



# Proud II – FYZ2 2023 FS

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

[stepan.kunc@tul.cz](mailto:stepan.kunc@tul.cz)

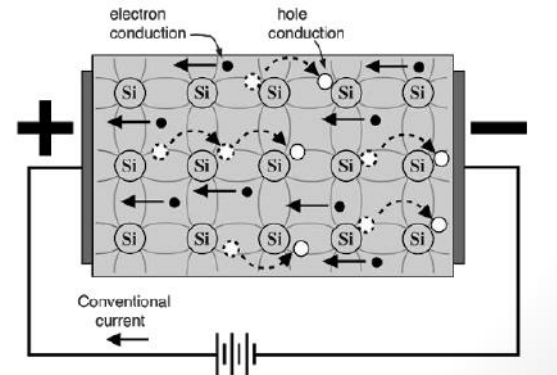
# Elektrický proud v kovech

## Elektronová vodivost

Proud je veden tzv. vodivostními elektrony, které se mohou volně pohybovat mezi jednotlivými atomy. Každý atom poskytne daný počet tzv. valenčních elektronů do vodivostního pásu. Ty tvoří „elektronový plyn“.

Děrová vodivost h-e (hole-electron) – šíří se stav „bez elektronu“ – díra a elektrony přeskakují

Takováto vodivost je charakteristická pro polovodiče, vyskytuje se ale i u kovů



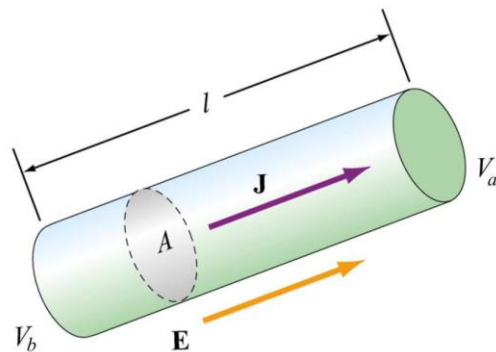
# Elektrický odpor – Ohmův zákon

Volné elektrony ve vodiči jsou urychlovány působením síly elektrického pole

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} = -e\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{m}t + \vec{v}_o$$

**Střední rychlost elektronů**

$$\bar{\vec{v}} = \frac{1}{2} \vec{v}_{\max} = -\frac{1}{2} \frac{e\vec{E}}{m} \bar{t}$$



$$\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}_d = n_e \cdot e \cdot \vec{v}_d \quad \text{Vektor proudové hustoty př. 11.}$$

$$\vec{j} = \rho \bar{\vec{v}} = -ne \left( -\frac{1}{2} \frac{e\vec{E}}{m} \bar{t} \right) = \left( \frac{1}{2} \frac{ne^2 \bar{t}}{m} \right) \vec{E} = \gamma \vec{E} \quad \gamma - \text{měrná elektrická vodivost } [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

**Ohmův zákon v diferenciálním tvaru**

# Ohmův zákon pro homogenní vodič

Volné elektrony ve vodiči jsou urychlovány působením síly elektrického pole

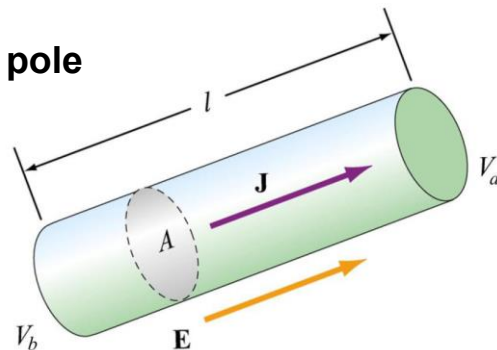
$$U = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = \int_1^2 E dr = \int_0^l \frac{j}{\gamma} dr = \int_0^l \frac{I}{\gamma S} dr \quad \Rightarrow$$



