



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Úvod do OpenFOAM a okrajové podmínky

M. Lasota, NTI, obor AVI, FM-TUL

Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0

CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_ 015/0002329

Diferenciální operátory

Symbol ∇ bude značit tento operátor

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_d} \right)^\top.$$

Gradient funkce f bude zapisován takto a znamená vektor

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_d} \right)^\top.$$

Gradient vektorové funkce $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_d)$ definujeme takto a znamená Jacobiho matici

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_d} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_d}{\partial x_1} & \frac{\partial f_d}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_d}{\partial x_d} \end{pmatrix} = (\nabla f_1, \nabla f_2, \dots, \nabla f_d)^\top.$$

Jestliže $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_d)$ je vektorová funkce, pak je divergence definována předpisem

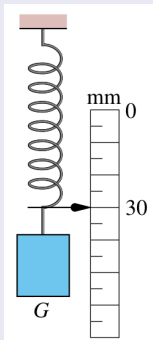
$$\nabla \cdot \mathbf{f} = \sum_{i=1}^d \frac{\partial f_i}{\partial x_i}.$$

Numerické simulace

Teorie (1)

CFD (Computational Fluid Dynamics) je metoda, se kterou lze vyšetřit chování systému bez experimentálního měření. Používáme matematický popis fyzikálního jevu. Ukázka:

Představa



Fyzikální zákon

$$\mathbf{G} := \mathbf{F}, \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{d} = -ky \quad (2)$$

kde \mathbf{F} je tzv. pružná síla. Jedná se o sílu, která na částici působí natažená nebo stlačená pružina. Řada silových zákonů v přírodě má stejný matematický zápis jako tento zákon. V celé řadě případů je \mathbf{F} úměrná jejímu prodloužení \mathbf{d} vůči nenapjatému stavu. Konstanta k je tuhost pružiny.

Matematický model

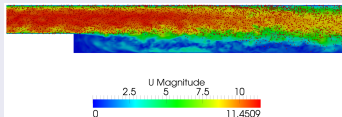
$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + ky + mg = 0 \quad (3)$$

CFD

Přibližné spektrum CFD problémů při proudění tekutin:

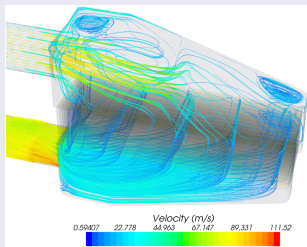
- Single phase flow (aerodynamika, proudění okolo spalovacích ventilů, ...)
- Multiphase flow (proudění s částicemi, ...)
- Heat transfer (vedení tepla izolovanou stěnou, ...)
- Combustion (spalování plyn/kapalina, design kotle, ...)
- Aeroacoustics (úprava geometrie s cílem snížit vliv vibrací, ...)
- Multiple-physics coupling (fluid-structure interaction, magnetohydrodynamika, ...)

Multi Phase Flow



(Dis. práce, J. Volavý (2013))

Single Phase Flow



(Dipl. práce, M. Lasota (2016))

Představení knihovny OpenFOAM

V roce 1989 je datován vznik této C/C++ knihovny. Od roku 2004 je to knihovna s Open Source licencí. Dnes společnost OpenCFD s licencí GPL (General Public Licence) vydává nové distribuce této knihovny. GPL zajišťuje právo kód spouštět, kopírovat a upravovat.

Hlavní výhody

- OpenFOAM je volně použitelný software pro numerické simulace s rozšířením na CFD výpočty
- Volně použitelný znamená bez placení licencí a podpor
- Možnosti paralelních výpočtů zdarma (až 1000 CPU volných CFD licencí)
- Stále se OpenFOAM vyvíjí, aktivní komunita
- Netradiční výpočty (Fluid-Structure Interaction, komplexní přenos tepla a látky, vnitřní spalování, ...)

Hlavní součásti OF

- Polyhedrální meshování, diskretizace druhého řádu v prostoru a čase
- Lagrangian particle tracking
- Dekompozice oblasti
- Automatic mesh motion
- Snadná implementace rovnic

Implementace rovnic

Zapisujeme v přirozeném jazyce pro mechaniku tekutin (v parc. dif. rovnicích). Např. rovnice s turbulentní kinetickou energií. Ukázka:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}k) - \nabla \cdot [(\nu + \nu_t)\nabla k] = \nu_t \left[\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \right] - \frac{\epsilon_0}{k_0} kH \quad (4)$$

