což určíme ze znalosti výpočtu synchronních otáček  $n_s = 60f/p$ , kde  $p \in \mathbf{N}$ . A ze znalosti tvaru momentové charakteristiky, která je v pracovní oblasti strmá – synchronní otáčky jsou tedy nejbližší vyšší otáčky nad jmenovitými z uvedené řady.

Počet pólů je daný vzorcem  $p = f_1/n_1 = 50/(1500/60) = 2$ , takže počet pólů  $2p = 4$ . Skluz je

$$\text{dán vztahem } s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,067.$$

$$\text{Jmenovitý moment } M_n = \frac{P_2}{2\pi n} = \frac{15000}{2\pi 23,33} = 102,3 \text{ Nm, kde } n = \frac{n_n}{60} = \frac{1400}{60} = 23,33 \text{ ot} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Příkon stroje vypočteme ze vztahu pro činný příkon trojfázového spotřebiče

$$P_1 = \sqrt{3}U_1 I_1 \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 31,5 \cdot 0,85 = 18\,550 \text{ W}.$$

Účinnost je poměr výkonu a příkonu

$$\eta = P_2/P_1 = 15000/18550 = 0,809.$$

Průřez vodiče  $S = I_1/\sigma = 31,5/5 = 6,3 \text{ mm}^2$ . Volíme nejbližší vyšší průřez vodiče podle ČSN EN 60228. V tomto případě to bude  $10 \text{ mm}^2$ .

**Příklad 34** Trojfázový dvojpólový asynchronní motor, rychloběžný, v provedení IP 44 má štítkové údaje  $P_n = 1000 \text{ kW}$ ,  $U_n = 6000 \text{ V}$ ,  $n_n = 2940 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $\cos \varphi = 0,96$ ,  $\eta = 94 \%$ . Vypočítejte velikost proudu  $I_n$ , který motor odebírá ze sítě při jmenovitém výkonu, velikost jmenovitého momentu  $M_n$ , skluz  $s$ , rotorovou frekvenci  $f_2$ , a skluzové otáčky  $n_2$ .

$$\text{Síťový proud se určí z příkonu motoru } P_1 = \frac{P_n}{\eta} = \frac{1000 \cdot 10^3}{0,94} = 1063,8 \text{ kW}.$$

Proud odebíraný ze sítě vyjádříme ze vztahu pro činný příkon

$$I_n = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_n \cos \varphi} = \frac{1063,8 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,96} = 106,6 \text{ A}.$$

Jmenovitý moment  $M_n = \frac{P_n}{2\pi n} = \frac{1000 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 49} = 3248 \text{ Nm}$ , kde  $n = \frac{n_n}{60} = 49 \text{ ot.s}^{-1}$ .

Synchronní otáčky  $n_s = \frac{f}{p} = \frac{50}{1} = 50 \text{ ot.s}^{-1}$ , skluz  $s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{50 - 49}{50} = 0,02 = 2 \%$ .

Rotorová frekvence  $f_2 = sf_1 = 0,02 \cdot 50 = 1 \text{ Hz}$ , skluzové otáčky  $n_2 = n_s - n = 50 - 49 = 1 \text{ ot.s}^{-1}$ .

**Příklad 35** Asynchronní motor s kotvou nakrátko má štítkové údaje  $P_n = 2,2 \text{ kW}$ ,  $n_n = 2880 \text{ ot/min}$ ,  $U_n = 400 \text{ V}$ ,  $\cos \varphi_n = 0,84$ ,  $\eta = 78 \%$ , poměr záběrového momentu ke jmenovitému momentu  $M_z/M_n = 2,2$ , poměr proudů  $I_z/I_n = 6,3$ . Jaký má motor rozběhový proud? Roztočí se motor, jestliže má pohánět zařízení s konstantním protimomentem  $M_p = 19,6 \text{ Nm}$ ?

Příkon motoru  $P_1 = \frac{P_n}{\eta} = \frac{2200}{0,78} = 2820,5 \text{ W}$ .

Jmenovitý proud  $I_n = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_s \cos \varphi} = \frac{2820,5}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,84} = 4,85 \text{ A}$ .

Rozběhový proud je  $I_z = 6,3I_n = 30,5 \text{ A}$ .

Jmenovitý moment motoru  $M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{2,2 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 2880/60} = 7,3 \text{ Nm}$ .

Z poměru  $M_z/M_n = 2,2$  se určí záběrový moment  $M_z = 2,2M_n = 2,2 \cdot 7,3 = 16,06 \text{ Nm}$ .