$I = konst. \rightarrow$

$$R = \int_0^l \frac{dr}{\gamma S} [\Omega]$$

Elektrický odpor



$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$E = \frac{U}{l} \rightarrow I = \vec{j} \cdot \vec{S} = \frac{\gamma \cdot \vec{E} \cdot \vec{S}}{l} = \frac{U}{R}$$



$$U = R \cdot I$$

Ohmův zákon v  
integrálním tvaru

$\gamma = konst$   
 $S = konst$



$$R = \frac{l}{\gamma S} = \rho \frac{l}{S}$$



$$\rho = \frac{1}{\gamma}$$

Měrný odpor  
(rezistivita)  $\rho$  [ $\Omega m$ ]

# Ohmův zákon pro homogenní vodič

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

Ohmův zákon v diferenciálním tvaru  
 $\gamma$  – měrná elektrická vodivost [ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ]

$$U = R \cdot I$$

Ohmův zákon v integrálním tvaru

$$R = \frac{U}{I}$$

Odpor  $R$  – jednotkou je Ohm

$$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$$

Vodivost  $G$  – jednotkou je Siemens  $S$

$$\rho = \frac{1}{\gamma}$$

Měrný odpor  
(rezistivita)  $\rho$  [ $\Omega\text{m}$ ]



$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

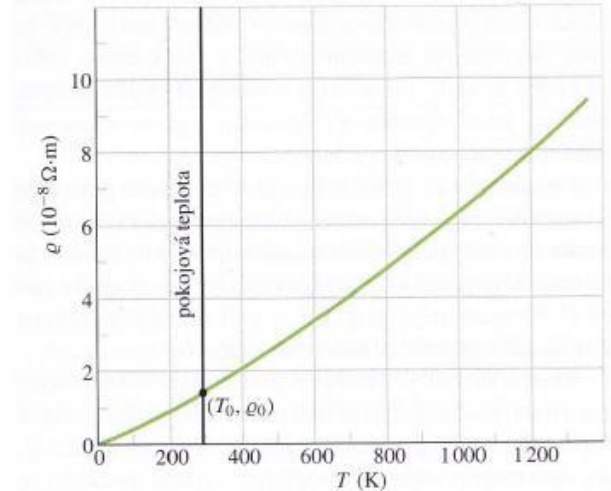
Odpor vodiče

# Teplotní závislost vodičů

S rostoucí teplotou rostou vibrace atomů –iontů, elektrony mají větší šanci se srazit s takto vibrujícím iontem, proto doba, po kterou jsou urychlovány, je menší, klesá tedy i jejich rychlost, proudová hustota, proud, roste odpor. Měrný odpor materiálu tedy na jeho teplotě  $t$ . Pro kovy je tato závislost ve velkém rozsahu teplot lineární:

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha \cdot (t - t_0))$$

kde  $\alpha$  je *teplotní součinitel měrného odporu*.  
 $t_0$  a  $\alpha_0$  jsou referenční body daného materiálu



**Obr. 27.10** Rezistivita mědi v závislosti na teplotě. Tečka na křivce vyznačuje obvyklý referenční bod ( $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ).

# Teplotní závislost vodičů

Typické hodnoty veličin  $\rho$ ,  $\sigma$  a  $\alpha$  (při 20 °C) pro různé druhy materiálů uvádí tato tabulka

Materiál	Měrný odpor $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )	Měrná vodivost $\sigma$ ( $\Omega \cdot m$ ) <sup>-1</sup>	Teplotní součinitel $\alpha$ (°C) <sup>-1</sup>
<b>Prvky</b>			
Stříbro	$1,59 \times 10^{-8}$	$6,29 \times 10^7$	0,0038
Měď	$1,72 \times 10^{-8}$	$5,81 \times 10^7$	0,0039
Hliník	$2,82 \times 10^{-8}$	$3,55 \times 10^7$	0,0039
Wolfram	$5,6 \times 10^{-8}$	$1,8 \times 10^7$	0,0045
Železo	$10,0 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^7$	0,0050
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^7$	0,0039
<b>Slitiny</b>			
Mosaz	$7 \times 10^{-8}$	$1,4 \times 10^7$	0,002
Manganin	$44 \times 10^{-8}$	$0,23 \times 10^7$	$1,0 \times 10^{-5}$
Nichrom	$100 \times 10^{-8}$	$0,1 \times 10^7$	0,0004
<b>Polovodiče</b>			
Uhlík (grafit)	$3,5 \times 10^{-5}$	$2,9 \times 10^4$	-0,0005
Germanium (čisté)	0,46	2,2	-0,048
Křemík (čistý)	640	$1,6 \times 10^{-3}$	-0,075
<b>Izolanty</b>			
Sklo	$10^{10} \div 10^{14}$	$10^{-14} \div 10^{-10}$	
Síra	$10^{15}$	$10^{-15}$	
Křemen (tavený)	$75 \times 10^{16}$	$1,33 \times 10^{-18}$	