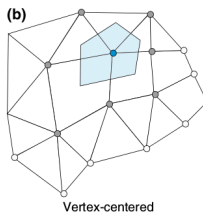
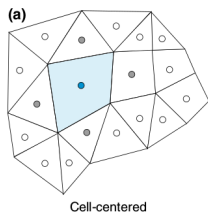
```
solve
(
  fvm::ddt(k)
  + fvm::div(phi, k)
  - fvm::laplacian(nu() + nut, k)
  == nut + magSqr(symm(fvc::grad(U)))
  - fvm::Sp(epsilon/k, k)
);
```

Oblasti použitelnosti OpenFOAMu

- Potenciální proudění, skalární/vektorový/tenzorový transport
- Přenos tepla a látky, buoyancy-driven flows, konjugovaný přenos tepla
- Multifáze: Euler-Euler, VOF
- RANS pro turbulentní proudění, full LES capability
- Pre-mixed a Diesel combustion, spray
- Stress-analysis, elektromagnetismus, ...

OpenFOAM

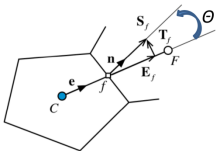
Zobrazme si síť pro metodu konečných objemů (dále jen FVM). V OpenFOAM dominuje přístup cell-centered. Proměnné jsou uloženy v těžištích elementů a do výpočtu vstupují rovněž hodnoty veličin a gradientů v těžištích stěn elementů. Elementy jsou identické s diskretizačními elementy. Obecně je tato metoda druhého řádu přesnosti, jelikož veličiny jsou počítány v elementu a stěnách elementu, kde rozdíl mezi hodnotou proměnné a její průměrnou hodnotou je $O(\Delta x^2)$. Významnou nevýhodou cell-centered mohou být neorthogonalita a nespojitost elementů.



Neorthogonalita je vlastnost vnitřních a okrajových ploch (internal and boundary faces). Indikátorem je úhel Θ (rozsah 0 deg až 90 deg), jenž svírá vnější normálu \mathbf{n} a spojnici těžiště elementu C a F. Pokud $\Theta = 0$ deg, pak je síť plně ortogonální. Navyšováním Θ se navyšuje neorthogonalita, kterou lze kompenzovat příslušnými korekcemi.

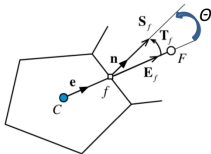
Minimum correction approach

$$\mathbf{T}_f = (\mathbf{n} - \cos \theta \mathbf{e}) S_f$$



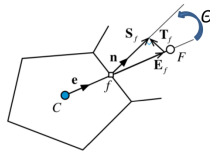
Normal correction approach

$$\mathbf{T}_f = (\mathbf{n} - \mathbf{e}) S_f$$



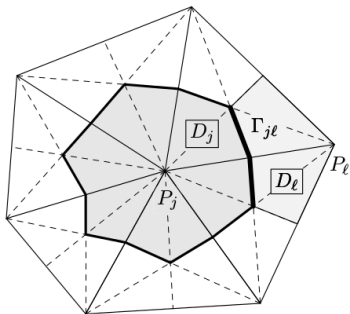
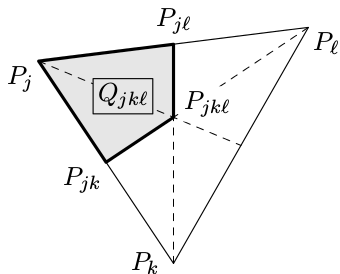
Over-relaxed correction approach

$$\mathbf{T}_f = \left(\mathbf{n} - \frac{1}{\cos \theta} \mathbf{e} \right) S_f$$



OpenFOAM

Vertex-centered (vertex-based). Tento přístup je v OpenFOAM méně častý. Mějme trojúhelník s vrcholy P_j , P_k a P_l . Těžištěm trojúhelníka je P_{jkl} a vznikne čtyřúhelník Q_{jkl} . Postup opakujeme pro všechny trojúhelníky s uzlem P_j . Sjednocením čtyřúhelníků vzniká duální objem D_j , jak je vidět vpravo. Hodnoty proměnných jsou uloženy v uzlech (vertices).