Protože je záběrový moment menší než protimoment,  $M_z < M_p$ , nemůže se motor rozběhnout.

**Příklad 36** Vypočítejte účinnost a hnací moment trojfázového asynchronního motoru s příkonem  $P_1 = 40 \text{ kW}$ , počtem pólů  $2p = 6$ , otáčkami  $n = 965 \text{ min}^{-1}$ , napájecí frekvencí  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ , ztrátami ve vinutí  $\Delta P_{Cu} = 1,1 \text{ kW}$ , ztrátami v železe  $\Delta P_z = 0,6 \text{ kW}$ , mechanickými ztrátami  $\Delta P_m = 0,66 \text{ kW}$ .

Výkon na hřídeli  $P_2$  určíme jako rozdíl příkonu a všech ztrát motoru  $P_2 = P_1 - \Delta P_{Cu} - \Delta P_z = 40 - 1,1 - 0,6 = 38,3 \text{ kW}$ .

Skluz vypočítáme z úvahy, že pro  $2p = 6$  jsou synchronní otáčky  $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$ , podle rovnice  $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 965}{1000} = 0,035$ .

Účinnost motoru  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{38,3}{40} = 95,8 \%$ .

Hnací moment motoru je dán vztahem  $M = \frac{P_2}{\omega_1} = \frac{P_2}{2\pi n} \cdot 60 = \frac{38300}{2\pi \cdot 965} \cdot 60 = 379 \text{ Nm}$ .

**Příklad 37** Asynchronní trojfázový dvoupólový motor se statorovým vinutím zapojeným do hvězdy je připojen na síť,  $U_s = 400 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Parametry jeho náhradního schématu jsou  $R_2' = 0,6 \Omega$ ,  $X_K = 2,2 \Omega$ . Určete skluz a brzdny moment v okamžiku, kdy v motorickém chodu při otáčkách  $n = 2880 \text{ ot.min}^{-1}$  se zamění dvě fáze statorového vinutí a motor přejde do režimu asynchronní brzdy (brzdění protiproudem).



$$\text{Synchronní otáčky } n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000 \text{ min}^{-1},$$

$$\text{úhlová rychlost statorového magnetického pole } \omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = 314,16 \text{ s}^{-1},$$

$$\text{skluz při brzdění } s_B = \frac{n_1 - (-n)}{n_1} = \frac{3000 - (-2880)}{3000} = 1,96.$$

Brzdný moment určíme dosazením do rovnice pro moment

$$M_B = \frac{3R_2'}{s_B \omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{\left(\frac{R_2'}{s_B}\right)^2 + X_K^2} = \frac{3 \cdot 0,6}{1,96 \cdot 314,16} \cdot \frac{\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{0,6}{1,96}\right)^2 + 2,2^2} = 31,6 \text{ Nm}$$

**Příklad 38** Asynchronní motor má při napětí  $U_n = 400 \text{ V}$  točivý moment  $M_n = 100 \text{ Nm}$ . Jak se změní moment, když napětí sítě poklesne na  $360 \text{ V}$  a otáčky se nezmění?

Točivý moment závisí na druhé mocnině napětí sítě, což se dá snadno odvodit z rovnice pro

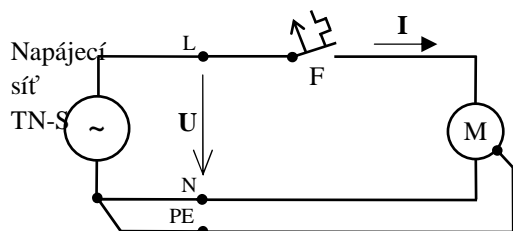
výpočet momentu motoru  $\frac{M_n}{M} = \left(\frac{U_n}{U}\right)^2$ , z toho

$$M = \left(\frac{U}{U_n}\right)^2 M_n = \left(\frac{360}{400}\right)^2 100 = (0,9)^2 100 = 81 \text{ Nm. Moment tedy klesne o } 19 \text{ \%}.$$

Výkyvy napájecího napětí tedy podstatně ovlivňují moment motoru. Při návrhu musíme počítat s rezervou. Běžné je zatížení motoru na  $75 \text{ \%}$ .

## 10. Ostatní elektrické motory

**Příklad 39** Jak velký proud protéká vinutím jednofázového asynchronního motoru, který je připojen k napětí 230 V, má činný příkon 2,2 kW a účinník 0,65? Jaký jistič použijeme na ochranu tohoto motoru?



