

# Základní charakteristiky časových řad – řešený příklad

Máme k dispozici údaje o počtu dopravních nehod v ČR v letech 2007-2018. Charakterizujte vývoj počtu dopravních nehod pomocí:

- prvních diferencí,
- průměrného absolutního přírůstku,
- koeficientů růstu,
- průměrného koeficientu růstu.

Všechny výsledky interpretujte!

Doplňte též hodnoty druhých a třetích diferencí.

Rok	Počet nehod
2007	182 736
2008	160 376
2009	74 815
2010	75 522
2011	75 137
2012	81 404
2013	84 398
2014	85 859
2015	93 067
2016	98 864
2017	103 821
2018	104 764

Zdroj: Ročenka nehodovosti na pozemních komunikacích za rok 2018

## Řešení:

Všechny požadované charakteristiky časových řad je poměrně jednoduché spočítat i na kalkulačce, proto je zde uveden postup ručního výpočtu a následně i pomocí programu SPSS.

- První diference jsou konstruovány jako rozdíl hodnoty ukazatele v časovém okamžiku  $t$  a hodnoty ukazatele v okamžiku bezprostředně předcházejícím časovému okamžiku  $t$ , tedy  $t-1$ :  $\Delta_t^{(1)} = y_t - y_{t-1}$ . Hodnoty všech počítaných charakteristik budou doplněny postupně do následující tabulky.

První řádek zůstane nevyplněn, protože hodnota  $t$  je rok 2007 a předcházející údaj není k dispozici. Tečka v řádku značí, že údaj existuje, ale nejsou k dispozici data k jeho výpočtu.

Další hodnota je vypočtena jako  $\Delta_2^{(1)} = y_2 - y_1 = 160376 - 182736 = -22360$ .

Tímto způsobem pokračujeme dále:  $\Delta_3^{(1)} = y_3 - y_2 = 74815 - 160376 = -85561$ .

$\Delta_4^{(1)} = y_4 - y_3 = 75522 - 74815 = 707$

$\Delta_5^{(1)} = y_5 - y_4 = 75137 - 75522 = -385$

$\Delta_6^{(1)} = y_6 - y_5 = 81404 - 75137 = 6267$

$$\begin{aligned}\Delta_7^{(1)} &= y_7 - y_6 = 84398 - 81404 = 2994 \\ \Delta_8^{(1)} &= y_8 - y_7 = 85859 - 84398 = 1461 \\ \Delta_9^{(1)} &= y_9 - y_8 = 93067 - 85859 = 7208 \\ \Delta_{10}^{(1)} &= y_{10} - y_9 = 98864 - 93067 = 5797 \\ \Delta_{11}^{(1)} &= y_{11} - y_{10} = 103821 - 98864 = 4957 \\ \Delta_{12}^{(1)} &= y_{12} - y_{11} = 104764 - 103821 = 943\end{aligned}$$

t	Rok	Počet nehod $y_t$	$\Delta_t^{(1)}$
1	2007	182 736	•
2	2008	160 376	-22 360
3	2009	74 815	-85 561
4	2010	75 522	707
5	2011	75 137	-385
6	2012	81 404	6 267
7	2013	84 398	2 994
8	2014	85 859	1 461
9	2015	93 067	7 208
10	2016	98 864	5 797
11	2017	103 821	4 957
12	2018	104 764	943
<b>Celkem</b>			-77972

**Interpretace:**

Počet nehod v ČR se v roce 2008 snížil oproti roku 2007 o 22 360.  
 Počet nehod v ČR se v roce 2009 snížil oproti roku 2008 o 85 561.  
 Počet nehod v ČR se v roce 2010 zvýšil oproti roku 2009 o 707.  
 Počet nehod v ČR se v roce 2011 snížil oproti roku 2010 o 385.  
 Počet nehod v ČR se v roce 2012 zvýšil oproti roku 2011 o 6267.  
 atp.

