

Matematika I (KMD/MA1) - cvičení 3

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

Příklad 1. Zjistěte, zda jsou dané funkce sudé nebo liché, příp. ani sudé ani liché:

- a) $f : y = \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$ $[D_f = (-2; 2), \text{ lichá}]$
b) $f : y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ $[D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty), \text{ lichá}]$
c) $f : y = \frac{x}{|x|}$ $[D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty), \text{ lichá}]$
d) $f : y = 4x^2 + 1$ $[D_f = \mathbb{R}, \text{ sudá}]$
e) $f : y = \sin x - \cos x$ $[D_f = \mathbb{R}, \text{ ani sudá, ani lichá}]$
f) $f : y = x \sin(3x) + x^2 \cos x + \frac{1}{x^2}$ $[D_f = \mathbb{R} - \{0\}, \text{ sudá}]$

Příklad 2. K daným funkcím sestrojte inverzní funkce a určete příslušné definiční obory D_f a $D_{f^{-1}}$:

- a) $f : y = \frac{1-x}{1+x}$ $\left[D_f = \mathbb{R} - \{-1\}, f^{-1} : y = \frac{1-x}{1+x}, D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{-1\} \right]$
b) $f : y = \sqrt{1 + e^{2x}}$ $\left[D_f = \mathbb{R}, f^{-1} : y = \frac{1}{2} \ln(x^2 - 1), D_{f^{-1}} = (1; +\infty) \right]$
c) $f : y = \ln(5 - 2x)$ $\left[D_f = \left(-\infty, \frac{5}{2}\right), f^{-1} : y = \frac{5 - e^x}{2}, D_{f^{-1}} = \mathbb{R} \right]$
d) $f : y = 2 \arcsin(x + 1)$ $\left[D_f = \langle -2; 0 \rangle, f^{-1} : y = -1 + \sin \frac{x}{2}, D_{f^{-1}} = \langle -\pi; \pi \rangle \right]$
e) $f : y = \operatorname{arctg}(1 - x)$ $\left[D_f = \mathbb{R}, f^{-1} : y = 1 - \operatorname{tg} x, D_{f^{-1}} = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \right]$

Příklad 3. Vypočítejte limity posloupností:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - 5n + 7}{5n^2 + n - 8}$ $[-\infty]$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 8n + 1}{7n^2 + 8n - 1}$ $\left[\frac{5}{7}\right]$
c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 3}{n^3 - 1}$ $[0]$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 5n - 2}{1 - 2n + 6n^2}$ $[1]$
e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{(n + 1)^3}$ $[0]$ f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-8n^2 + 6n + 7}{2n + 5}$ $[-\infty]$
g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2 - 4} - 2n\right)$ $[+\infty]$ h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 2} - \sqrt{n - 2}\right)$ $[0]$
i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$ $[e^3]$ j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+5}$ $[e]$
k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n$ $[e^{\frac{1}{3}}]$ l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n+6}$ $[e^{\frac{3}{2}}]$

Příklad 4. Vypočítejte limity funkcí:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$ $\left[-\frac{3}{5}\right]$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ $[1]$
c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^4 x}{x}$ $\left[\frac{1}{\pi}\right]$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} x \operatorname{arctg} x$ $\left[\frac{\pi}{4}\right]$
e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ $[1]$ f) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$ $\left[-\frac{2}{5}\right]$
g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$ $[4]$ h) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}$ $[4]$
i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x + 3}}{x^3 - 1}$ $\left[-\frac{1}{12}\right]$ j) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{x^2 - 4x - 5}$ $\left[\frac{1}{24}\right]$