Obr. 23: Zapojení jističe k jednofázovému asynchronnímu motoru

Pro výkon platí vztah  $P = UI \cos \varphi$ , z čehož je  $I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{2200}{230 \cdot 0,65} = 14,7 \text{ A}$

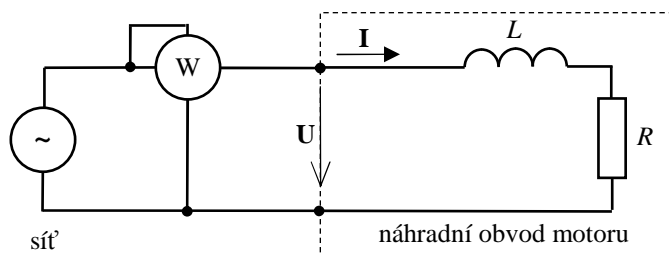
Volíme nejbližší vyšší jistič z řady, tj. 16 A. U asynchronních motorů počítáme s 6ti násobným rozběhovým proudem, tj. použijeme jistič s charakteristikou C.

**Příklad 40** Jednofázový elektromotor odebral při svorkovém napětí  $U = 230 \text{ V}$  a proudu  $I = 3 \text{ A}$  ze sítě za  $t = 2$  hodiny celkovou elektrickou energii 1,2 kWh. Určete jeho účinník. Kolik korun zaplatíme za odebranou energii?

Odebraná energie je  $E = Pt$ , z ní vypočteme příkon motoru  $P = E/t = 1200/2 = 600 \text{ W}$ . Ze vztahu pro činný výkon snadno spočteme účinník  $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{600}{230 \cdot 3} = 0,87$ .

Běžná sazba za elektrickou energii pro malooběratele je 4,5 Kč/kWh s DPH. Za odběr 1,2 kWh tedy zaplatíme Kč 5,40.

**Příklad 41** Na jednofázovém asynchronním motoru wattmetr naměřil:  $P = 500 \text{ W}$  při napětí  $U = 230 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Jaký proud teče obvodem, je-li účinník 0,85? Jaká je velikost odporu  $R$  a indukčnost  $L$  jednoduchého náhradního obvodu ve formě sériového RL článku?



Obr. 24: Zjednodušený náhradní obvod jednofázového asynchronního motoru

Proud statoru:  $I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{500}{230 \cdot 0,85} = 2,56 \text{ A}$ .

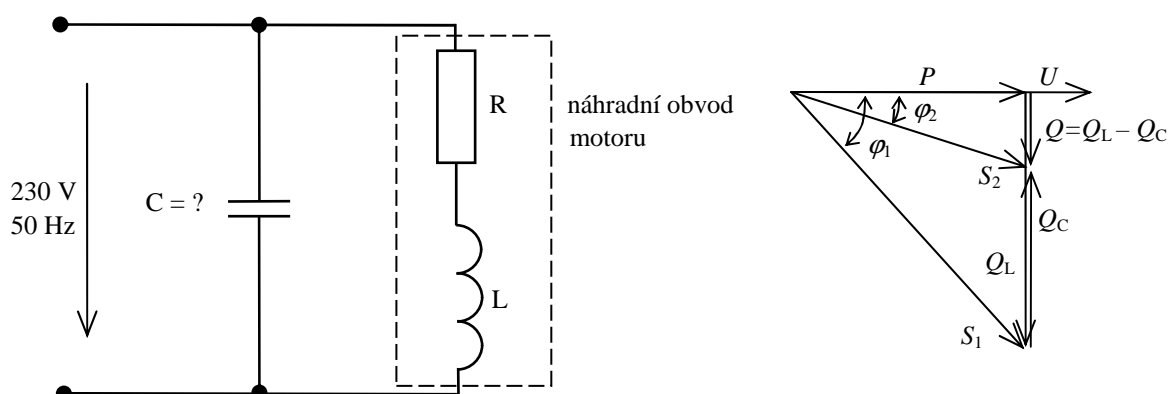
Odpor vinutí určený z příkonu:  $P_1 = \Delta U_R I = R I^2 \rightarrow R = \frac{P_1}{I^2} = \frac{500}{2,56^2} = 76,3 \text{ } \Omega$ .

Pozor! Výpočet nelze provést ze svorkového napětí, protože činný výkon se maří pouze na rezistoru a v sérii je zapojená cívka. Fázový posun proudu je  $\varphi = \arccos 0,85 = 31,8^\circ$ .