Boundary conditions

Okrajové podmínky Volba okrajových podmínek je fyzikální problém, ale zároveň musí tato volba korespondovat s matematickým charakterem řešených rovnic. Při řešení konkrétních případů vybíráme podle typu hranice a povahy proudění. Typy hranic se dělí na transparentní a reflektivní, anebo transmisivní (bude uvedeno dále). Pokud $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ prohlásíme za jednotkový vektor vnější normály hranice $\partial\Omega$, pak hranice jsou charakterizovány vtok, výtok, stěna (uvedeno ve stejném pořadí)

$$\Gamma_{inlet} = \{\mathbf{x} \in \partial\Omega \mid \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) < 0\},$$

$$\Gamma_{outlet} = \{\mathbf{x} \in \partial\Omega \mid \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) > 0\},$$

$$\Gamma_{wall} = \{\mathbf{x} \in \partial\Omega \mid \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0\}.$$

Boundary condition

Jak bylo řečeno, okrajové podmínky závisí na proudění. Vazké x ne vazké. Stlačitelné x nestlačitelné. Uvedeme si nejdříve rovnice proudění. Tj. rovnici kontinuity, pohybové rovnice a rovnici energie v následujícím tvaru (Konzervativní forma Navier-Stokesových rovnic pro stlačitelné a viskózní proudění):

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \sum_{i=1}^d \frac{\partial \mathbf{f}_i(\mathbf{w})}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^d \frac{\partial \mathbf{r}_i(\mathbf{w}, \nabla \mathbf{w})}{\partial x_i} + \mathbf{s}$$

$$\text{kde } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \vdots \\ \rho v_d \\ E \end{pmatrix}, \mathbf{f}_i = \begin{pmatrix} \rho v_i \\ \rho v_i v_1 + p \delta_{i1} \\ \vdots \\ \rho v_i v_d + p \delta_{id} \\ (E + p)v_i \end{pmatrix}, \mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1i} \\ \vdots \\ \tau_{di} \\ \tau_{ij} v_j + k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}, \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_1 \\ \vdots \\ \rho f_d \\ \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} + q \end{pmatrix}.$$

Vektorové funkce \mathbf{f}_i jsou Eulerovy neviskózní a \mathbf{r}_i Eulerovy viskózní toky. Funkcí \mathbf{s} se rozumí zdroj (tepelný zdroj, objemových sil atd.).

Boundary condition

E je celková energie ($E = \frac{1}{2}\rho U_i U_i$), δ_{ij} je Kroneckerovo delta ($\delta_{i=j} = 1, \delta_{i \neq j} = 0$). Vztah $k \frac{\partial T}{\partial x_i}$ pochází z Fourierova zákona pro tepelný tok $q = -k \frac{\partial T}{\partial x_i}$, kde k je koeficient vedení tepla.

Tenzor τ_{ij} je vazká (deviatorická) část tenzoru napětí, ke kterému docházíme z Newtonovy hypotézy o lineární závislosti tenzoru napětí σ na tenzoru rychlosti deformace ϵ , kde

$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$, znaménko mínus znamená, že tlak kontrolní objem stlačuje,

$\tau_{ij} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{v})\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij}$, kde $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$.

V rovnici výše jsou uvedeny dvě viskozity: μ koeficient dynamické vazkosti a λ druhý koeficient vazkosti. Tyto koeficienty mohou být $\mu(T), \lambda(T)$. Jestliže se tekutiny řídí těmito rovnicemi pro σ_{ij} a τ_{ij} , pak lze tekutiny prohlásit za Newtonovské. Zástupci těchto tekutin jsou např. rtuť, voda. V případě nenewtonovských tekutin jsou to např. krev, láva.

Položme nyní $\lambda = k = \mu = 0$, pak platí $\mathbf{r}_i = \mathbf{o}$ (slovně: Eulerův viskózní tok je nahrazen nulovým vektorem). Upravený tvar vypadá takto a nazýváme ho rovnicí pro stlačitelné a neviskózní proudění

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \sum_{i=1}^d \frac{\partial f_i(\mathbf{w})}{\partial x_i} = \mathbf{s}.$$

Nestlačitelné proudění zaručuje podmínka nestlačitelnosti $\text{div } \mathbf{v} = 0$ a konstantní μ . Pro doplnění: Za Navier-Stokesovy rovnice se někdy berou jen rovnice kontinuity + rovnice pohybové, a to v případě, pokud $\mu \neq \mu(T)$, tím pádem se rovnice kontinuity+pohybové řeší odděleně od rovnice energie.