- b) Průměrný absolutní přírůstek je možné vyjádřit jako průměr prvních diferencí (tj. součet prvních diferencí dělených jejich počtem) nebo jako rozdíl poslední a první hodnoty časové řady dělený  $n-1$ . Oba způsoby výpočtu musejí dát pochopitelně stejný výsledek.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{t=2}^n \Delta_t^{(1)}}{n-1} = \frac{-77972}{11} = -7088,364$$

NEBO

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{104764 - 182736}{11} = -7088,364$$

**Interpretace:**

Počet nehod v ČR se v letech 2007-2018 v průměru snížil o 7088,364 nehody.

- c) Koeficient růstu je konstruován jako podíl hodnoty ukazatele v časovém okamžiku  $t$  a hodnoty ukazatele v časovém okamžiku  $t-1$ .

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

První řádek zůstane opět nevyplněn (jako u prvních diferencí), protože hodnota  $t$  je rok 2007 a předcházející údaj není k dispozici. Tečka v řádku značí, že údaj existuje, ale nejsou k dispozici data k jeho výpočtu.

$$k_2 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{160376}{182736} = 0,8776$$

$$k_3 = \frac{y_3}{y_2} = \frac{74815}{160376} = 0,4665$$

$$k_4 = \frac{y_4}{y_3} = \frac{75522}{74815} = 1,0094$$

$$k_5 = \frac{y_5}{y_4} = \frac{75137}{75522} = 0,9949$$

$$k_6 = \frac{y_6}{y_5} = \frac{81404}{75137} = 1,0834$$

$$k_7 = \frac{y_7}{y_6} = \frac{84398}{81404} = 1,0368$$

$$k_8 = \frac{y_8}{y_7} = \frac{85859}{84398} = 1,0173$$

$$k_9 = \frac{y_9}{y_8} = \frac{93067}{85859} = 1,0840$$

$$k_{10} = \frac{y_{10}}{y_9} = \frac{98864}{93067} = 1,0623$$

$$k_{11} = \frac{y_{11}}{y_{10}} = \frac{103821}{98864} = 1,0501$$

$$k_{12} = \frac{y_{12}}{y_{11}} = \frac{104764}{103821} = 1,0091$$

<b>t</b>	<b>Rok</b>	<b>Počet nehod</b> $y_t$	<b><math>k_t</math></b>
1	2007	182 736	•
2	2008	160 376	0,8776
3	2009	74 815	0,4665
4	2010	75 522	1,0094
5	2011	75 137	0,9949
6	2012	81 404	1,0834
7	2013	84 398	1,0368
8	2014	85 859	1,0173
9	2015	93 067	1,0840
10	2016	98 864	1,0623
11	2017	103 821	1,0501
12	2018	104 764	1,0091

**Interpretace:**

Počet nehod v ČR se v roce 2008 snížil oproti roku 2007 o 12,24 % ( $0,8776 \cdot 100 - 100$ ).

Počet nehod v ČR se v roce 2009 snížil oproti roku 2008 o 53,35 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2010 zvýšil oproti roku 2009 o 0,94 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2011 snížil oproti roku 2010 o 0,51 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2012 zvýšil oproti roku 2011 o 8,34 %.

atp.

- d) Průměrný koeficient růstu je konstruován jako geometrický průměr koeficientů růstu. Lze ale také vypočítat jako  $n$ -lní odmocnina z podílu poslední a první hodnoty časové řady.

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n}$$

$$\bar{k} = \sqrt[11]{0,8776 \cdot 0,4665 \cdot 1,0094 \cdot \dots \cdot 1,0091} = 0,9507$$

NEBO

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$\bar{k} = \sqrt[11]{\frac{104764}{182736}} = 0,9507$$

**Interpretace:**

Počet nehod v ČR se v letech 2007-2018 v průměru snížil o 4,93 %.

## Druhé a třetí diference

Druhé diference jsou definovány jako rozdíl sousedních prvních diferencí.

