

MĚŘENÍ RYCHLOSTI ZVUKU A ULTRAZVUKU

Zvukem nazýváme mechanické vlnění hmotného prostředí, které působí na lidské ucho a vy-volává v něm příslušný vjem. Zvukové vlny mají frekvenci přibližně v intervalu 16 Hz až 20 kHz. Akustické vlnění, jehož frekvence je vyšší než 20 kHz, nazýváme ultrazvuk. Při generování ultra-zvukových vln je využíván piezoelektrický jev. Ultrazvuk nachází uplatnění v celé řadě aplikací, např. v lékařské diagnostice, defektoskopii, či ultrazvukových čisticích zařízeních, při měření hloubky vody, v piezoelektrických aktuátorech, atd.

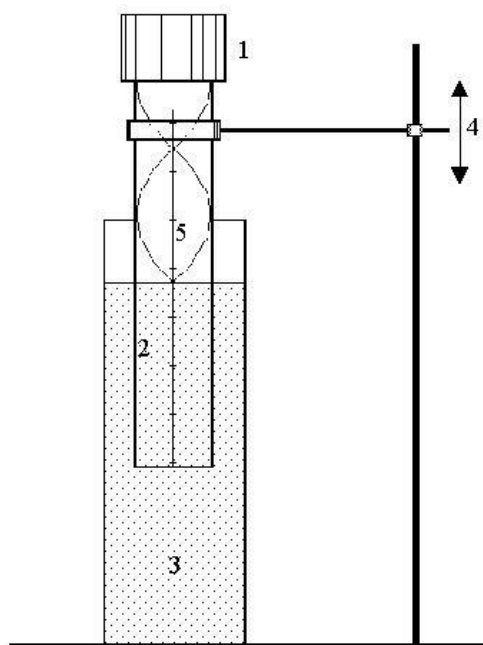
Základní vztahy:

Zvuk

Veličiny popisující zvukové vlny jsou vlnová délka λ , frekvence f a rychlost šíření vln c . Tyto veličiny souvisí vztahem

$$c = \lambda \cdot f. \quad (1)$$

Vlnovou délku λ snadno určíme metodou stojatých vln v otevřeném rezonátoru (viz *obr. 1.*). Rezonátor tvoří vzduchový sloupec ve skleněné trubici, ohraničený na dolním konci vodní hladinou. Délku rezonátoru měníme ponořováním trubice do skleněného válce, částečně vyplněného vodou. K hornímu konci skleněné trubice je přiložen zdroj zvuku – *reproduktor* – napájený z RC generátoru s nastavitelnou frekvencí.



Obr. 1. Zařízení k měření rychlosti zvuku, stojaté vlny v otevřeném rezonátoru

1. zdroj zvuku, 2. skleněná trubice, 3. skleněný válec s vodou, 4. stojan s pohyblivým ramenem, 5. měřítko

Zvukové vlnění vytvářené reproduktorem se částečně odráží na rozhraní dvou prostředí vzduch – voda a interferuje s přicházejícími vlnami. V případě, že délka vzduchového sloupce je rovna právě lichému násobku čtvrtiny vlnové délky, vzniká **stojaté vlnění** [1]. Je doprovázeno výrazným zesílením hlasitosti zvuku. Větší přesnosti měření se dosáhne, je-li nastavena taková délka rezonátoru, při níž je naměřena voltmetrem maximální hodnota amplitudy výstupního signálu z mikrofonu, jímž je zesílení zvuku snímáno. Poloha kmiten a uzlů v rezonátoru je naznačena též na *obr. 1*.