Boundary conditions

Navier-Stokesovy rovnice pro nestlačitelné proudění jsou potom

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho f_i.$$

Pro Eulerovo nestlačitelné neviskózní proudění se dyn. vazkost μ položí rovna 0. Úprava zmíněných rovnic do diferenciálního tvaru vede na

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

$$\frac{\rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \rho \mathbf{u}) = -\nabla p,$$

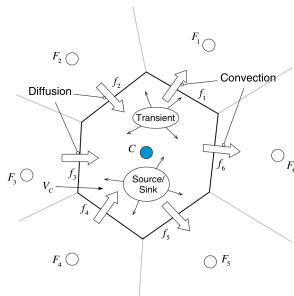
Nyní srovnáme s obecnou transportní rovnicí pro skalár Φ v OpenFOAM

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \Phi) - \nabla \cdot (\rho \Gamma_\Phi \nabla \Phi) = S_\Phi(\Phi),$$

kde Γ je difúzní koeficient.

Boundary conditions

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t}}_{\text{transient}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \Phi)}_{\text{convection}} - \underbrace{\nabla \cdot (\rho \Gamma_{\Phi} \nabla \Phi)}_{\text{difuze}} = \underbrace{S_{\Phi}(\Phi)}_{\text{zdroj}}$$



Na ilustrativním obrázku si ujasníme jednotlivé členy v rovnici. Odebráním transient členu vytvoříme steady-state formu rovnice (časově neměnnou) a integrujeme přes element C

$$\int_{V_c} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \Phi) dV = \int_{V_c} \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi} \nabla \Phi) dV + \int_{V_c} Q^{\Phi} dV$$

Objemové integrály nahradíme plošnými. Nejdříve zavedeme větu o divergenci.

Nechť V znamená objem s hranicí S a \mathbf{n} vnější jednotkový vektor kolmý na S . Jestliže vektorové pole \mathbf{v} je definováno uvnitř V , pak větu o divergenci (též Gaussova věta) zapíšeme

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{v}) dV = \oint_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS.$$

Boundary conditions

Aplikováním na obecnou transportní rovnici pro skalární veličinu Φ dostaneme

$$\oint_{\partial V_C} (\rho \mathbf{v} \Phi) \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\partial V_C} (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) \cdot d\mathbf{S} + \int_{V_C} Q^\Phi dV.$$

Zjednodušením zápisu máme tok $\mathbf{J}^{\Phi,C}$ pro konvekci a $\mathbf{J}^{\Phi,D}$ pro difuzi

$$\mathbf{J}^\Phi = \mathbf{J}^{\Phi,C} + \mathbf{J}^{\Phi,D} = \rho \mathbf{v} \Phi + -\Gamma^\Phi \nabla \Phi.$$

Jedny z nejpoužívanějších okrajových podmínek jsou Dirichletova (1. druhu) a Neumannova podmínka (2. druhu). Zanedbejme difuzi a zapišme Dirichletovu podmínku. Specifikujeme hodnotu na inletu.

$$\mathbf{J}^{\Phi,C} \cdot \mathbf{S}_b = (\rho \mathbf{v} \Phi)_b \cdot \mathbf{S}_b = \dot{m}_f \Phi_b$$

Neumannova podmínka předepisujeme nikoliv jako specifickou hodnotu Φ_b na boundary, ale jako flux per unit area.

$$\mathbf{J}^{\Phi,b} \cdot \mathbf{n}_b S_b = q_b S_b$$

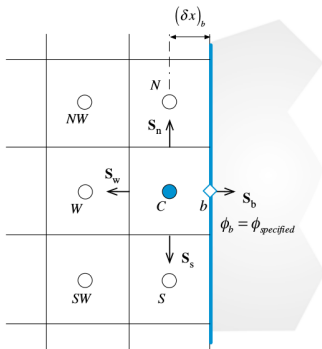
Boundary conditions

Dirichletova BC

Dirichletova podmínka (fixed boundary condition)

$$\Phi_b = \Phi_{\text{specified}} = \text{konst},$$

$$\Phi_b^\Phi (\nabla \Phi)_b \cdot \mathbf{S}_b = -\Gamma_b^\Phi \frac{\|\mathbf{S}_b\|}{\|d_{Cb}\|} (\Phi_b - \Phi_C)$$



Boundary conditions

Neumannova BC

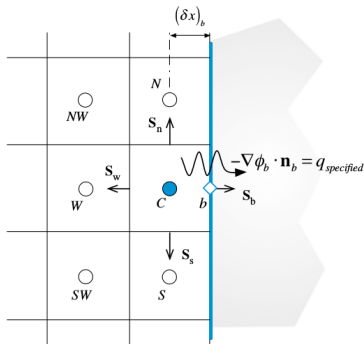
Tato OP 2. druhu je definována Fourierovým zákonem (třetí uvedený vztah). Znaménko mínus je zde proto, aby byl splněn 2. termodynamický zákon, jinými slovy klesá-li teplota ve směru x , pak je teplotní gradient záporný a tepelný tok kladný. Tepelný tok je veličina vektorová (gradient skalární veličiny je vektor). Nejjednodušší případ použití OP 2. druhu nastane při tepelně izolované (adiabatické) stěně, tj. při předepsání $\dot{q}_b = 0$.