$$\Delta_t^{(2)} = \Delta_t^{(1)} - \Delta_{t-1}^{(1)}$$

První dva údaje není možné z dat, která máme k dispozici, vypočítat, proto opět píšeme do prvních dvou řádků puntík. Další hodnoty vypočítáme následovně:

$$\Delta_3^{(2)} = \Delta_3^{(1)} - \Delta_2^{(1)} = -85561 - (-22360) = -63201$$

$$\Delta_4^{(2)} = \Delta_4^{(1)} - \Delta_3^{(1)} = 707 - (-85561) = 86268$$

$$\Delta_5^{(2)} = \Delta_5^{(1)} - \Delta_4^{(1)} = -385 - 707 = -1092$$

$$\Delta_6^{(2)} = \Delta_6^{(1)} - \Delta_5^{(1)} = 6267 - (-385) = 6652$$

$$\Delta_7^{(2)} = \Delta_7^{(1)} - \Delta_6^{(1)} = 2994 - 6267 = -3273$$

$$\Delta_8^{(2)} = \Delta_8^{(1)} - \Delta_7^{(1)} = 1461 - 2994 = -1533$$

$$\Delta_9^{(2)} = \Delta_9^{(1)} - \Delta_8^{(1)} = 7208 - 1461 = 5747$$

$$\Delta_{10}^{(2)} = \Delta_{10}^{(1)} - \Delta_9^{(1)} = 5797 - 7208 = -1411$$

$$\Delta_{11}^{(2)} = \Delta_{11}^{(1)} - \Delta_{10}^{(1)} = 4957 - 5797 = -840$$

$$\Delta_{12}^{(2)} = \Delta_{12}^{(1)} - \Delta_{11}^{(1)} = 104764 - 103821 = -4014$$

<b>t</b>	<b>Rok</b>	<b>Počet nehod</b> $y_t$	$\Delta_t^{(1)}$	$\Delta_t^{(2)}$
1	2007	182 736	•	•
2	2008	160 376	-22 360	•
3	2009	74 815	-85 561	-63 201
4	2010	75 522	707	86 268
5	2011	75 137	-385	-1 092
6	2012	81 404	6 267	6 652
7	2013	84 398	2 994	-3 273
8	2014	85 859	1 461	-1 533
9	2015	93 067	7 208	5747
10	2016	98 864	5 797	-1 411
11	2017	103 821	4 957	-840
12	2018	104 764	943	-4014

Třetí diference jsou definovány jako rozdíl sousedních druhých diferencí.

$$\Delta_t^{(3)} = \Delta_t^{(2)} - \Delta_{t-1}^{(2)}$$

První tři údaje není možné z dat, která máme k dispozici, vypočítat, proto opět píšeme do prvních tří řádků puntíků. Další hodnoty už je možné spočítat.

<b>t</b>	<b>Rok</b>	<b>Počet nehod</b> $y_t$	$\Delta_t^{(2)}$	$\Delta_t^{(3)}$
1	2007	182 736	•	•
2	2008	160 376	•	•
3	2009	74 815	-63 201	•
4	2010	75 522	86 268	149 469
5	2011	75 137	-1 092	-87 360
6	2012	81 404	6 652	7 744
7	2013	84 398	-3 275	-9 925
8	2014	85 859	-1 533	1 740
9	2015	93 067	5747	7 280
10	2016	98 864	-1 411	-7 158
11	2017	103 821	-840	571
12	2018	104 764	-4014	-3 174

$$\Delta_4^{(3)} = \Delta_4^{(2)} - \Delta_3^{(2)} = 86268 - (-63201) = 149469$$

$$\Delta_5^{(3)} = \Delta_5^{(2)} - \Delta_4^{(2)} = -1092 - 86268 = -87360$$

$$\Delta_6^{(3)} = \Delta_6^{(2)} - \Delta_5^{(2)} = 6652 - (-1092) = 7744$$

$$\Delta_7^{(3)} = \Delta_7^{(2)} - \Delta_6^{(2)} = -3275 - 6652 = -9925$$

$$\Delta_8^{(3)} = \Delta_8^{(2)} - \Delta_7^{(2)} = -1533 - (-3275) = 1740$$

$$\Delta_9^{(3)} = \Delta_9^{(2)} - \Delta_8^{(2)} = 5747 - (-1533) = 7280$$

$$\Delta_{10}^{(3)} = \Delta_{10}^{(2)} - \Delta_9^{(2)} = -1411 - 5747 = -7158$$