Označíme-li Δl rozdíl délek rezonátoru při dvou bezprostředně po sobě jdoucích maximech hlasitosti ($\Delta l = \lambda/2$), lze vyjádřit **rychlost zvuku** rovnicí

$$c = f \cdot \lambda = 2f \cdot \Delta l \quad (2)$$

Rychlost šíření zvuku ve vzduchu závisí na hustotě vzduchu a její teplotní závislosti. Rychlost zvuku c , naměřená při určité teplotě t [°C] vzduchu, souvisí s rychlostí c_0 při teplotě vzduch

$$c = c_0 \sqrt{1 + \alpha_V t} \quad (3)$$

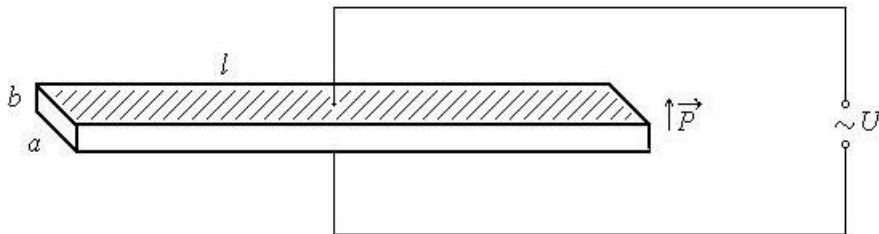
kde $\alpha_V = \frac{1}{273,15} \text{ K}^{-1} \approx 0,00366 \text{ K}^{-1}$ je teplotní součinitel objemové roztažnosti ideálního plynu při stálém tlaku a při teplotě 0 °C.

Pro výpočet rychlosti c_0 je možné použít přibližný vztah c

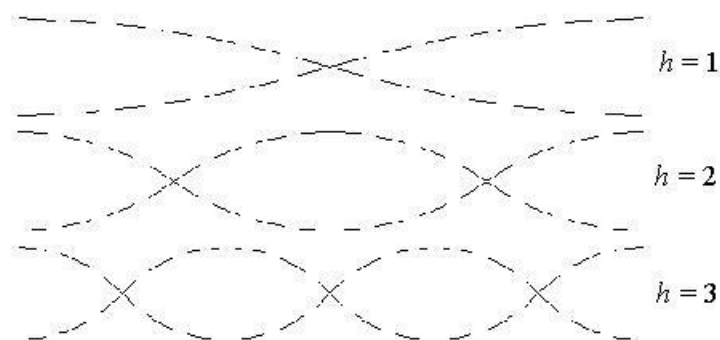
$$c_0 = \frac{c}{\sqrt{1 + \alpha_V t}} \approx c \cdot (1 - 0,0018 \cdot t). \quad (4)$$

Ultrazvuk

Při přímém piezoelektrickém jevu se vlivem deformace vzorků některých látek objevují na jejich povrchu náboje. Látky, které mají tuto vlastnost, se nazývají piezoelektrické. Naopak, přiložíme-li elektrické napětí na elektrody zpolarizované piezoelektrické tyčinky (*obr. 2*), dojde v důsledku tzv. obráceného piezoelektrického jevu k její deformaci, ke změně její délky. Budeme-li na takovou tyčinku působit střídavým elektrickým polem, mechanicky ji rozkmitáme. V případě rezonance, to je v případě, kdy frekvence elektrických kmitů je rovna vlastní frekvenci mechanických kmitů tyčinky, je amplituda těchto kmitů maximální.



Obr.2: Tyčinka s elektrodami



Obr. 3: Podélné kmity piezoelektrické tyčinky

Po připojení střídavého elektrického napětí $U = U_m \cdot \sin \omega t$ na tyčinku, vznikne mezi elektrodami střídavé elektrické pole o intenzitě $E = E_m \cdot \sin \omega t$. Tyčinka se poté chová jako kondenzátor o admitanci (zdánlivé vodivosti) $Y = \omega \cdot C$, kde C je kapacita vzorku a ω úhlová frekvence elektrického napětí.

Vzniklým obvodem protéká střídavý elektrický proud úměrný frekvenci. Napětí měřené paralelně připojeným voltmetrem (viz schéma zapojení na obr. 4) bude přímo úměrné tomuto proudu a tedy i admitanci rezonátoru (tyčinky). Při rezonanci ($f_r \cong f_m$) bude tyčinkou protékat maximální proud a voltmetr ukáže maximální napětí.