$$\dot{q}_b = konst,$$

$$\dot{q}_b = \dot{Q}_b/S,$$

$$\dot{Q}_b = -\Gamma_b^\Phi (\nabla\Phi)_b \cdot \mathbf{S}_b,$$

$$\dot{Q}_b = -\Gamma_b^\Phi \frac{\|\mathbf{S}_b\|}{\|d_{Cb}\|} (\Phi_b - \Phi_C)$$



kde \dot{q}_b je měrný tepelný tok, Γ je tepelná vodivost. $[\dot{q}_b]=W/m^2$, $[\Gamma]=W/(m.K)$

Boundary conditions

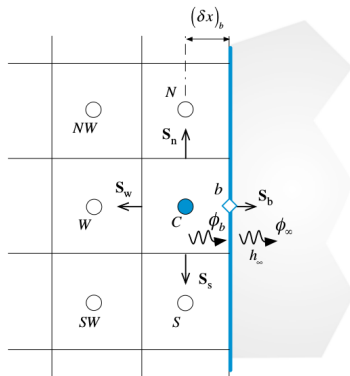
Newtonova BC

Tato OP 3. druhu definuje tepelný tok pomocí teploty okolí T_∞ a součinitele přestupu tepla h_∞ . Tato podmínka je v praxi velmi často používána. Pozn. s časem se může měnit jak teplota okolí, tak součinitel přestupu tepla.

$$h_\infty = \text{konst},$$

$$-\Gamma \Phi \frac{\partial(\Phi_b - \Phi_C)}{\partial(\delta x)_b} = h_\infty(\Phi_\infty - \Phi_b),$$

$$-\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_b = h_\infty(T_\infty - T),$$



kde h_∞ je součinitel přestupu tepla. [h_∞]=W/(m².K)

Boundary conditions

Shrnutí

OP 1. druhu, Dirichletova - určuje rozložení teplot na povrchu tělesa

$$T_{wall} = konst.$$

OP 2. druhu, Neumannova - určuje rozložení hustot tepelného toku na povrchu tělesa v čase

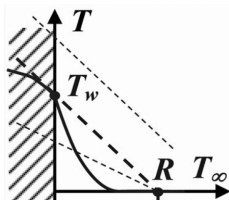
$$\dot{q}_b = konst.$$

OP 3. druhu, Newtonova - určuje rozložení součinitelů přestupu tepla na povrchu tělesa v čase

$$h_\infty = konst.$$

Rozdíl mezi 2. a 3. OP je ilustrován zde. U OP 2. druhu má tečkovaná tečna stále stejný sklon.

U OP 3. druhu prochází čárkovaná tečna řídicím bodem R.



Boundary conditions

Další OP

OP 4. druhu, ve styku dvou těles

a) dokonale

$$-\Gamma_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_b = -\Gamma_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial y} \right)_b$$

b) nedokonale

$$\dot{q}_b = \frac{1}{R_k} (T_{w1} - T_{w2}),$$

kde R_k je kontaktní tepelný odpor (závisí na tlaku mezi tělesy, drsnosti materiálu a vlastnostech plynu. $[R_k] = (\text{m}^2 \cdot \text{K}) / \text{W}$)

OP 5. druhu, s fázovou přeměnou látky na povrchu

Boundary conditions

noSlip

Tato okrajová podmínka no-slip může být aplikována na stacionární nebo dynamické stěny. Implementací této no-slip podmínky vyjadřujeme jev, který nastává při proudění u povrchu těles, kdy se vlivem dynamické viskozity ve velmi malé vzdálenosti od stěny o tloušťce δ vytváří viskózní mezní vrstva (viscous boundary layer).

$$\begin{aligned}p_b &= ?, \\ \dot{m}_b &= 0, \\ \mathbf{v}_b &= \mathbf{v}_{wall}.\end{aligned}$$

