Rovnice

Rovnice - zápis rovnosti dvou výrazů s proměnnou (neznámou). *Př.* $2x - 7 = 5x + 3{,}5$

Řešit rovnici – určit všechna čísla - **kořeny rovnice**, které je možné dosadit za neznámou, aby vznikla platná rovnost.

Zkouška – kontrola správnosti **dosazením nalezeného kořene** do obou stran původní rovnice.

Ekvivalentní úpravy rovnic (nezmění kořeny původní rovnice)

- Přičtení (odečtení) **stejného čísla nebo mnohočlenu** k oběma stranám rovnice.
- Vynásobení (vydělení) obou stran rovnice **stejným nenulovým** číslem.
- Výměna levé a pravé strany rovnice.

Lineární rovnice $ax + b = 0$

Počet řešení

1) Rovnice **má jedno řešení,** je-li $a \neq 0$, $x = \frac{-b}{a}$

Př. $3x - 6 = 24 - 2x \quad /{+2x} + 6$

$5x = 30 \quad /{:5}$

$x = 6$

Zk. $L(6) = 3 \cdot 6 - 6 = 18 - 6 = 12$

$P(6) = 24 - 2 \cdot 6 = 24 - 12 = 12$

L = P

množina kořenů **K = {6}**

2) Rovnice **nemá žádné řešení**, je-li $a = 0, b \neq 0$ – při výpočtu se neznámá odečte a vznikne neplatná rovnost.

Př. $-2x - 6 = 4 - 2x \quad /{+2x} + 6$

$0 \cdot x = 10$

$0 = 10$ rovnost neplatí => **K =** $\emptyset$

3) Nerovnice **má řešení všechna reálná čísla,** je-li $a = 0, b = 0$ – při výpočtu se neznámá odečte a vznikne platná rovnost.

Př. $2(x - 6) = -12 + 2x$

$2x - 12 = -12 + 2x \quad /{-2x} + 12$

$0 = 0$ rovnost platí => **K =** $\boldsymbol{R}$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Jmenovatel $\neq 0$, je třeba určit **podmínky**, za kterých rovnice má smysl.

Př. 1 $\frac{x-1}{x+2} + 2 = 0 \quad /\cdot(x+2)$ **Podmínka $x \neq -2$**

$x - 1 + 2 \cdot (x + 2) = 0$

$3x = -3$

$\boldsymbol{x = -1}$ Nalezená hodnota **splňuje** podmínku => **K = {–1}**

Př. 2 $\frac{3x}{x-6} = \frac{30-2x}{x-6} \quad /\cdot(x-6)$ **Podmínka $x \neq 6$**

$3x = 30 - 2x$

$5x = 30$

$\boldsymbol{x = 6}$ Nalezená hodnota **nesplňuje** podmínku => **K =** $\emptyset$

Nerovnice

Nerovnice - zápis nerovnosti dvou výrazů s proměnnou (neznámou). Může obsahovat jeden ze znaků nervnosti $>, <, \leq, \geq$. *Př.* $2x - 1 > 5x + 3$

Řešit nerovnici – určit všechna čísla - **kořeny nerovnice**, které je možné dosadit za neznámou, aby vznikla platná nerovnost.

Ekvivalentní úpravy nerovnic (nezmění kořeny původní nerovnice)

- Přičtení (odečtení) **stejného čísla nebo mnohočlenu** k oběma stranám nerovnice.
- Vynásobení (vydělení) obou stran nerovnice stejným **kladným** číslem – **znak nerovnosti se nemění**.
- Vynásobení (vydělení) obou stran nerovnice stejným **záporným** číslem **– znak nerovnosti se obrací.**

Úplnou zkoušku nelze provést z důvodů nekonečně mnoha kořenů, pro kontrolu lze provést **ověření správnosti** dosazením vybraného kořene z nalezeného intervalu.

