

Příklady k zápočtu z MA1 pro studenty kombinovaného studia (celkem bude 100)

Vypočítejte následující limity posloupnosti.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n^4+1}$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-\frac{3}{n})(4-\frac{1}{n})(2n+1)}{(8+\frac{1}{n})(10n+3)}$
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n+5})^{n+5}$

Vypočítejte následující limity funkcí.

4.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+1}{3x-2}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 3 \sin x}{x^2 - 2\sqrt{x+5}}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 4} \log(x^2 - 2x + 2)$
7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-8x+15}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-4x-8}{x^3-6x^2+11x-6}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+4}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$
11.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{3x^2-14x-5}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{2 \sin x + 3x}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+1}}{\operatorname{tg} 3x}$
17.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x - \frac{\pi}{2}) \operatorname{tg} x$

Vypočítejte následující jednostranné limity funkcí.

18.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2-1|}{x-1}$
19.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2-1|}{x-1}$
20.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2}$

21.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2}$
22.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{(x-1)^2}$
23.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{(x-1)^2}$
24.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1-x}$
25.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{1-x}$
26.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-1}{\sin(x-1)}$
27.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x-1}{\sin(x-1)}$

Určete derivaci funkce.

28.  $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$
29.  $f(x) = x \log x$
30.  $f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \cos x}$
31.  $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$
32.  $f(x) = \frac{\arcsin x}{x}$
33.  $f(x) = \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$
34.  $f(x) = x\sqrt{x}$
35.  $f(x) = (\sin x)^x$

Nalezněte definiční obor funkce.

36.  $f(x) = xe^x$
37.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$
38.  $f(x) = e^{-x^2}$
39.  $f(x) = \ln(1+x^2)$
40.  $f(x) = x \ln x$

Nalezněte limity v "krajních" bodech definičního oboru a v bodech nespojitosti funkce.

41.  $f(x) = xe^x$
42.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

43.  $f(x) = e^{-x^2}$

44.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

45.  $f(x) = x \ln x$

Určete obory monotónie a lokální extrémů.

46.  $f(x) = xe^x$

47.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

48.  $f(x) = e^{-x^2}$

49.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

50.  $f(x) = x \ln x$

Určete obory konvexnosti, konkávnosti a inflexní body.

51.  $f(x) = xe^x$

52.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

53.  $f(x) = e^{-x^2}$

54.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

55.  $f(x) = x \ln x$

Určete šikmé a svislé asymptoty, existují-li.

56.  $f(x) = xe^x$

57.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

58.  $f(x) = e^{-x^2}$

59.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

60.  $f(x) = x \ln x$

Určete další charakteristiky, jako průsečíky s osami souřadnic, strmost v inflexních bodech, ...

61.  $f(x) = xe^x$

62.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

63.  $f(x) = e^{-x^2}$

64.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

65.  $f(x) = x \ln x$

Nakreslete graf.

66.  $f(x) = xe^x$

67.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

68.  $f(x) = e^{-x^2}$

69.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

70.  $f(x) = x \ln x$

## Příklady k zápočtu z MA1 pro studenty kombinovaného studia (2. část)

Vypočítejte následující neurčité integrály.

1.  $\int \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3} dx$

2.  $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$

3.  $\int \frac{\cos^3 x - 0,8}{\cos^2 x} dx$

4.  $\int \frac{5}{3+x^2} dx$

5.  $\int \frac{4}{\sqrt{3-2x^2}} dx$

6.  $\int \frac{3x^4 - 7x^2 + 5}{x^2 + 1} dx$

7.  $\int \frac{4x^6 - 3x^2 + 5}{2x^2 + 2} dx$

8.  $\int \frac{2}{\sqrt{x^2 - 5}} dx$

9.  $\int \sin(2x - 3) dx$

10.  $\int \frac{3}{\sqrt{1 - (2x+3)^2}} dx$

11.  $\int \frac{2}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$

12.  $\int (2x + 3) \sin x dx$

Vypočítejte následující určité integrály.

13.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

14.  $\int_0^1 x^2 e^x dx$

15.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

16.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 6 \sin x \cos^2 x dx$

17.  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

18.  $\int_0^{\sqrt{\ln 2}} x e^{x^2} dx$

19.  $\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx$

20.  $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx$

Vypočítejte následující nevlastní integrály.

21.  $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx$

22.  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} dx$

23.  $\int_0^5 \frac{1}{\sqrt{5-x}} dx$

24.  $\int_0^1 \ln x dx$

25.  $\int_1^2 \frac{1}{x \ln x} dx$

Vypočítejte obsah oblasti ohraničené křivkami.

26.  $xy = 4, \quad x + y = 5$

27.  $y = \sin x, \quad y = 0$

Vypočítejte délku křivky.

28.  $y = 4 - x^2, \quad x \in [-2, 2]$

Vypočítejte souřadnice těžiště plochy omezené křivkami.

29.  $y = \sin x, \quad y = 0$

30.  $y = e^x, \quad x \in [0, 1]$