Pro stacionární stěny: $\mathbf{v}_b = 0$,

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_\perp + \mathbf{F}_\parallel,$$

$$\mathbf{F}_\perp = 0,$$

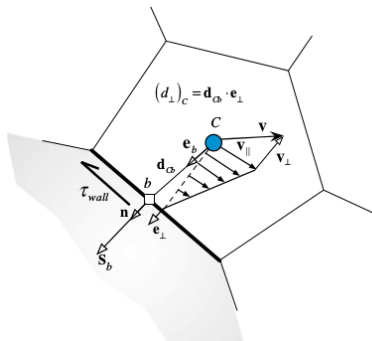
$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_\parallel = \tau_{wall} \mathbf{S}_b,$$

$$\tau_{wall} = \mu \frac{\partial \mathbf{v}_\parallel}{\partial d_\perp},$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{S}_b}{S_b},$$

$$d_\perp = \mathbf{d}_{Cb} \cdot \mathbf{n},$$

$$p_b = p_C + \nabla p_C^{(n)} \cdot \mathbf{d}_{Cb}.$$



kde

\mathbf{F}_\perp působí v normálovém směru, \mathbf{F}_\parallel působí v tečném směru, τ_{wall} je smykové napětí. Neznámá hodnota p_b je extrapolována z vnitřního řešení použitím Taylorova rozvoje okolo těžiště buňky C.

Boundary conditions

slip

Tato okrajová podmínka zajišťuje, že smykové napětí τ_{wall} je nulové, tzn. pak $\mathbf{F}_b = 0$.

$$\begin{aligned}p_b &= ?, \\ \dot{m}_b &= 0, \\ \mathbf{F}_b &= 0.\end{aligned}$$

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_\perp + \mathbf{F}_\parallel = 0,$$

$$\mathbf{F}_\perp = 0,$$

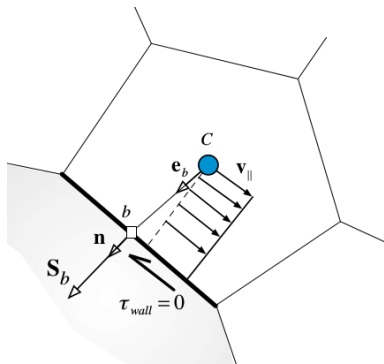
$$\mathbf{F}_\parallel = \tau_{wall} \mathbf{S}_b = 0,$$

$$\tau_{wall} = \mu \frac{\partial \mathbf{v}_\parallel}{\partial d_\perp} = 0,$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{S}_b}{S_b},$$

$$d_\perp = \mathbf{d}_{Cb} \cdot \mathbf{n},$$

$$p_b = p_C + \nabla p_C^{(n)} \cdot \mathbf{d}_{Cb}.$$



kde

\mathbf{F}_\perp působí v normálovém směru, \mathbf{F}_\parallel působí v tečném směru, τ_{wall} je smykové napětí. Neznámá hodnota p_b je extrapolována z vnitřního řešení použitím Taylorova rozvoje okolo těžiště buňky C.

Boundary conditions

inlet: (i) specifikovaná rychlost

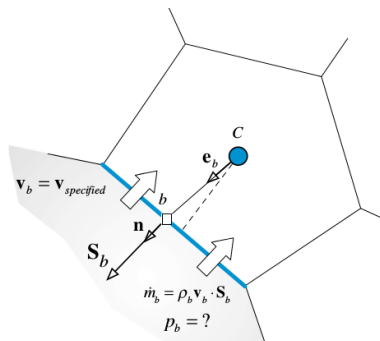
Konvekční a difúzní členy na Γ_{inlet} jsou spočteny z \mathbf{v}_b a \dot{m}_b .

$p_b = ?$ extrapolováno,
 \dot{m}_b předepsáno,
 \mathbf{v}_b předepsáno.

$\dot{m}_b \cdot \mathbf{v}_b$ (konvekce)

$\mathbf{F}_b = \tau_{wall} \mathbf{S}_b$ (difúze)

$p_b = p_C + \nabla p_C^{(n)} \cdot d_{Cb}$



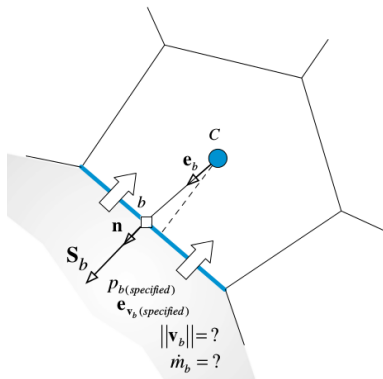
Boundary conditions

inlet: (ii) specifikovaná rychlost a směr vektoru rychlosti

V tomto případě je na inletu předepsán statický tlak a směr vektoru rychlosti. Rychlost je spočtena z tlakového gradientu. Z rovnice kontinuity je spočten \dot{m}_b .

