

Kinematika

Iva Petříková, prof. Ing. Ph.D.

Kinematika – základní pojmy

- ▶ nauka o pohybu útvárů (bodů, těles, soustav těles)
- ▶ pohyb vyšetřujeme bez ohledu na hmotnosti a působící síly
- ▶ základní veličiny: prostor (E_3), čas
- ▶ předpoklad - dokonale tuhá tělesa → tělesa
- hmotný bod → bod
- ▶ základní prostor (tzv. nepohyblivý) – inerciální prostor spojený se Zemí (rámem stroje,...)
- ▶ pohyb je určen nezávislými souřadnicemi, které jsou funkcí času $t[s]$
- ▶ základní souřadnicový systém je pravoúhlý a pravotočivý - $0, x, y, z$
- ▶ počet souřadnic = počet stupňů volnosti útvaru
volný bod má 3 stupně, volné těleso 6 stupňů volnosti

Kinematika – rozdělení

- ▶ Kinematika bodu
- ▶ Kinematika tělesa
- ▶ Kinematika soustav těles
- ▶ Kinematika současných pohybů
- ▶ Syntéza (složení) soustav těles

Pro kinematiku používáme vektorový počet (názornost a jednoduchost)

vektorové rovnice → skalární (složkové) rovnice

Kinematika bodu - rychlost a zrychlení bodu

- ▶ Výsledný vektor \vec{r} v čase $t + \Delta t$ lze vyjádřit rovnicí $\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta \vec{r}$ (Obr.1.1)
- ▶ Průměrná rychlost na intervalu Δt je $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Bude-li v rovnici uvažováno, že čas $\Delta t \rightarrow 0$, pak

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \vec{v} \quad (1.1)$$

- ▶ Vektor rychlosti má směr tangenty ke křivce a smysl je určen pohybem bodu. V kinematice rozlišujeme **rovnoměrný** pohyb, rychlost pohybu bodu je konstantní, a **nerovnoměrný** pohyb, kdy $\vec{v} \neq konst.$

- ▶ Obdobný vztah platí i pro zrychlení za předpokladu, že $\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \Delta \vec{v}$

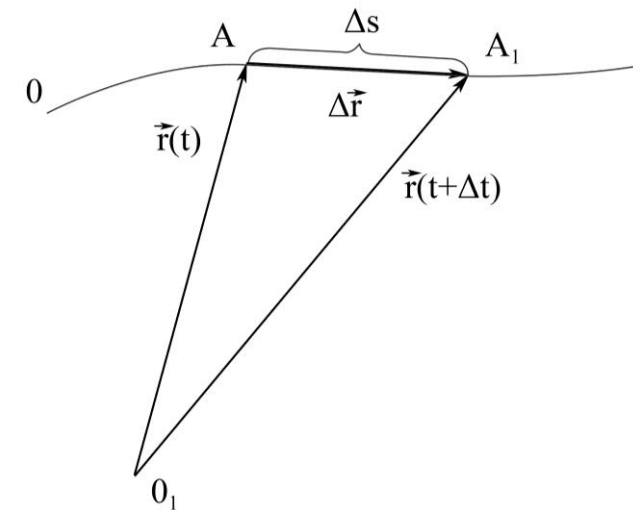
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \equiv \vec{a} \quad (1.2)$$