Jalový příkon je  $Q = UI \sin\varphi = 309,9 \text{ VAr}$ ;  $Q = X_L I^2 \rightarrow X_L = \frac{Q}{I^2} = \frac{309,9}{2,56^2} = 47,37 \ \Omega$ .

Z reaktance motoru  $X_L$  spočteme indukčnost:  $X_L = \omega L \rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{47,37}{2\pi \cdot 50} = 0,151 \text{ H}$ .

**Příklad 42** Jednofázový motor s výkonem  $P = 400 \text{ W}$ , účinností  $\eta = 0,8$  a účinníkem  $\cos\varphi_1 = 0,65$  je připojen na napětí  $U = 230 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Stanovte kapacitu kondenzátoru, který se musí připojit paralelně ke svorkám elektromotoru, aby se účinník zlepšil na  $\cos\varphi_2 = 0,95$ . Náhradní obvod elektromotoru představuje sériové zapojení ideálních RL prvků.



Obr. 25: Paralelní kompenzace účinníku motoru, fázorový diagram

Příkon motoru  $P_p = P/\eta = 400/0,8 = 500 \text{ W}$ .

Zdánlivý příkon  $S_1 = \frac{P}{\cos\varphi_1} = \frac{500}{0,65} = 769,2 \text{ VA}$ .

Jalový příkon elektromotoru  $Q_L = \sqrt{S_1^2 - P^2} = \sqrt{769,23^2 - 500^2} = 584,6 \text{ VAr}$ .

Připojením kondenzátoru C se má zlepšit účinník na  $\cos\varphi_2 = 0,95$ , pak bude zdánlivý výkon

$S_2 = \frac{P}{\cos\varphi_2} = \frac{500}{0,95} = 526,3 \text{ VA}$ .

Jalový výkon bude po kompenzaci  $Q_L - Q_C = S_2 \sin\varphi_2$ ,

z toho  $Q_C = Q_L - S_2 \sin\varphi_2 = 584 - 526,3 \cdot 0,31 = 420,85 \text{ VAr}$ .

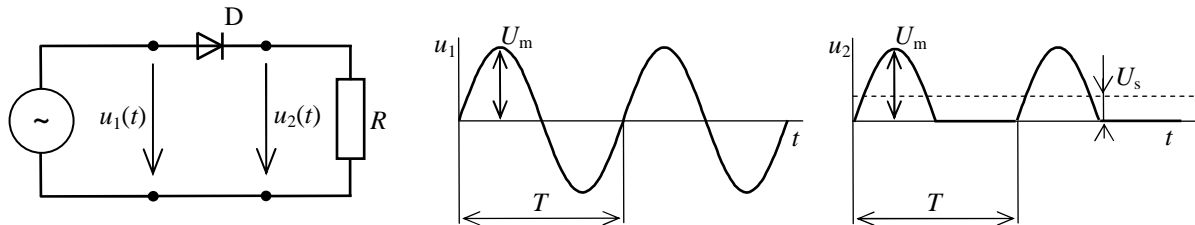
Kapacitní proud  $I_C = \frac{Q_C}{U} = \frac{420,85}{230} = 1,83 \text{ A}$ .

Kapacita kondenzátoru se určí z kapacitního proudu z Ohmova zákona  $I_C = U/X_C = U\omega C$ ,

$C = \frac{I_C}{2\pi f U} = \frac{1,83}{2\pi \cdot 50 \cdot 230} = 25,32 \ \mu\text{F}$ .

## 11. Výkonová elektronika

**Příklad 43** Vypočítejte střední hodnotu napětí v době jedné periody (stejnosemnou složku) jednocestně a dvoucestně usměrněného sinusového proudu bez vyhlazovacího kondenzátoru. Jde o určení přenosu usměrňovače z jeho vstupu na výstup. Tato znalost je klíčová pro návrh obvodů připojených k usměrňovači.



Obr. 26: Jednocestný usměrňovač s průběhy napětí na jeho vstupu a výstupu

Jde o výpočet střední hodnoty signálu dosazením do definičního integrálu pro střední hodnotu. Pozor musíme dát na dosazení. Na vstupu usměrňovače předpokládáme sinusový průběh  $u(t) = U_m \sin(\omega t)$ . Ten má po jednocestném usměrnění ve druhé půlperiodě nulovou hodnotu, proto je horní mez integrálu pouze do  $T/2$

$$U_s = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t dt = \frac{U_m}{T} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{T/2} = \frac{U_m}{\pi} = 0,3183 U_m.$$

Výsledek je uveden jako poměr k amplitudě vstupního napětí  $U_m$ . Běžněji používáme efektivní hodnotu  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ , takže výsledek můžeme přepsat do tvaru  $U_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U$ .