$\rho_b = \rho$ předepsáno,
 \mathbf{e}_v předepsáno,
 $\dot{m}_b = ?$ extrapolováno,
 \mathbf{v}_b extrapolováno.

$$\dot{m}_b^{**} = \rho_b \mathbf{v}_b^{**} \cdot \mathbf{S}_b = \rho_b \|\mathbf{v}_b^{**}\| \mathbf{e}_v \cdot \mathbf{S}_b$$



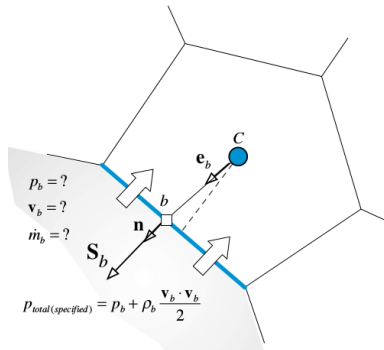
Boundary conditions

inlet: (iii) specifikovaný totální tlak a směr vektoru rychlosti

V tomto případě je na inletu předepsán totální tlak p_0

p_0 předepsáno,
 e_v předepsáno,
 $\dot{m}_b = ?$ extrapolováno,
 \mathbf{v}_b extrapolováno.

$$p_0 = p_{stat} + p_{dyn} = p_b + \frac{1}{2} \rho_b \mathbf{v}_b \mathbf{v}_b$$



Boundary conditions

outlet: (i) specifikovaný statický tlak p_b

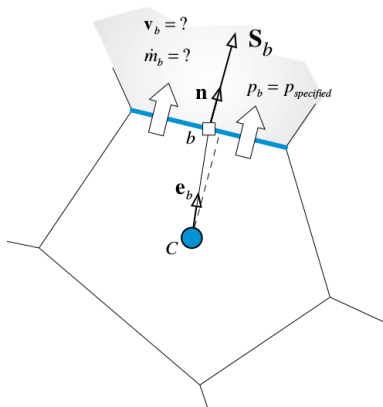
V tomto případě je na outletu předepsán statický tlak p_b .

p_b předepsáno,
 $\dot{m}_b = ?$ extrapolováno,
 \mathbf{v}_b extrapolováno.

$$p_0 = p_{stat} + p_{dyn} = p_b + \frac{1}{2} \rho_b \mathbf{v}_b \mathbf{v}_b,$$

$$\nabla_b = \nabla_{\mathbf{v}_C} - (\nabla_{\mathbf{v}_C} \cdot \mathbf{e}_b) \mathbf{e}_b,$$

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{v}_C + \nabla_{\mathbf{v}_b} \cdot \mathbf{d}_{Cb}.$$



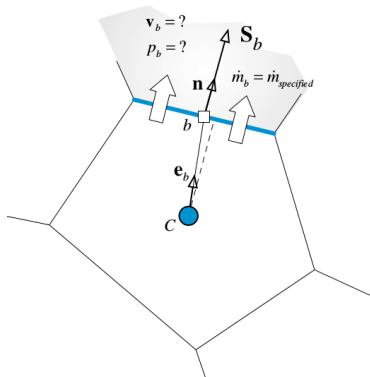
Boundary conditions

outlet: (ii) specifikovaný hmotnostní tok \dot{m}_b

U nestlačitelného proudění je \dot{m}_b ekvivalentní normálové složce rychlosti.

ρ_b extrapolováno,
 \dot{m}_b předepsáno,
 \mathbf{v}_b extrapolováno.

$$\mathbf{v}_b = |\mathbf{v}_b|(\mathbf{e}_v)_C,$$
$$\dot{m}_b = \rho_b \mathbf{v}_b \cdot \mathbf{S}_b = \rho_b |\mathbf{v}_b| (\mathbf{e}_v)_C \cdot \mathbf{S}_b \Rightarrow$$
$$|\mathbf{v}_b| = \frac{\dot{m}_b}{\rho_b (\mathbf{e}_v)_C \cdot \mathbf{S}_b}$$

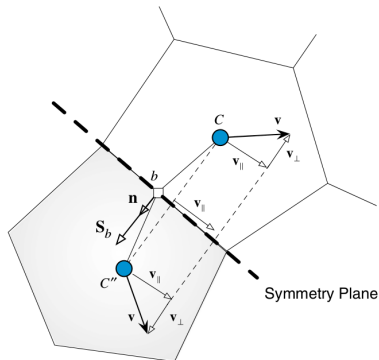


Boundary conditions

symmetryPlane

Symetrická podmínka zajišťuje zrcadlení vektoru rychlosti rovnoběžně s rovinou symetrie. Stejná OP může být užita při zavedení slip BC pro vazké proudění. Tlakový gradient ve směru normály k rovině symetrie je 0.

