

Při aproximaci naměřené závislosti fyzikální veličiny složitějšími funkcemi  $f(x_1, x_2, \dots)$ , můžeme v některých případech také využít *linearizaci*.

Příklad: Tenze par je dána teplotní závislostí:

$$\log p = \frac{a}{T} + b \cdot \log T + c \cdot T + d$$

kde

$p$ .....je tlak [Pa],

$T$ .....je termodynamická teplota [K] a

$a, b, c, d$ .....jsou empirické konstanty, charakteristické pro danou látku.

Pro ethylen byla získána tato data:

$p_{\text{měř}}$ [Pa]	$T_{\text{měř}}$ [K]
4685	973
3196	998
2141	1 023
1459	1 048
970	1 073
656	1 098

Sestrojte graf závislosti  $p_{\text{měř}} = f(T_{\text{měř}})$  a aproximujte naměřená data výše uvedenou závislostí. Pomocí funkce LINREGRESE(...) určete empirické konstanty  $a, b, c, d$  včetně jejich chyb.

### Postup řešení:

1.

Vytvoříme tabulku s naměřenými hodnotami doplněnou o potřebné sloupce  $x$ -ových hodnot  $\log p, 1/T, \log T$ . Sloupce  $x$ -ových hodnot (pravá strana rovnice) musí být vedle sebe.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	$\log p = \frac{a}{T} + b \cdot \log T + c \cdot T + d$							
3								
4								
5								
6					$a$	$b$	$c$	
7		$p_{\text{měř}}$ [Pa]	$T_{\text{měř}}$ [K]		$1/T$	$\log T$	$T$	$\log p$
8		4685	973		0,0010277	2,9881128	973	3,67071
9		3196	998		0,001002	2,9991305	998	3,50461
10		2141	1 023		0,0009775	3,0098756	1 023	3,33062
11		1459	1 048		0,0009542	3,0203613	1 048	3,16406
12		970	1 073		0,000932	3,0305997	1 073	2,98677
13		656	1 098		0,0009107	3,0406023	1 098	2,8169
14								

### POZOR!

Záleží na pořadí sloupců! Pro přehlednost je nad každým sloupcem uvedena příslušná empirická konstanta.

Chceme-li získat hodnotu čtyř koeficientů, musíme vyznačit oblast 3 řádky x 4 sloupce a napsat maticový vzorec s funkcí pro výpočet lineární regrese:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	$\log p = \frac{a}{T} + b \cdot \log T + c \cdot T + d$							
3								
4								
5								
6						<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
7		<i>p<sub>měr</sub> [Pa]</i>	<i>T<sub>měr</sub> [K]</i>			1/T	log T	T
8		4685	973			0,0010277	2,9881128	973
9		3196	998			0,001002	2,9991305	998
10		2141	1 023			0,0009775	3,0098756	1 023
11		1459	1 048			0,0009542	3,0203613	1 048
12		970	1 073			0,000932	3,0305997	1 073
13		656	1 098			0,0009107	3,0406023	1 098
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								

Po stisku trojkombinace kláves *CTRL* + *SHIFT* + *ENTER* se ve vyznačené oblasti 3x4 nachází příslušné regresní koeficienty, jejich odchylky a druhá mocnina korelačního koeficientu.

Regrese:			
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>
-0,008754	4,5483678	0	-1,40178
0,001469	3,498619	0	9,026683
0,999957	0,0027117	#N/A	#N/A

### POZOR!

Pořadí vypočítaných koeficientů dává funkce opačně, než bylo pořadí sloupců *x*-ových hodnot. Pro přehlednost je opět nad každým sloupcem uvedena příslušná empirická konstanta. Jako poslední vpravo je pak uveden absolutní člen aproximačního vztahu (*d*).

Zapišeme správně zaokrouhlené výsledky určení koeficientů *a*, *b*, *c*, *d* včetně chyb:

$$\begin{aligned}
 a &= 0 \\
 b &= 5 \pm 3 \\
 c &= -0,009 \pm 0,001 \\
 d &= -1 \pm 9
 \end{aligned}$$

Je jasně patrné, že určení skutečných materiálových konstant touto cestou je vzhledem k velikosti jejich chyb pouze orientační. Výsledný tvar aproximační křivky ale experimentu odpovídá, jak uvidíme dále.

2.

Sestrojíme graf závislosti  $p_{\text{měř}} = f(T_{\text{měř}})$ . Pro zakreslení aproximační křivky musíme pomocí analytického předpisu stanovit nové hodnoty  $p_{\text{vyp}}$ :

$$p_{\text{vyp}} = 10^{\left(\frac{a}{T} + b \cdot \log T + c \cdot T + d\right)}$$

Vypočítáme nové hodnoty  $p_{\text{vyp}}$  pro teploty z měřeného intervalu, tj. cca <970;1100> K. Je vhodné zvolit dostatečně jemný krok, aby aproximační křivka byla hladká (např. 5 K). Aproximační křivku vynášíme do původního grafu jako čáru (tj. bez značek).

		1/T	log T	T	$p_{\text{vyp}}$
		0,00103	2,98677	970	$=10^{(SD\$18*J)}$
		0,00103	2,989	975	4549,880768
		0,00102	2,99123	980	4210,495424
		0,00102	2,99344	985	3895,964253
		0,00101	2,99564	990	3604,50662
		0,00101	2,99782	995	3334,466089
		0,001	3	1000	3084,302041
		0,00099	3,00432	1010	2637,973521
		0,00099	3,00647	1015	2439,238913
		0,00098	3,0086	1020	2255,227259
		0,00098	3,01072	1025	2084,869225
		0,00097	3,01284	1030	1927,171306
		0,00097	3,01494	1035	1781,210612
		0,00096	3,01703	1040	1646,129988
		0,00096	3,01912	1045	1521,133466
		0,00095	3,02119	1050	1405,482018
		0,00095	3,02325	1055	1298,489593
		0,00094	3,02531	1060	1199,519422
		0,00094	3,02735	1065	1107,980567
		0,00093	3,02938	1070	1023,324715

  

$p_{\text{měř}}$ [Pa]	$T_{\text{měř}}$ [K]	1/T	log T	T	log p
4685	973	0,0010277	2,9881128	973	3,67071
3196	998	0,001002	2,9991305	998	3,50461
2141	1 023	0,0009775	3,0098756	1 023	3,33062
1459	1 048	0,0009542	3,0203613	1 048	3,16406
970	1 073	0,000932	3,0305997	1 073	2,98677
656	1 098	0,0009107	3,0406023	1 098	2,8169

  

Regrese:			
c	b	a	d
-0,008754	4,5483678	0	-1,40178
0,001469	3,498619	0	9,026683
0,999957	0,0027117	#N/A	#N/A