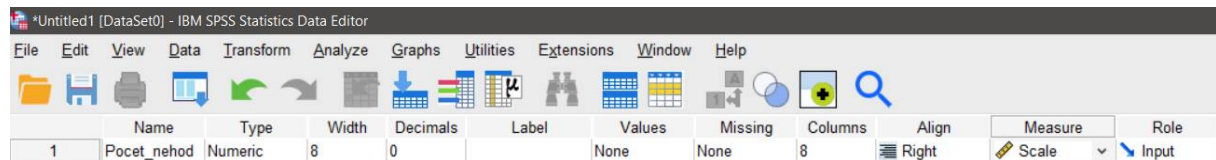
$$\Delta_{11}^{(3)} = \Delta_{11}^{(2)} - \Delta_{10}^{(2)} = -840 - (-1411) = 571$$

$$\Delta_{12}^{(3)} = \Delta_{12}^{(2)} - \Delta_{11}^{(2)} = -4014 - (-840) = -3174$$

Druhé a třetí diference se využívají při hledání vhodného modelu trendu (bude předmětem následujícího tématu).

## Řešení v SPSS:

Prvním krokem při řešení příkladu v SPSS je vložení vstupních dat. Nejprve je ale potřeba založit novou proměnnou na listu *Variable View* – viz Obr. 1.



Obrázek 1 – Definování nové proměnné

Údaje o počtu nehod v ČR vložíme jako jednu proměnnou, tj. do jednoho sloupce – viz Obr. 2.

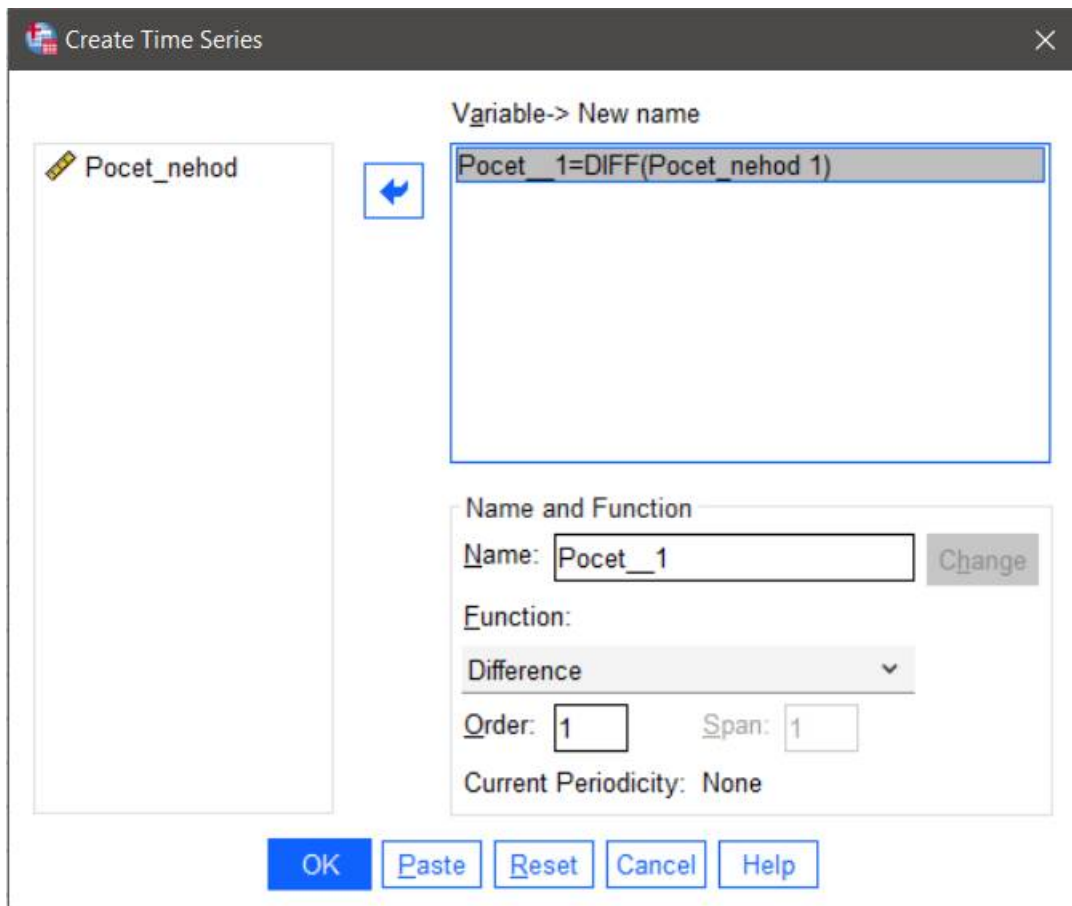
The screenshot shows the 'Data View' in IBM SPSS Statistics. The variable 'Pocet\_nehod' is defined with a width of 8 and 0 decimals. The data is entered as follows:

	Pocet_nehod
1	182736
2	160376
3	74815
4	75522
5	75137
6	81404
7	84398
8	85859
9	93067
10	98864
11	103821
12	104764

Obrázek 2 – Vložení vstupních dat

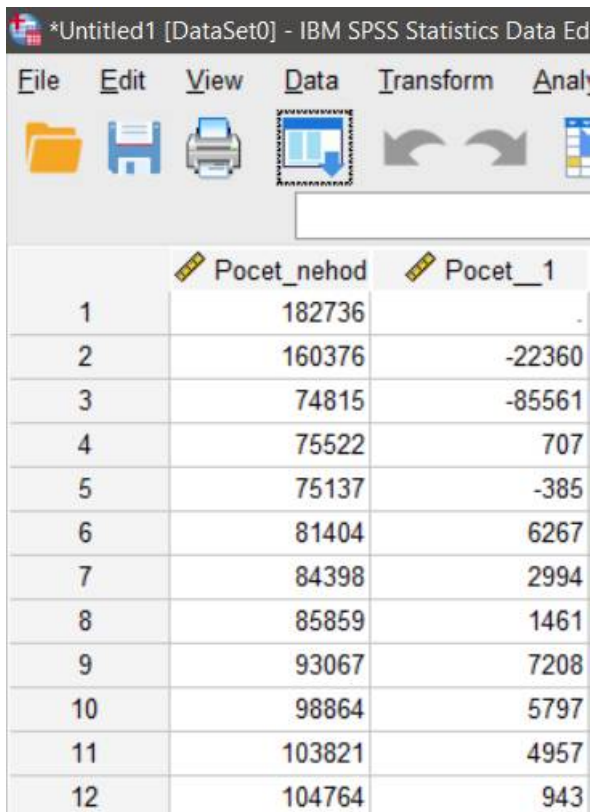
- Pro výpočet prvních diferencí volíme posloupnost procedur **Transform – Create Time series**. Do pole *Variable – New name* vložíme šipkou proměnnou *Pocet\_nehod*. V datovém listu bude vytvořena nová proměnná, která má název *Pocet\_\_1* (viz pole *Name and Function*). Z nabídky *Function* vybereme *Difference*. Pokud chceme hodnoty

prvních diferencí, necháme u *Order* hodnotu 1. Pokud bychom chtěli hodnotu např. druhých diferencí, zadali bychom u *Order* hodnotu 2. Pokračujeme tlačítkem OK.



*Obrázek 3 – Zadání vstupních údajů pro výpočet prvních diferencí*

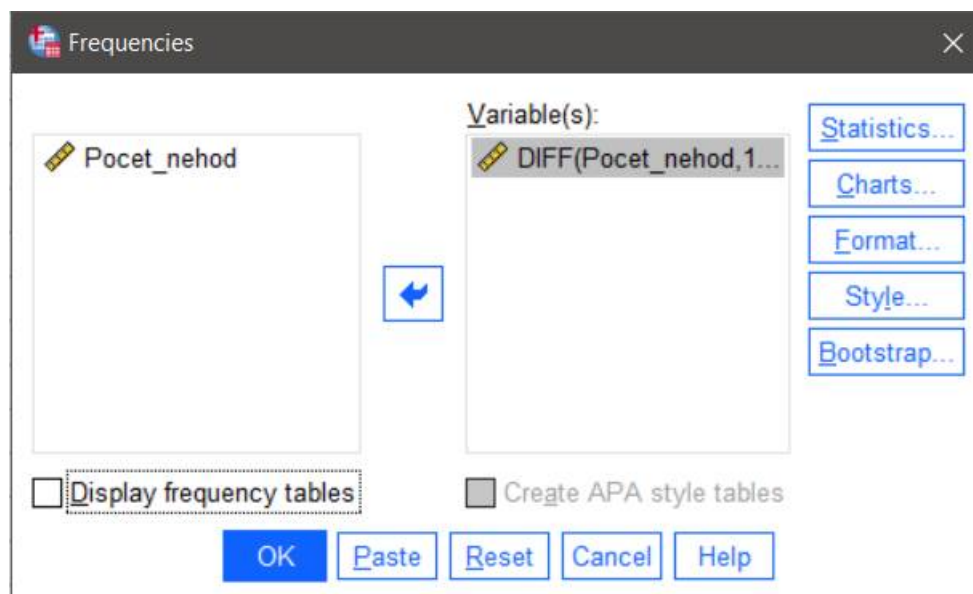
Jak už bylo výše uvedeno, hodnoty prvních diferencí jsou zobrazeny jako nová proměnná v datovém listu – viz Obr. 4. Interpretace vypočtených hodnot zde již není uvedena – je ji možné najít v první části řešeného příkladu, kde je ukázka ručního výpočtu.