$$\begin{aligned}v_{\perp} &= 0, \\ \frac{\partial v_{\parallel}}{\partial n} &= 0, \\ \mathbf{F}_b &= \sigma_{\perp} \mathbf{S}_b, \\ \sigma_{\perp} &\simeq -2\mu_b \frac{v_{\perp}}{d_{\perp}}, \\ \mathbf{F}_b &= \mathbf{F}_n, \\ \nabla p_b \cdot \mathbf{n} &= 0, \\ p_b &= p_C + \nabla p_b \cdot \mathbf{d}_{Cb}.\end{aligned}$$



Boundary conditions

waveTransmissive

Vlna je při výstupu z výpočetní domény Ω buď reflektována, anebo transmitována. V případech s vysokým Machovým číslem a rázovou vlnou blízko outletu, je doporučeno vlnu nereflektovat a použít tuto BC. (Stěny jsou reflektivní). Ukázka:

```
dimensions      [1 -1 -2 0 0 0 0]; //pressure

internalField   uniform 1e5;

boundaryField
{
    outlet
    {
        type      waveTransmissive;
        psi       thermo:psi;
        gamma     1.3;
        fieldInf  1e5;
        lInf      0.3;
        value     $internalField ;
    }
}
```

Boundary conditions

Sinusoidal profile

Předepsání rychlosti na vstupu jako $u(t) = a \sin(2\pi f(t - t_0))s + l$, kde a [1] je amplituda, f [1/s] je frekvence, s [1] je scale factor, l [m/s] je offset level, t_0 [s] je start time a t [s] je time.

```
inlet
{
    type            uniformFixedValue;
    uniformValue    sine;

    uniformValueCoeffs
    {
        frequency 21.6;
        amplitude 0.016;
        scale      (1 0 0);
        level      (0.324 0 0);
        t0         0; // 1=shift pro kosinus
    }
}
```

Boundary conditions

polynomial profile

```
uniformValue    polynomial //  $y = 0.1 + 1.3x^2 + 2.7x^3$ 
(
  (0.1    0)
  (1.3    2.0)
  (2.7    3.0)
);
```

inletOutlet profile

Posunutý rychlostní profil na okraji neobsahuje backflow (mínusové hodnoty), ale nuly.

```
".* _outlet "  
{  
  type          inletOutlet ;  
  value         $internalField ;  
  inletValue    uniform (0 0 0);  
}
```


Boundary conditions

Lineární pohyb

Lineární pohyb definované zóny (např. cellZone Fluid) rychlostí $u_y = -1$ m/s s použitím knihovny dynamicFvMesh. Zde se už nepředepisuje pohyb v okrajových podmínkách.

```
motionSolverLibs ( " libfvMotionSolvers .so" );
```

```
solidBodyMotionFvMeshCoeffs
```

```
{
```

```
cellZone Fluid;
```

```
solidBodyMotionFunction linearMotion;
```

```
linearMotionCoeffs
```

```
{
```

```
velocity (0 -1 0);
```

```
}
```

```
}
```

Oscilační pohyb

```
solidBodyMotionFvMeshCoeffs
{
    cellZone      inletChannel ;

    solidBodyMotionFunction  oscillatingLinearMotion ;

    oscillatingLinearMotionCoeffs
    {
        amplitude      (0 0.5 0);
        omega           3.14; // rad/s (.5 rps)
    }
}
```

Děkuji za pozornost

References

MOUKALLED, F., L. MANGANI a M. DARWISH. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. American University of Beirut, Lebanon: Springer International Publishing, 2015. ISBN 978-3-319-16873-9.

The OpenFOAM Foundation, *OpenFOAM v5 User Guide*, Dostupné online [cit. 15-11-2017] na: <https://cfd.direct/openfoam/user-guide>

FEISTAUER, Miloslav; FELCMAN, Jiří; STRAŠKRABA, Ivan. *Mathematical and computational methods for compressible flow*. Oxford University Press, 2003.

FERZIGER, Joel H.; PERIC, Milovan. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer Science & Business Media, 2012.

Pro ucelenější výklad k FVM, OpenFOAMu a numerice lze doporučit tento zdroj

ŠIDLOF P. *Numerické metody v proudění a transportu*. Přednášky ke stejnojmennému předmětu pro 5. ročník oboru Aplikované vědy v inženýrství, 2017.