3.1.4. Postupná metoda

Metodu vysvětlíme na příkladu měření doby kmitu kyvadla. Jak již bylo řečeno v odstavci 2.2., uspořádáme měření tak, že budeme odečítat časy vždy po proběhlých deseti kmitech a tím získáme posloupnost $T_1, T_2, \ldots, T_n$. Rozdíly $T_i - T_{i-1}$ nejsou shodné, protože každá z naměřených hodnot je zatížena různými chybami. Kdybychom spočítali dobu jednoho kmitu jako aritmetický průměr všech rozdílů $T_i - T_{i-1}$, bude výsledek záviset pouze na prvním a posledním odečtu. Přicházíme tak o informace obsažené v ostatních odečtech a o možnost určit nepřesnost měření. Proto zvolíme postup, který využívá všech naměřených hodnot. Rozdělíme hodnoty do dvou stejných skupin po k členech, počet hodnot n musí být sudý. První skupina obsahuje odečty 1., 2., 3., .., k-tý a druhá skupina $(k+1)$., $(k+2)$., $(k+3)$., ..., n-tý. Tyto dvě skupiny zapíšeme do dvou sloupců vedle sebe a spočítáme rozdíly jednotlivých řádků: získáme k rozdílů $T_{k+1} - T_1$, $T_{k+2} - T_2$, $T_{k+3} - T_3$, ..., $T_n - T_k$, z nichž každý představuje k-násobek rozdílu dvou po sobě jdoucích odečtů, nebo-li v našem případě dobu k-násobku deseti kmitů. Hodnota výsledku měření doby kmitu $\overline{T}$ je potom dána vztahem

$$\overline{T} = \frac{1}{10}\frac{1}{k}\left(\frac{T_{k+1}-T_1}{k} + \frac{T_{k+2}-T_2}{k} + \frac{T_{k+3}-T_3}{k} + \ldots + \frac{T_n - T_k}{k}\right) = \frac{1}{10}\frac{1}{k^2}\left(\sum_{i=k+1}^{n} T_i - \sum_{i=1}^{k} T_i\right) \quad (3.4)$$

a výběrovou směrodatnou odchylku tohoto souboru vypočteme (podle odstavce 2.3.1.) ze vztahu

$$\overline{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\delta_i^2}{k(k-1)}}, \qquad \text{kde} \qquad \delta_i = \overline{T} - \frac{1}{10}\frac{T_{k+i} - T_i}{k}.$$

Výhodou uvedené metody je, že přesnost, kterou získáme z n odečtů časů deseti po sobě jdoucích kmitů je stejná, jako přesnost, kterou bychom získali, kdybychom k-krát opakovali měření $10k$ kmitů.

Příklad: Provedli jsme měření doby kmitu kyvadla pro celkem 100 kmitů a odečítali jsme okamžiky, kdy kyvadlo právě uskutečnilo 10., 20., ..., 100. kmit, aniž bychom zastavovali stopky. Naměřené hodnoty máme poznamenány v tabulce. V posledním sloupci zapíšeme rozdíly jednotlivých řádků a jejich aritmetický průměr. Postupem užívaným při opakovaných měřeních (odstavec 3.1.1.) vypočítáme výběrovou směrodatnou odchylku

$T_{10\text{-}50}$ / s	$T_{60\text{-}100}$ / s	rozdíl = $5 \cdot T_{10}$/ s
10,3	63,1	52,8
20,5	73,1	52,6
31,1	83,5	52,4
42,0	94,7	52,7
52, 8	104,8	52,0
Aritmetický průměr $5 \cdot T_{10}$/ s		52,5

$\overline{s}_{50}$ střední hodnoty ($\overline{s}_{50}$ = 0,1414213562 s) pro 50 kmitů. Krajní chybu určíme s použitím parametrů z Dodatku 3 pro pravděpodobnost 95% (riziko α = 5 %). Při počtu měření n = 5: $t_{0.95,\,5}$ = 2,78. Krajní chyba získaná z měření pro 50 kmitů je $\overline{\kappa}_M$ = 0,393151353 s. Měření jsme prováděli pomocí stopek, kde každé měření ovlivní chyba stopek i doba nervové reakce (odstavec 2.4.3.), tedy celková krajní chyba je rovna 0,3 s, pro jednotlivá měření po deseti kmitech. Pro 50 kmitů bude krajní systematická chyba

[24] Hodnota n_0 leží **mezi** hodnotami n_1 a n_2.

$\overline{\kappa}_S \approx$ 1,5 s a celkovou krajní chybu získáme prostým součtem (lineární zákon hromadění chyb - odstavec 2.3.3.) : $\overline{\kappa}$ = 1,893151 s. Potom T_{50} = (53 ± 2) s a pro dobu jednoho kmitu vychází

T = (1,06 ± 0,04) s.