V tenké piezoelektrické tyčince rozkmitané střídavým elektrickým napětím, vznikají **podélné ultrazvukové stojaté vlny** s kmitami na koncích tyčinky (obr. 3). Při rezonanci souvisí délka tyčinky l s vlnovou délkou λ podélné stojaté vlny vztahem [2]

$$l = h \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

kde h je řád kmity vyjádřený přirozeným číslem. Je-li tyčinka upevněna ve středu (v uzlovém bodě) mezi hroty držáku, vybudí se pouze liché vyšší harmonické kmity. Pro rezonanční frekvenci f_m a rychlost c podélné mechanické (ultrazvukové) vlny platí základní vztahy z teorie vlnění [1],[2]

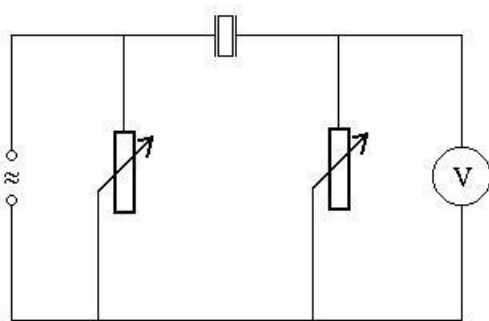
$$f_m = \frac{c}{\lambda}, \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (6)$$

kde je v našem případě E modul pružnosti v tahu^{1,2} piezokeramického materiálu a ρ hustota piezokeramiky. Z těchto vztahů plynou pro rychlost ultrazvuku a pro modul pružnosti vztahy

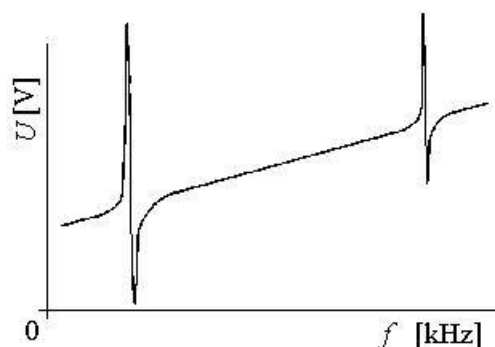
$$c = \frac{2lf_m}{h}, \quad E = \frac{4l^2 f_m^2}{h^2} \cdot \rho = c^2 \cdot \rho \quad (7), (8)$$

¹ Viz úlohy „Modul pružnosti v tahu“

² Jiný užívaný název: Youngův modul



Obr. 4: Schéma zapojení



Obr. 5: Frekvenční spektrum (schematicky)

Pracovní úkol:

1. a) Změřte rychlost zvuku ve vzduchu metodou stojatých vln v rezonátoru.
b) Stanovte rychlost zvuku ve vzduchu pro teplotu 0 °C.
2. a) Určete rychlost ultrazvuku v pevné piezoelektrické látce.
b) Určete modul pružnosti v tahu piezokeramiky.

Potřeby:

pro měření rychlosti zvuku: zařízení k měření rychlosti zvuku s reproduktorem, RC generátor, mikrofon, voltmetr, teploměr,

pro měření rychlosti ultrazvuku: panel se vzorkem a s dílčím měřicím obvodem, RC generátor, voltmetr, vodiče.

Pokyny pro měření a jeho zpracování: (zvuk)

