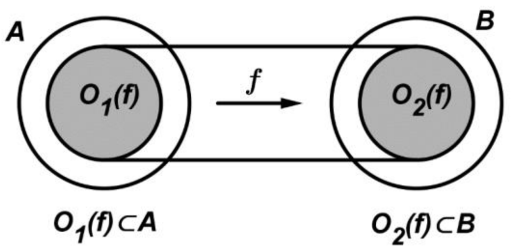
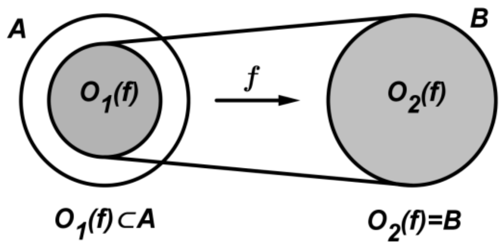
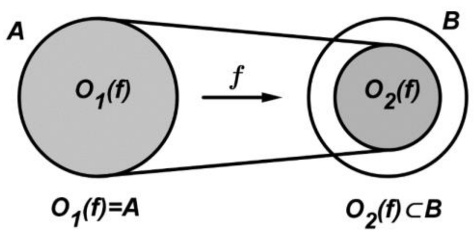
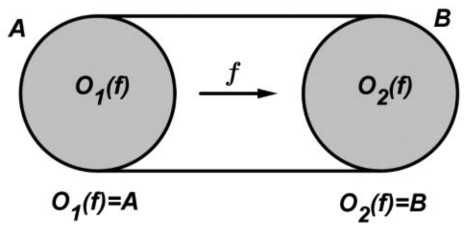
Zobrazení a funkce – zobrazení a jeho grafické znázornění, typy zobrazení, prosté, inverzní, funkce a její graf, způsoby zadání funkce, využití zobrazení a funkcí na ZŠ, přímá úměrnost

Def. (**Zobrazení**) Nechť X a Y jsou neprázdné množiny. Relace f se nazývá zobrazení z množiny X do množiny Y právě tehdy když $f \subset X \times Y$ a platí, že pro každé x z množiny X existuje nejvýše jedno y z množiny Y tak, že x je v relaci f s y.

- Množinu $O_1(f)$ (první obor relace) **nazýváme definiční obor** zobrazení a množinu $O_2(f)$ (druhý obor relace) **obor hodnot** zobrazení.
- Pokud zobrazení f přiřazuje prvku x prvek y, pak zapisujeme $f(x) = y$ nebo $f: x \longmapsto y$. Prvek x nazýváme **vzor** a prvek y nazýváme **obraz**.
- Zobrazení f nazýváme **funkce** (podrobně reálná funkce jedné reálné proměnné), právě tehdy když pro něj platí: $f \subset \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$, kde $\boldsymbol{R}$ je množina reálných čísel.

Rozlišujeme tyto zvláštní případy zobrazení

<table>
<tr>
<td>• f je zobrazení z A do B:

</td>
<td>• f je zobrazení z A na B

</td>
</tr>
<tr>
<td>• f je zobrazení A do B

</td>
<td>• f je zobrazení A na B

</td>
</tr>
</table>

Def. (**Prosté zobrazení**) Zobrazení f se nazývá prosté zobrazení právě tehdy, když platí:

$$\forall x, y \in X; f(x) = f(y) \Rightarrow x = x$$

- **Prosté zobrazení** je druh zobrazení v množině, které různým vzorům (prvkům) přiřazuje různé obrazy.

- **Uzlový graf** prostého zobrazení f z množiny M do množiny N je charakteristický tím, že z každého bodu, který znázorňuje prvek množiny M, **vychází nejvýše jedna šipka**. A do každého bodu, který znázorňuje prvek množiny N, **ústí nejvýše jedna šipka**.

Def. (**Inverzní zobrazení**) Nechť je f zobrazení prosté. Pak k f existuje inverzní zobrazení f^{-1} určené podmínkou:

$$x = f^{-1}(y) \Leftrightarrow y = f(x)$$

a ještě platí:

$$O_1(f^{-1}) = O_2(f) \wedge O_2(f^{-1}) = O_1(f).$$

- Pokud je zobrazení $f: A \longmapsto B$ prosté, pak inverzní zobrazení f^{-1} je zobrazení $f^{-1}: B \longmapsto A$.

Nechť $f: A \longmapsto B$ je **zobrazení** a A a B jsou **číselné množiny**. Pak zobrazení f nazýváme **funkce**.

Funkce f je tedy předpis, který každému reálnému číslu z množiny $D(f)$ definičního oboru přiřazuje právě jedno reálné číslo z množiny $H(f)$ oboru hodnot. Kde definiční obor funkce je množina $D(f) = \{x \in R; \exists y \in R: xfy\}$ a obor hodnot funkce je množina $H(f) = \{y \in R; \exists x \in R: xfy\}$.

Def. (**Graf funkce**) Nechť $f: A \longmapsto \boldsymbol{R}$; $A \subset R$. **Grafem funkce** f rozumíme množinu všech bodů euklidovské roviny, jejichž souřadnice $(x; y)$ v dané kartézské soustavě vyhovují rovnici $y = f(x)$.

Způsoby zadání funkce

- **Funkčním předpisem** (analyticky): $y = f(x)$, kde x je **nezávisle** proměnná (vybíráme ji z definičního oboru funkce) a y je **závisle** proměnná (funkční hodnota, která závisí na proměnné x).
- **Grafem funkce** (graficky): Při grafickém zadání vyjádříme funkci jejím grafem.
- **Tabulkou** (výčtem hodnot): Funkční předpis může být zadán také výčtem hodnot, který obvykle uspořádáme do tabulky. Je to méně časté a do jisté míry nepřesné zadání (Nemáme jistotu, jak se funkce chová mezi jednotlivými zadanými body x.)

Příklad:

x	1	2	3
y	5	10	15

- x je nezávisle proměnná $D(f) = \{1, 2, 3\}$
- y je závisle proměnná $H(f) = \{5, 10, 15\}$

- V některých případech lze zadat funkci **slovním zadáním**. Tedy předmětem slovní úlohy by např. bylo nakreslit graf slovně popsané závislosti. ¨

Lineární funkce

- Předpisem lineární funkce je $y = ax + b$, kde $a, b \in \boldsymbol{R}$. Jejím grafem je přímka a $D(f) = \boldsymbol{R}$. Speciálním případem lineární funkce je funkce **konstantní**, kde je $a = 0$ a $b \in \boldsymbol{R}$. Grafem konstantní funkce je přímka rovnoběžná s osou x.
- **Přímá úměrnost** je dalším případem lineární funkce, kde $b = 0$. Je to taková závislost jedné veličiny na druhé, kdy se při zvýšení hodnoty jedné veličiny zvýší i hodnota druhé veličiny. Obecně lze takovou závislost popsat vzorcem $y = kx$, kde k je koeficient přímé úměrnosti.

Příklad:

Příkladem může být například závislost ceny na nakoupeném množství housek.

Využití zobrazení a funkcí na ZŠ

Zobrazení a funkce se na 1. stupni ZŠ využívají v podstatě nepřímo. Jejich hlavní přínos je v rozvoji funkčního myšlení žáků a v propedeutice funkcí, které se jako takové zavádí až na 2. stupni ZŠ.
Zobrazení můžeme využívat například k porovnávání konečných množin. Žáci by se také měli setkat s úlohami využívající přímou úměrnost a seznámit se s grafickým vyjádřením závislostí.