	Pocet_nehod	Pocet_1
1	182736	-
2	160376	-22360
3	74815	-85561
4	75522	707
5	75137	-385
6	81404	6267
7	84398	2994
8	85859	1461
9	93067	7208
10	98864	5797
11	103821	4957
12	104764	943

*Obrázek 4 – Hodnoty prvních diferencí v datovém listu*

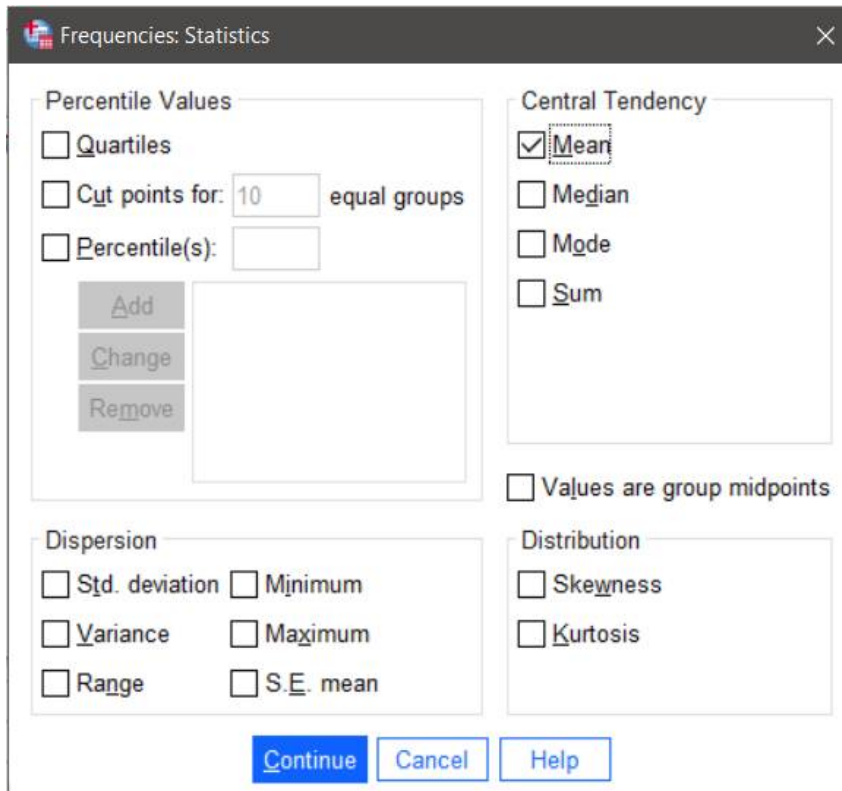
- b) Pro výpočet průměrného absolutního přírůstku využijeme posloupnost procedur **Analyze – Descriptive Statistics – Frequencies**. Do pole *Variable(s)* vložíme šipkou proměnnou *Pocet\_1* a odstraníme zaškrtnutí z pole u *Display frequency tables* (tento výstup není potřeba, mnoho tabulek celkový výstup znepřehledňuje).