Pro dvoucestně usměrněný sinusový průběh integrujeme signál po částech. V druhé půlperiodě buď otočíme znaménko nebo použijeme absolutní hodnotu

$$U_s = \frac{1}{T} \left( \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t dt + \int_{T/2}^T |U_m \sin \omega t| dt \right) = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} U_m = 0,6366 U_m.$$

Výsledek odpovídá střední hodnotě v době jedné půlperiody. Perioda usměrněného signálu je polovinou periody neusměrněného signálu – což nám vyšlo po úpravě dosazení. Takže jsme rovnou mohli začít výpočet od této fáze. Výsledek opět můžeme přepsat s využitím efektivní

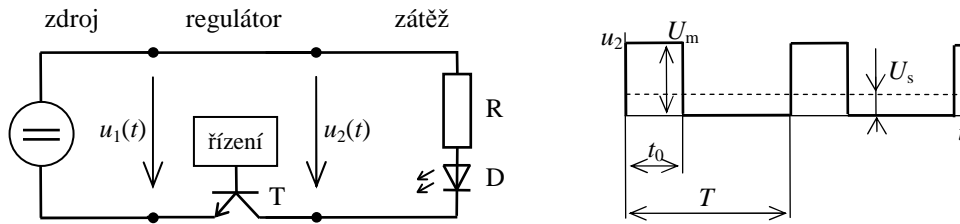
hodnoty vstupního napětí  $U_s = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U$ .

**Příklad 44** Vypočítejte střední a efektivní hodnotu napětí v době jedné periody signálu modulaného pulsně šířkovou modulací PWM. Jde o výpočet střední hodnoty obdélníkového pulsu. Příkladem je obvod pro řízení intenzity světla LED diody.

Výpočet pro obdélníkový puls délky  $t_0$  provedeme dosazením do definičního integrálu pro střední hodnotu. Dosazovaná funkce je konstantní  $u_2(t) = U_m$  pro  $t \in (0; t_0)$  a nulová ve zbylém čase periody.

$$U_s = \frac{1}{T} \int_0^{t_0} U_m dt = \frac{U_m}{T} [t]_0^{t_0} = \frac{t_0}{T} U_m.$$

To je zřejmé z geometrické představy. Výsledek vyplývá z rovnosti ploch obdélníků  $U_s T = U_m t_0$ .

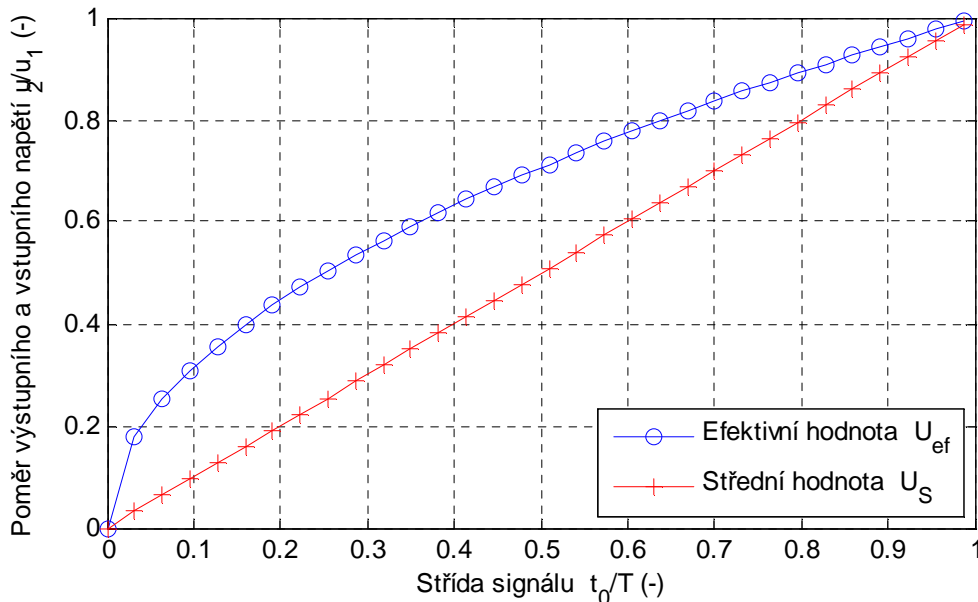


Obr. 27: PWM regulátor výkonu

Obdobně efektivní hodnotu vypočteme podle definičního integrálu

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_0} U_m^2 dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T} [t]_0^{t_0}} = \sqrt{\frac{t_0}{T}} U_m.$$

Závislost efektivní hodnoty výstupu regulátoru není díky odmocnině ve vztahu lineárně závislá na střídě signálu.



