

Příklad 1

Zadání příkladu:

Na lístečích jsou napsána čísla od 1 do 10, přičemž každé číslo je napsáno na různém počtu lístků. Číslo 1 je na jednom lístku, číslo 2 na dvou lístečích, číslo 3 na třech lístečích atd. Číslo deset je tedy na deseti lístečích. Všechny lístky jsou vloženy do osudí a pečlivě promíchány. Stanovte pravděpodobnost, že:

- Při třech náhodných po sobě jdoucích výběrech bez vracení bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3.
- Při třech náhodných po sobě jdoucích výběrech s vracením bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3.

Vypracování příkladu:

Celkový počet lístků v osudí = $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$

- Sledujeme celkem tři jevy, a to A, B a C. Vzhledem k tomu, že se jedná o výběr bez vracení, tedy o závislé pokusy, je třeba při výpočtu stanovit podmíněné pravděpodobnosti.

Jev A je vytažení lístku s číslem 1. Pravděpodobnost tohoto jevu není podmíněná. Lístek s číslem 1 je v osudí pouze jeden.

1. krok: $P(A) = \frac{1}{55} \doteq 0,018182$

Jev B je vytažení lístku s číslem 2. Stanovíme podmíněnou pravděpodobnost nastoupení jevu B za podmínky, že v prvním kroku nastal jev A, tedy byl vytažen lístek s číslem 1. Lístky s číslem 2 jsou v osudí celkem dva.

2. krok: $P(B/A) = \frac{2}{54} = 0,037037$

Jev C je vytažení lístku s číslem 3. Stanovíme podmíněnou pravděpodobnost nastoupení jevu C za podmínky, že v prvním kroku nastal jev A a v druhém kroku jev B. Lístky s číslem 3 jsou v osudí celkem tři.

3. krok: $P(C/A \cap B) = \frac{3}{53} \doteq 0,056604$

Pravděpodobnost, že při výběru bez vracení bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3 vypočteme jako součin pravděpodobností, stanovených pro jednotlivé kroky.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B) = \frac{1}{55} \cdot \frac{2}{54} \cdot \frac{3}{53} \doteq 0,000038$$

Interpretace:

Pravděpodobnost, že při třech náhodných po sobě jdoucích výběrech bez vracení bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3 je 0,0038 %. Tato pravděpodobnost je velmi malá.

- b) Sledujeme celkem tři jevy, a to A, B a C. Vzhledem k tomu, že se jedná o výběr s vracením, tedy o nezávislé pokusy, je třeba stanovit nepodmíněné pravděpodobnosti jednotlivých jevů.

Jev A je vytažení lístku s číslem 1. Pravděpodobnost tohoto jevu není podmíněná. Lístek s číslem 1 je v osudí pouze jeden.

1. krok: $P(A) = \frac{1}{55} \doteq 0,018182$

Jev B je vytažení lístku s číslem 2. Pravděpodobnost tohoto jevu není podmíněná. Lístky s číslem 2 jsou v osudí celkem dva.

2. krok: $P(B) = \frac{2}{55} \doteq 0,036364$

Jev C je vytažení lístku s číslem 3. Pravděpodobnost tohoto jevu není podmíněná. Lístky s číslem 3 jsou v osudí celkem tři.

3. krok: $P(C) = \frac{3}{55} \doteq 0,054546$

Pravděpodobnost, že při výběru s vracením bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3 vypočteme jako součin pravděpodobností, stanovených pro jednotlivé kroky.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{55} \cdot \frac{2}{55} \cdot \frac{3}{55} \doteq 0,000036$$

Interpretace:

Pravděpodobnost, že při třech náhodných po sobě jdoucích výběrech s vracením bude první vytažené číslo 1, druhé vytažené číslo 2 a třetí vytažené číslo 3 je 0,0036 %. Tato pravděpodobnost je velmi malá.