

# Matematika I (KMD/MA1) - cvičení 6 - 8

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

## Průběh funkce $y = f(x)$

- a) určete definiční obor  $D_f$  funkce  $f$
- b) rozhodněte o spojitosti funkce, příp. stanovte body nespojitosti
- c) rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá, příp. periodická
- d) určete limity v hraničních bodech  $D_f$
- e) vypočítejte první derivaci funkce  $f$  a určete  $D_{f'}$
- f) určete maximální intervaly monotonie a stanovte lokální extrémy funkce  $f$
- g) vypočítejte druhou derivaci funkce  $f$  a určete  $D_{f''}$
- h) určete maximální intervaly, kde je funkce  $f$  konvexní, resp. konkávní, a stanovte inflexní body funkce  $f$
- i) nalezněte globální extrémy funkce  $f$  na celém jejím definičním oboru (pokud existují)
- j) najděte předpis pro svislé, resp. šikmé asymptoty (pokud existují)
- k) dle potřeby určete další vlastnosti funkce  $f$ , např. průsečíky se souřadnicovými osami, funkční hodnoty ve významných bodech nebo intervaly, na nichž je funkce kladná, resp. záporná
- l) načrtněte graf funkce  $f$ 
  - i) načrtněte nejprve soustavu  $Oxy$ , vyznačte asymptoty (pokud existují)
  - ii) vyznačte průsečíky grafu funkce s osou  $x$  a osou  $y$  a funkční hodnoty v bodech lokálních extrémů a inflexních bodech
  - iii) načrtněte část grafu funkce s využitím hodnot limit v krajních bodech  $D_f$
  - iv) dokreslete celý graf se všemi podstatnými kvalitativními rysy

**Příklad 1.** Vyšetřete průběh funkce:

a) $f(x) = xe^x$	□	b) $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$	□
c) $f(x) = e^{-x^2}$	□	d) $f(x) = \ln(1+x^2)$	□
e) $f(x) = x \ln x$	□	f) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$	□

**Příklad 2.** Určete rovnici tečny a normály v dotykovém bodě  $T$  ke grafu funkcí  $f$  uvedených v Příkladě 1. Bod  $T$  stanovte jako význačný bod grafu funkce  $f$ , např. průsečík s osami  $x$  či  $y$ , nebo inflexní bod, popř. lokální extrém.