Obr. 28: Regulace výkonu pomocí PWM

Průběh proudu závisí na impedanci zátěže. V tomto případě sériového zapojení rezistoru a diody. Uvažujeme-li, že diodou protéká proud pouze pokud je překročeno napětí v propustném směru diody  $U_F$  bude proud

$$i = \frac{u_2(2) - U_F}{R} \quad \text{pro } u_2(2) > U_F \quad \text{jinak } i = 0.$$

Závislost výstupního proudu ani výstupního výkonu na střídě není lineární.

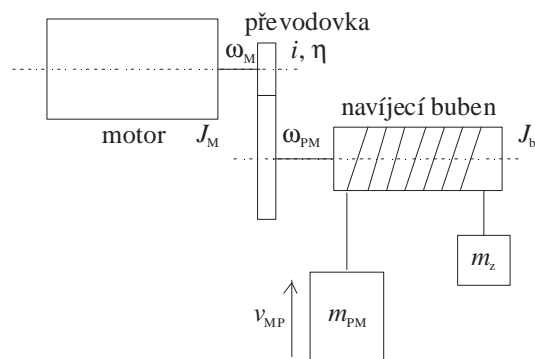
## 12. Elektrické pohony strojů

Elektrický pohon sestává z mechanické převodovky, vlastního motoru, obvodů ovládajících motor a regulačních obvodů. Pro správný návrh motoru je nezbytné znát zatěžovací charakteristiky poháněného stroje a rozložení zatížení v čase. V úvahu je nutné vzít nejen ustálený pracovní bod, ale je třeba promyslet i dynamické děje a brzdění stroje. Základem je vybrat správný motor tak, aby byl schopen vyvinout dostatečný moment při požadovaném zatížení a rychlosti. Řešení začínáme pohybovou rovnicí. Při přetěžování nebo cyklickém zatížení kontrolujeme oteplení motoru.

**Příklad 45** Určete točivý moment na hřídeli motoru, když zátěžný moment na hřídeli pracovního mechanismu je  $M_z = 1000 \text{ Nm}$ . Motor pohání pracovní stroj přes dva převody  $j_1 = j_2 = 10$ .

Redukovaný zátěžný moment na hřídel motoru je  $M_{\text{red}} = M_z / (j_1 j_2) = 1000 / 10^2 = 10 \text{ Nm}$ .

**Příklad 46** Určete statický moment, výkon a moment setrvačnosti na hřídeli motoru při a) zdvihání a b) spouštění kabiny nákladního výtahu s protizávažím rychlostí  $v_p$ . Na základě těchto základních parametrů vyberte na internetu vhodný asynchronní motor. Uspořádání mechanismu podle obrázku, zadáno: hmotnost kabiny  $m_{\text{PM}} = 500 \text{ kg}$ , hmotnost protizávaží  $m_z = 200 \text{ kg}$ , pracovní rychlost  $v_{\text{MP}} = 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\omega_M = 102,62 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\eta = 0,85$ ,  $J_b = 1,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $J_M = 0,26 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $i = 6$ ,  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ .



Obr. 29: Schéma výtahu s protizávažím

a) Moment na hřídeli motoru při zdvihání je

$$M_M = \frac{P_M}{\omega_M} = \frac{F v_p}{\eta \omega_M} = \frac{g(m_{\text{MP}} - m_z) v_{\text{MP}}}{\eta \omega_M} = 50,6 \text{ Nm}. \text{ Všimněte si, že jsme vyšli ze základního}$$

vztahu mezi momentem a výkonem. Za výkon jsme dosadili výkon koncové části mechaniky se započtením účinnosti mechaniky. Výkon motoru následně spočteme  $P = M_M \cdot \omega_m = 5,193 \text{ kW}$  a moment setrvačnosti na hřídeli motoru je

$$J = J_m + \frac{J_b}{i^2} + (m_{\text{PM}} + m_z) \left( \frac{v_{\text{MP}}}{\omega_M} \right)^2 = 0,26 + 0,044 + 0,15 = 0,46 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