*Obrázek 5 – Zadání vstupních údajů pro výpočet průměrného absolutního přírůstku*



V tlačítku *Statistics* vybereme položku *Mean*, která umožní vypočítat aritmetický průměr z prvních diferencí – tak je definován průměrný absolutní přírůstek (viz Obr. 6). Pokračujeme klávesou *Continue* a pak *OK*.



*Obrázek 6 – Obsah nabídky Statistics*

Hodnota průměrného absolutního přírůstku je ve výstupu pod názvem *Frequencies/Statistics* – viz Obr. 7. Interpretace vypočtené hodnoty viz ruční řešení.

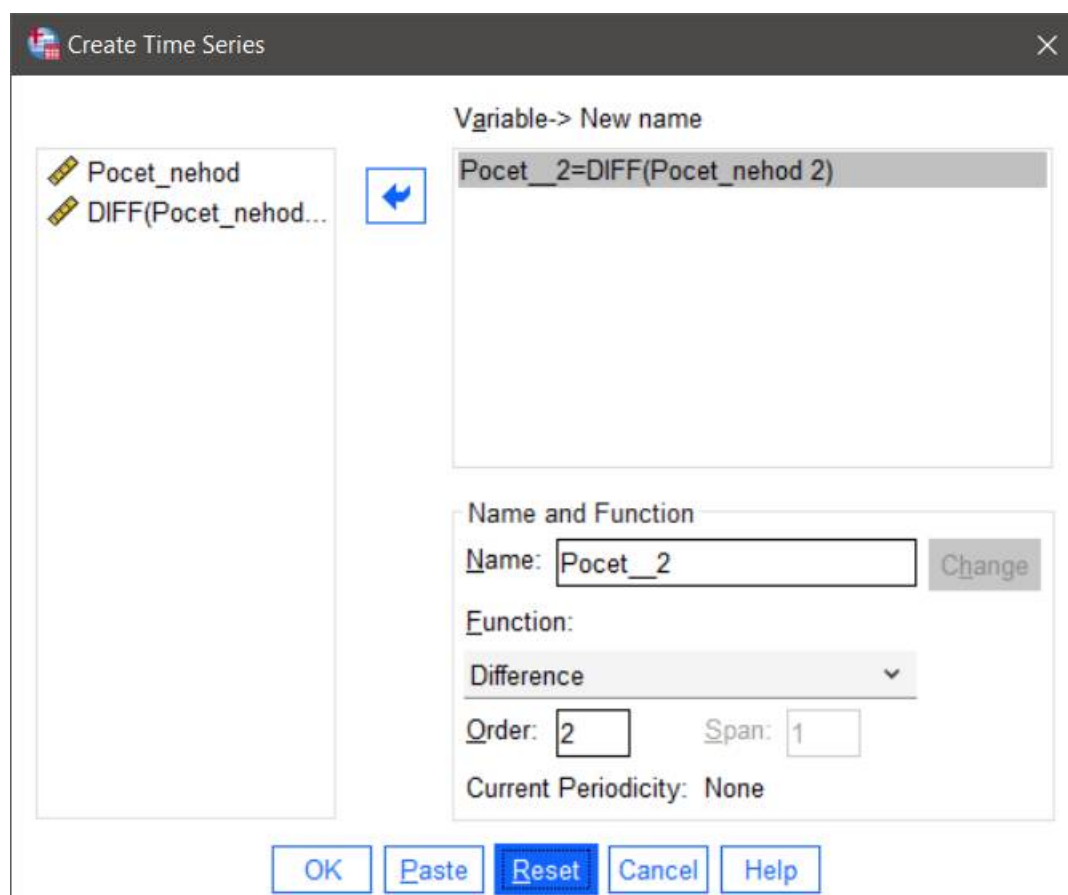
<b>Statistics</b>		
DIFF(Pocet_nehod,1)		
N	Valid	11
	Missing	1
Mean		-7088,36

*Obrázek 7 – Výstup s hodnotou průměrného absolutního přírůstku*

c) Přímý výpočet koeficientů růstu ani průměrného koeficientu růstu není v SPSS obsažen.