Počet řešení

1) Nerovnice **má řešení ležící v intervalu** reálných čísel

Př. $-3x - 6 < 24 + 2x \quad /-2x + 6$

$-5x < 30 \quad /:(-5)$

$x > -6$

$\mathbf{K = (-6; \infty)}$

Ověření pro $x = -1$

$L(-1) = -3\cdot(-1) - 6 = 3 - 6 = -3$

$P(-1) = 24 + 2\cdot(-1) = 24 - 2 = 22$

$-3 < 22 \Rightarrow$ **L < P**

2) Nerovnice **nemá žádné řešení** – při výpočtu se neznámá odečte a vznikne neplatná nerovnost.

Př. $2x - 6 \geq 3 + 2x \quad /-2x + 6$

$0\cdot x \geq 9$

$0 \geq 9$ nerovnost neplatí => $\mathbf{K = \emptyset}$

3) Nerovnice **má řešení všechna reálná čísla** – při výpočtu se neznámá odečte a vznikne platná nerovnost.

Př. $4x - 6 > 2\cdot(-7 + 2x)$

$4x - 6 > -14 + 4x \quad /-4x + 6$

$0\cdot x > -8$

$0 > -8$ nerovnost platí => $\mathbf{K} = \boldsymbol{R}$

Soustavy rovnic – dvě rovnice se dvěma neznámými

Př.: $2x - 7 = 5y + 5$

$-x + 5y = 0$

Řešit soustavu – určit všechny dvojice čísel $[x; y]$, které vyhovují oběma rovnicím současně.

Grafický význam rovnic – každá z rovnic je přímka v rovině.

Počet řešení soustavy - jedno řešení - průsečík rovnoběžek, **žádné řešení** - přímky jsou rovnoběžné (nemají průsečík), **nekonečně mnoho** - přímky jsou totožné.

Metoda dosazovací

Z jedné rovnice vyjádříme jednu neznámou, tu dosadíme do druhé rovnice, vznikne tak jedna rovnice o jedné neznámé, tu vyřešíme. Druhou neznámou pak získáme dosazením tohoto výsledku do nalezeného vyjádření.

Př. $x + 2y = 8$ => $x = 8 - 2y$ (dosadíme za x do druhé rovnice)

$2x - 3y = -5$ po dosazení $2\cdot(8 - 2y) - 3y = -5$

$$16 - 4y - 3y = -5$$

$$-7y = -21$$

$$y = 3$$

Dosadíme nalezené $y = 3$ do vyjádření pro $x = 8 - 2y$, tedy $x = 8 - 2\cdot 3$ => $x = 2$.

Soustava má jedno řešení – dvojici čísel, množina kořenů je jednoprvková, **K = {[2; 3]}**.

Soustava nemá žádné řešení – po dosazení se ve vzniklé rovnici odečte i druhá neznámá a vznikne **neplatná** rovnost.

Soustava má nekonečně mnoho řešení – po dosazení se ve vzniklé rovnici odečte i druhá neznámá a vznikne **platná** rovnost.

Metoda sčítací

Rovnice vynásobíme tak, aby po sečtení obou rovnic se jedna neznámá odečetla, vznikne tak jedna rovnice o jedné neznámé, tu vyřešíme. Druhou neznámou pak získáme dosazením tohoto výsledku do jedné z původních rovnic.

Př. $x + 2y = 8 \quad /(-2)$

$2x - 3y = -5$

$-2x - 4y = -16$

$2x - 3y = -5$

$$-7y = -21$$

$$y = 3$$

Dosadíme nalezené $y = 3$ do první rovnice $x + 2\cdot 3 = 8$ a dostaneme $x = 2$.

Soustava má jedno řešení – dvojici čísel, množina kořenů je jednoprvková, **K = {[2 ; 3]}**.

Soustava nemá žádné řešení – po sečtení rovnic se odečtou obě neznámé a vznikne neplatná rovnost.

Soustava má nekonečně mnoho řešení – po sečtení rovnic se odečtou obě neznámé a vznikne platná rovnost.