- 1) Na RC generátoru nastavíme určitou frekvenci f , nejlépe v rozsahu (2,5÷4,5) kHz. Měníme délku rezonátoru od nejmenší k největší. Při každém zesílení zvuku odečteme hodnotu x_i na měřítku rezonátoru, vzhledem k vodní hladině. Uskutečníme 6 měření a stejně postupujeme při dalších čtyřech frekvencích z doporučeného frekvenčního rozsahu.
- 2) Odečteme teplotu t vzduchu v trubici.
- 3) Střední hodnoty rozdílů $\Delta l = (x_i - x_{i+1})$, kde x_i, x_{i+1} jsou hodnoty odečtené pro dvě sousední maxima, stanovíme lineární regresí či užitím postupné metody (odst. 3.1.4.)
- 4) Z hodnot $\Delta \bar{l}$ vypočteme podle vztahu (2) velikost rychlosti c pro každou zvolenou frekvenci f .
- 5) Ze vztahu (4) určíme velikost c_0 rychlosti zvuku při nulové teplotě
- 6) Vypočteme střední hodnotu c_0 a výběrovou směrodatnou odchylku. Výslednou hodnotu rychlosti zvuku při teplotě 0 °C porovnáme s údajem z literatury.

Pokyny pro měření a jeho zpracování: (ultrazvuk)

- 1) Poznamenanáme si délku tyčinky a její hustotu.
- 2) Proměříme frekvenční spektrum v intervalu frekvencí předepsaném v návodu k úloze a poznamenanáme si přibližné hodnoty rezonančních frekvencí.

- 3) Frekvenci na generátoru postupně zvyšujeme s krokem 1 kHz (min. 15 hodnot před rezonanční frekvencí) a k ní zjišťujeme napětí měřené voltmetrem. Hodnoty frekvence a napětí zapisujeme do tabulky. V okolí rezonancí, v intervalech cca ± 5 kHz, provedeme přesnější měření s jemným krokem změny frekvence 0,1 kHz. V těsném okolí $\pm 0,1$ kHz rezonančních frekvencí s ještě jemnějším krokem 0,01 kHz. Mezi rezonančními frekvencemi f_{m1} , f_{m3} měříme s krokem 10 kHz. Změříme hodnoty frekvencí f_{m1} , f_{m3} odpovídající maximu napětí, tj. přibližně rezonanční frekvence pro 1. a 3. řád kmitu. Chyby měření $\bar{s}(f_m)$ určíme z měření rezonanční frekvence f_m , kdy se hodnota napětí nemění.
- 4) Z naměřených hodnot frekvence a napětí sestrojíme graf frekvenčního spektra $U = U(f)$.
- 5) Vypočteme velikost rychlosti ultrazvukové vlny v tyčince podle vztahu (7) a její výslednou směrodatnou odchylku ze vztahu

$$\bar{s}(c) = c \cdot \sqrt{\frac{1}{l^2} \bar{s}^2(l) + \frac{1}{f_m^2} \cdot \bar{s}^2(f_m)}.$$





- 6) Vypočteme velikost modulu pružnosti v tahu piezokeramiky podle vztahu (8) a jeho výslednou směrodatnou odchylku dle vztahu

$$\bar{s}(E) = E \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho^2} \bar{s}^2(\rho) + \frac{1}{l^2} \bar{s}^2(l) + \frac{1}{f_m^2} \cdot \bar{s}^2(f_m)} \text{ nebo}$$

$$\bar{s}(E) = \sqrt{c^4 \cdot \bar{s}^2(\rho) + 4c^2 \rho^2 \cdot \bar{s}^2(c)}$$

- 7) Výpočty popsané v bodech 5) a 6) provedeme nejen pro řád kmitu $h = 1$, ale i pro třetí harmonickou, tj. řád kmitu $h = 3$; konečnou hodnotu c a E získáme jako průměr.

Kontrolní otázky:

-  Jak vzniká zvuk? Může se šířit ve vakuu?
-  Co je to stojaté vlnění a jak vzniká?
-  Jaké aplikace piezoelektrického jevu znáte?
-  Proč v naší úloze nemůže být vybuzena rezonance pro sudý řád kmitu?

Literatura:

- [1] KOPAL, A. a kol. *Fyzika I*. Vyd. 2. Liberec: TUL, 2009.
- [2] IKEDA, T. *Fundamentals of Piezoelectricity*. Oxford: University Press, 1990.

Autoři textu: Doc. Mgr. Lidmila Burianová, CSc.