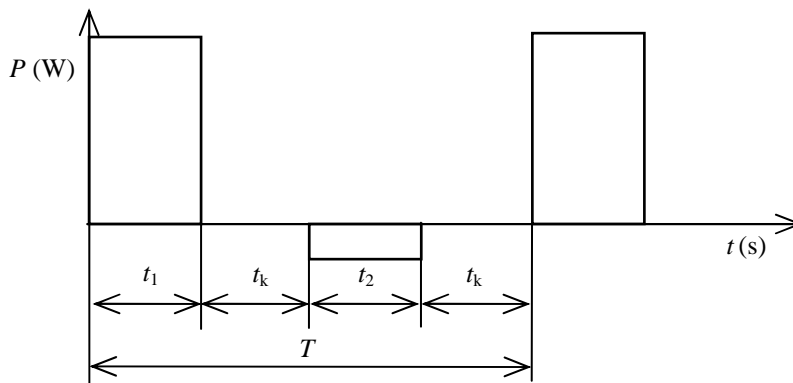
b) Moment a výkon na hřídeli motoru při spouštění

$$M_M = \frac{g(m_{PM} - m_z)(-v_{PM})\eta}{\omega_M} = -36,57 \text{ Nm}.$$

Výkon motoru při spouštění:  $P = M_M \omega_M = 3,752 \text{ kW}$ .

Vybraný motor musí splňovat všechny mezní hodnoty, kterými jsou moment na hřídeli při zdvihání, výkon při zdvihání, pracovní otáčky. Z pracovních otáček vidíme, že motor bude mít 3 pólové dvojice. Poté porovnáváme jmenovitý výkon motoru. Jmenovitý moment motoru vypočteme z jeho štítkového výkonu a otáček. U asynchronních motorů navrhujeme rezervu výkonu 25 %. Na momentové charakteristice motoru zkontrolujeme, zda zátěž nepřekračuje moment motoru ani při rozběhu, tj. záběrový moment. Podmínkám odpovídá např. motor IE2-160M-6.

**Příklad 47** Jeřáb zdvihá břemeno hmotnosti  $m_1 = 1000 \text{ kg}$ , zavěšené na háku s hmotností  $m_2 = 100 \text{ kg}$  rychlostí  $v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  do výšky  $h = 10 \text{ m}$ . V horní a dolní poloze je břemeno odpojeno a následuje přestávka po dobu  $t_k = 5 \text{ s}$ . Dále je spuštěn hák s přestávkou o stejné době  $t_k$ , viz obrázek. Mechanické ztráty  $\Delta P_{\text{mech}} = 10 \% P_{\text{zdvih}}$ . Určete výkon motoru  $P_1$  se zanedbáním přechodových dějů při rozběhu a brzdění a zkontrolujte výkonovou přetížitelnost motoru dané třídy, která je  $p_m = 2$ .



Obr. 30: Zátěžný diagram pohonu

Jde o běžnou praktickou úlohu, kdy známe časovou posloupnost zatížení. Víme, že motor bude pracovat v přerušovaném režimu. Motor navrhujeme pro práci v přetížení, abychom optimalizovali pořizovací náklady a zároveň tak, abychom nepřekročili dovolené oteplení motoru. Teplota je totiž limitujícím faktorem. Její překročení znamená rychlou degradaci polymerů izolačního systému, která vede až k porušení izolace, ke zkratu uvnitř vinutí a zničení motoru. Výkon motoru potřebný ke zdvihu:  $P_1 = (1 + 0,1)F_1v = 1,1(m_1 + m_2)gv = 1,1(1000 + 100)9,81 \cdot 1 = 11,87 \text{ kW}$ .

Výkon motoru při spouštění  $P_2 = (1 + 0,1)F_2(-v) = 1,1m_2g(-v) = 1,1 \cdot 100 \cdot 9,81 \cdot (-1) = -1,08 \text{ kW}$ .

Doba zdvihání a spouštění  $t_1 = t_2 = \frac{h}{v} = \frac{10}{1} = 10 \text{ s}$ .

k-násobné snížení ochlazování při přestávce  $t_k$  je úměrné k-násobnému zkrácení této doby a je možno jej nalézt v literatuře. Tento koeficient vyjadřuje rozdílnou rychlost oteplovací a

ochlazovací charakteristiky motoru. V tomto případě použijeme koeficient  $k = 2$ . Redukovaná doba ochlazování je pak  $t'_k = \frac{t_k}{k} = \frac{5}{2} = 2,5$ .

