

5 PRAVDĚPODOBNOST – 2. ČÁST

Náhodná veličina:

- veličina, jejíž hodnota je jednoznačně určena výsledkem náhodného pokusu
- vlivem náhodných činitelů může nabýt různých hodnot, proto nelze její konkrétní hodnotu před provedením náhodného pokusu jednoznačně určit
- náhodnou veličinu pokládáme za danou, pokud známe všechny její možné hodnoty a pravděpodobnosti výskytu každé z nich
- symbolické značení – X, Y, Z, \dots
- příklady náhodných veličin: počet bodů, které padnou na hrací kostce, počet poruch určitého zařízení, doba čekání na obsluhu v určité prodejně, atd.

Zákon rozdělení náhodné veličiny: pravidlo, které každé hodnotě nebo množině hodnot z každého intervalu přiřazuje pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude této hodnoty nebo hodnoty z určitého intervalu. Je to pravděpodobnostní model empirické náhodné veličiny.

5.1 Popis rozdělení náhodné veličiny

5.1.1 Diskrétní náhodná veličina

Distribuční funkce: pravděpodobnost, že NV nabude hodnoty menší nebo rovné x .

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} P(t)$$

Pravděpodobnostní funkce: pravděpodobnost, že NV nabude hodnoty rovné x .

$$P(x) = P(X = x)$$

$$\sum_M P(x) = 1,$$

kde M je prostor hodnot NV X , tj. množina možných hodnot NV X .

5.1.2 Spojitá náhodná veličina

Distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Hustota pravděpodobnosti

$$f(x) = F'(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

5.2 Charakteristiky náhodných veličin

- číselné hodnoty, jejichž cílem je koncentrovat popis NV
- poskytují výstižný popis základních vlastností rozdělení NV.

Podle vlastností rozdělení, kterou popisují, rozeznáváme:

- charakteristiky polohy
- charakteristiky variability
- charakteristiky šikmosti
- charakteristiky špičatosti.

5.2.1 Charakteristiky polohy

Střední hodnota $E(X)$

- tzv. očekávaná hodnota (z latinského expectatis)

a) Diskrétní NV

$$E(X) = \sum_M x \cdot P(x)$$

b) Spojitá NV

$$E(X) = \int_M x \cdot f(x) dx$$

Modus \hat{x}

a) Diskrétní NV

- \hat{x} je hodnota NV, která má největší pravděpodobnost výskytu
 $\hat{x} \dots \max P(x)$.

b) Spojitá NV

- \hat{x} je bod, v němž je hustota pravděpodobnosti maximální, tj. lokální maximum hustoty pravděpodobnosti $f(x)$
 $\hat{x} \dots f'(x) = 0$.

Kvantily

- používají se především kvantily *spojité* náhodné veličiny
- x_p je hodnota, kterou hodnoty NV nepřekročí s pravděpodobností 100p %.

Hodnota x_p je 100p% kvantilem NV X, jestliže pro ni platí:

$$F(x_p) = P(X \leq x_p) = p.$$

5.2.2 Charakteristiky variability

Rozptyl $D(X)$

a) Diskrétní NV

$$D(X) = \sum_M [x - E(X)]^2 \cdot P(x) = \sum_M x^2 \cdot P(x) - \left[\sum_M x \cdot P(x) \right]^2$$

b) Spojitá NV

$$D(X) = \int [x - E(X)]^2 f(x) dx = \int x^2 \cdot f(x) dx - \left[\int x \cdot f(x) dx \right]^2$$

Směrodatná odchylka $\sigma(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$