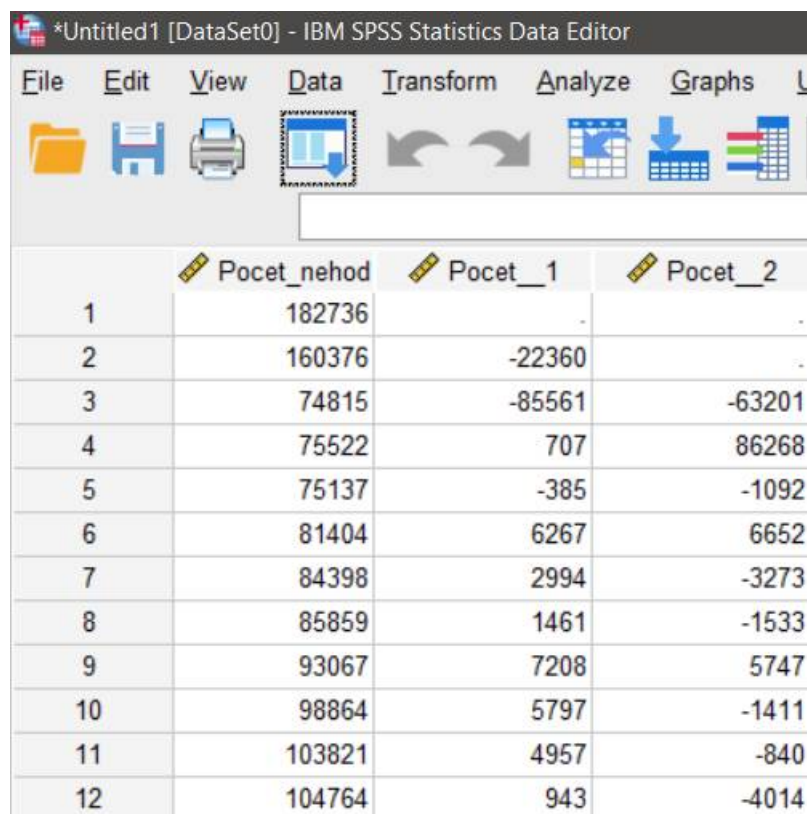
## Druhé a třetí diference

Hodnoty druhých diferencí jsou definovány jako rozdíl sousedních prvních diferencí. K jejich výpočtu použijeme stejnou posloupnost procedur jako u výpočtu prvních diferencí, tj. **Transform – Create Time series**. Do pole *Variable – New name* vložíme šipkou proměnnou `Pocet_nehod`. V datovém listu bude vytvořena nová proměnná, která má název `Pocet__1` (viz pole *Name and Function*). Pokud si nechceme přepsat hodnoty již vypočtených prvních diferencí, zadáme místo 1 hodnotu 2 a použijeme tlačítko **Change**. Z nabídky *Function* vybereme *Difference*. Pokud chceme hodnotu druhých diferencí, zadáme u *Order* hodnotu 2. Pokračujeme tlačítkem **OK** – viz Obr. 8.



Obrázek 8 – Zadání vstupních údajů pro výpočet druhých diferencí

Hodnoty druhých diferencí jsou zobrazeny jako nová proměnná (`Pocet__2`) v datovém listu – viz Obr. 9. Obdobným způsobem získáme hodnoty i třetích a případně dalších diferencí.



The image shows a screenshot of the IBM SPSS Statistics Data Editor interface. The title bar reads '\*Untitled1 [DataSet0] - IBM SPSS Statistics Data Editor'. The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, and Graphs. Below the menu bar is a toolbar with icons for file operations, data manipulation, and analysis. The main data grid contains 12 rows and 3 columns. The columns are labeled 'Pocet\_nehod', 'Pocet\_1', and 'Pocet\_2'. The first column contains values from 182736 to 104764. The second column contains values from - to 943. The third column contains values from - to -4014.

	Pocet_nehod	Pocet_1	Pocet_2
1	182736	-	-
2	160376	-22360	-
3	74815	-85561	-63201
4	75522	707	86268
5	75137	-385	-1092
6	81404	6267	6652
7	84398	2994	-3273
8	85859	1461	-1533
9	93067	7208	5747
10	98864	5797	-1411
11	103821	4957	-840
12	104764	943	-4014

*Obrázek 9 – Hodnoty prvních a druhých diferencí v datovém listu*