6 PRAVDĚPODOBNOST – 3. ČÁST

Rozdělení náhodné veličiny:
- pravděpodobnostní model chování náhodné veličiny
- existuje celá řada rozdělení pro diskrétní i spojité náhodné veličiny.

6.1 Některá rozdělení diskrétních náhodných veličin

6.1.1 Alternativní rozdělení $\boldsymbol{A(\pi)}$

- NV *X* je počet nastoupení jevu *A* při realizaci náhodného pokusu
- rozdělení nula-jedničkové náhodné veličiny
- *rozdělení má jeden parametr:*
  π … pravděpodobnost nastoupení sledovaného jevu při náhodném pokusu.

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = \pi^x (1-\pi)^{1-x}, \; x = 0, 1, \; 0 < \pi < 1,$$
$$= 0 \qquad \text{jinak.}$$

$$E(X) = \pi$$
$$D(X) = \pi(1-\pi)$$

6.1.2 Binomické rozdělení $\boldsymbol{Bi(n;\, \pi)}$

- NV *X* je počet výskytů náhodného jevu *A* v *n* nezávislých náhodných pokusech, je-li pravděpodobnost nastoupení jevu *A* ve všech pokusech stejná (π)
- *rozdělení má dva parametry:*
  n … počet nezávislých pokusů
  π … pravděpodobnost nastoupení sledovaného jevu v jednom pokusu.

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}, \; x = 0, 1, \ldots, n, \; 0 < \pi < 1,$$
$$= 0 \qquad \text{jinak.}$$

$$E(X) = n\pi$$
$$D(X) = n\pi(1-\pi)$$

Např.: NV *X* je počet „šestek“, které padnou při deseti hodech kostkou.

6.1.3 Poissonovo rozdělení $\boldsymbol{Po(\lambda)}$

- NV X je počet výskytů náhodného jevu *A* v určitém časovém intervalu délky *t* (tzn. za jednotku času), v jednotce plochy nebo objemu (v prostorové jednotce)
- *rozdělení má jeden parametr:*
  λ … střední hodnota rozdělení.

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}, \; x = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0,$$
$$= 0 \qquad \text{jinak.}$$

$$E(X) = \lambda$$
$$D(X) = \lambda$$

Např.: NV X je počet poruch stroje za směnu, počet telefonních hovorů za hodinu, počet vad na 1 m^2 koberce.

Aproximace Binomického rozdělení rozdělením Poissonovým:

- podmínky pro aproximaci: počet pokusů musí být dostatečně velký (alespoň $n > 30$) a pravděpodobnost π velmi malá (alespoň $\pi \leq 0{,}1$)
- při aproximaci udává *P(x)* přibližnou pravděpodobnost, že ve velkém počtu n nezávislých náhodných pokusů se sledovaný jev A vyskytne x-krát, jestliže pravděpodobnost výskytu jevu v jednom pokusu je velni malá.

Např.: NV X je počet vadných výrobků ve velké sérii, je-li pravděpodobnost výroby zmetku velmi malá.

6.1.4 Hypergeometrické rozdělení $\boldsymbol{Hyp(N; M; n)}$

- používá se v případě závislých pokusů, tzn. při výběru bez vracení
- NV X je počet vybraných prvků se sledovanou vlastností při závislých pokusech
- *rozdělení má tři parametry:*
  N … rozsah souboru, z něhož vybíráme
  M … počet prvků v základním souboru, které mají sledovanou vlastnost
  n … počet závislých pokusů (rozsah výběru).

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \; x = max[0, \; M - N + n], \dots, min[M, n],$$
$$= 0 \qquad \text{jinak.}$$

$$E(X) = n \cdot \frac{M}{N}$$

$$D(X) = n \cdot \frac{M}{N}\left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

Použití: např. při kontrole jakosti u malého počtu výrobků nebo v případě, kdy kontrola má ráz destrukční zkoušky (výrobek je zničen).