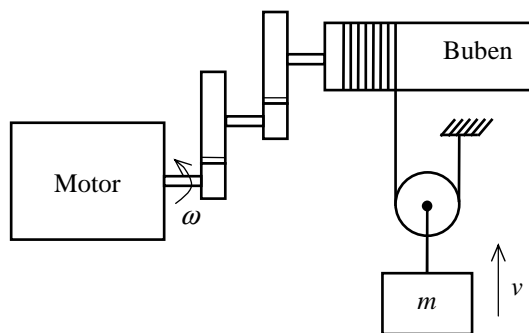
Ekvivalentní výkon pohonu určíme jako vážený vektorový součet dílčích výkonů

$$P_{\text{ekv}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2}{t_1 + t_2 + 2 \cdot t'_k}} = \sqrt{\frac{11870^2 \cdot 10 + (-1079)^2 \cdot 10}{10 + 10 + 2 \cdot 2,5}} = 7,54 \text{ kW}.$$

Výkonová přetížitelnost  $p_m = \frac{P_1}{P_{\text{ekv}}} = \frac{11870}{7538} = 1,57$  je menší jak zadaná přetížitelnost  $p_m = 2$ .

Zdvíhací zařízení může pohánět motor, jehož jmenovitý výkon  $P_n > P_{\text{ekv}} = 7,54 \text{ kW}$ . Pokud by byla přetížitelnost překročena, bude minimální výkon motoru omezen zadanou přetížitelností.

**Příklad 48** Určete točivý moment  $M_m$  a výkon motoru  $P_m$  potřebný pro zdvih břemene s hmotností  $m = 5\,000 \text{ kg}$  rychlostí  $v = 0,5 \text{ m/s}$ , pokud je účinnost každého páru ozubených kole  $\eta_z = 0,95$ , účinnost bubnu  $\eta_b = 0,95$ , účinnost kladky  $\eta_k = 0,97$ , převodový poměr každého páru ozubených kol  $j = 7$  a průměr bubnu  $d_b = 0,8 \text{ m}$ .



Obr. 31: Schéma zdvihacího zařízení

Výsledky jsou  $M_m = 240,7 \text{ Nm}$ ,  $P_m = 14,75 \text{ kW}$ .



## Doporučená literatura

- [1] BARTUŠKA Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy III*. 1. vyd. Praha: Prometheus spol. s r. o., 1998. ISBN 80-7196-035-7, [Velké množství příkladů odpovídajících zaměření kap. 1 a 2, úvod do řešení střídavých obvodů, ale bez použití komplexních čísel], [kvkli].
- [2] Myslík Jiří, *Elektrické obvody*. 2. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 1998. 256 s. ISBN 80-86056-19-8, [Kvalitní učebnice základů teorie obvodů, včetně řešení přechodných dějů a nelineárních obvodů], [kvkli].
- [3] Myslík Jiří, *Elektrické obvody – řešené příklady*. 1. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 1998. 160 s. ISBN 80-86056-33-3, [kvkli].
- [4] *Návod na stavbu reprobodny, reprosoustavy, reproboxu, repráku*. [online]. 2006-2014 [cit. 2014-12-08]. Dostupné z: <<http://www.marekweb.eu/popis.php>>.
- [5] OPAVA Zdeněk, *Elektřina kolem nás*. 2. opr. vyd. Praha: Albatros, 1985. [Encyklopedická kniha pro děti, názorné vysvětlení základů], [kvkli].
- [6] *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. Praha: Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta, Katedra didaktiky fyziky, 2008-2011, 28. 7. 2013 [cit. 2014-12-08]. Dostupné z: <<http://fyzikalniulohy.cz/index.php?predmet=2>>.

[kvkli] = Krajská vědecká knihovna v Liberci, <[www.kvkli.cz](http://www.kvkli.cz)>

Název	<b>Elektrotechnika – příklady</b>
Autoři	Miroslav Novák, Eva Konečná
Vydavatel	Technická univerzita v Liberci, Studentská 2, 461 17 Liberec
Schváleno	Rektorátem TU v Liberci dne 2. prosince 2014, čj. RE 129/14
Vyšlo	8. listopadu 2014
Počet stran	41
Vydání	první
Tiskárna	distribučováno elektronicky
Číslo publikace	55-129-14

---

Tato publikace neprošla redakční ani jazykovou úpravou

**ISBN 978-80-7494-158-0**

**DOI 10.15240/tul/002/2014-11-005**