- ▶ Rychlost je definována jako časová změna polohy bodu

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (1.3)$$

- ▶ Zrychlení je definováno jako časová změna rychlosti bodu

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} \quad (1.4)$$



Obr.1.1

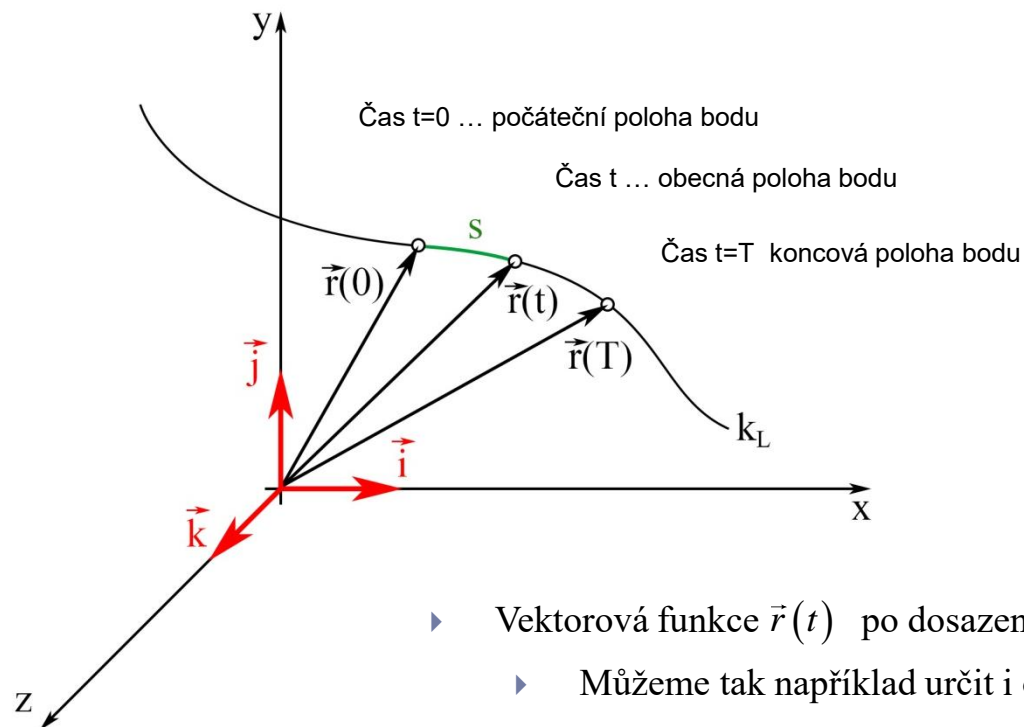
- ▶ Pozn.: Bod uvažujeme jako bezrozměrné těleso nebo jako geometrické místo na tělese.

Kinematika bodu

- ▶ Bod se pohybuje po obecné křivce v prostoru, viz obr. 1.2. Uvažujeme pevný souřadnicový systém $0,x,y,z$. Křivka, po které se bod pohybuje se nazývá **trajektorie bodu**. Poloha bodu je popsána **polohovým vektorem** \vec{r} nazývaným také **radius vektor**:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

- ▶ kde vektory $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jsou jednotkové vektory ve směrech os x, y, z . Polohovým vektorem $\vec{r}(t)$ je možné popsat matematicky pohyb bodu po trajektorii v závislosti na čase.



Obr.1.2

- ▶ V počátečním čase (zpravidla $t=0$) pohyb začíná,
 - ▶ mluvíme o tzv. **počáteční podmínce**.
- ▶ Vektorová funkce $\vec{r}(t)$ po dosažení času slouží k popisu průběhu trajektorie v celém rozsahu.
 - ▶ Můžeme tak například určit i okamžitou polohu bodu v čase T – koncová poloha, obr.1.2.

Kinematika přímočarého pohybu bodu

- ▶ Rozlišujeme dva případy pohybu bodu:
 - ▶ 1) přímočarý
 - ▶ 2) křivočarý
- ▶ **Přímocharý pohyb bodu** je určen pouze jednou souřadnicí, např. $x(t)$.
- ▶ Rychlost pohybu je definována rovnicí

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) \quad (1.5)$$

- ▶ Zrychlení vyjadřuje míru změny rychlosti a je dáno vztahem

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}(t) \quad (1.6)$$

- ▶ Pro výpočet kinematických veličin se použijí skalární rovnice:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

(1.7) (1.8)

- ▶ Pro případy, kdy zrychlení není závislé na čase použijeme vztah:

$$a = \frac{v dv}{dx}$$

(1.9)

- ▶ Vztah (1.9) jednoduše odvodíme s použitím (1.7) a (1.8):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dx} = v \frac{dv}{dx}$$

Kinematika křivočarého pohybu bodu