# Elektromotorické napětí

Pro zajištění ustáleného elektrického proudu je nutné, aby na koncích vodiče bylo přiložené stálé napětí

Pohyb nositelů náboje v případě stacionárního proudu musí být zajištěno pomocí **tzv. vtištěných (elektromotorických) sil**.

Elektrické náboje jsou uvnitř zdroje přemísťovány proti směru elektrických sil vlivem sil neelektrického původu, které označujeme jako **vtištěné síly**. Na udržení elektrického pole a tím i elektrického proudu ve vodičích koná zdroj práci na úkor neelektrické energie.

$$\vec{F}^* = e\vec{E}^* \quad \text{Vtištěné síly}$$

$$\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}^*) \quad \text{Ohmův zákon (diferenciální)}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{\gamma} \vec{j} d\vec{r} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} + \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad IR = U_{12} + \varepsilon_{12}$$

Ohmův zákon pro nehomogenní vodič

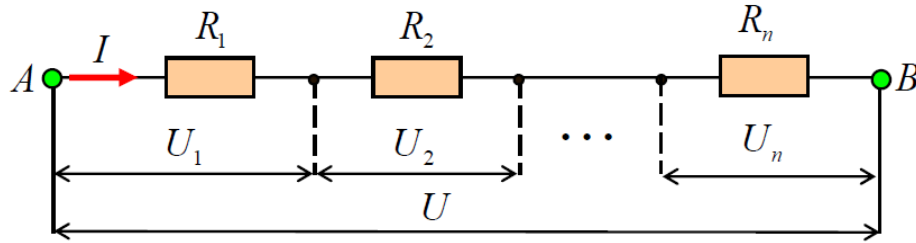
$\varepsilon_{12} = \textit{elektromotorické napětí}$



# Řazení odporů

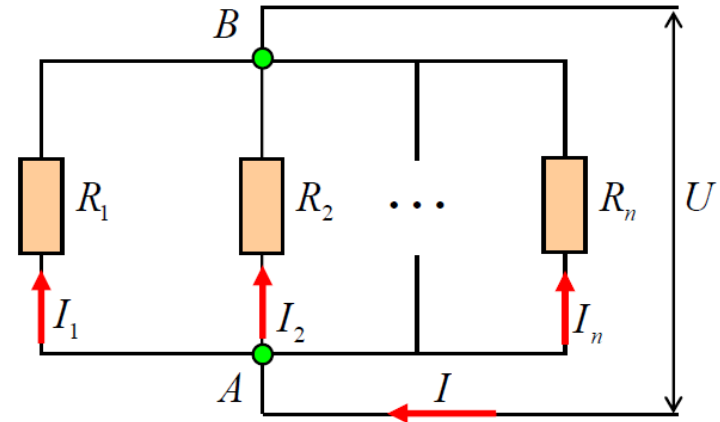
$$U = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n IR_i \quad \Rightarrow \quad R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Sériové zapojení vodičů (odporů)



Paralelní zapojení vodičů (odporů)

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \frac{U}{R_i} = U \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$



# Řazení složitých ohmických obvodů

## Kirchhoffovy zákony

**Zákon 1. pro Uzly**

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

**Zákon 2. pro smyčky (uzavřené obvody)**

$$\sum_{i=1}^n R_i I_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$$

### Postup řešení:

Libovolně zvolíme směry proudů v jednotlivých větvích obvodu

Pro K uzlů vypíšeme K-1 rovnic podle 1. KZ.

Pro vybraný počet smyček vypíšeme rovnice podle 2. KZ

Při výběru obvodů( smyček) postupujeme tak aby každá další smyčka měla různé prvky proti té předchozí

Vyřešíme soustavy rovnic.

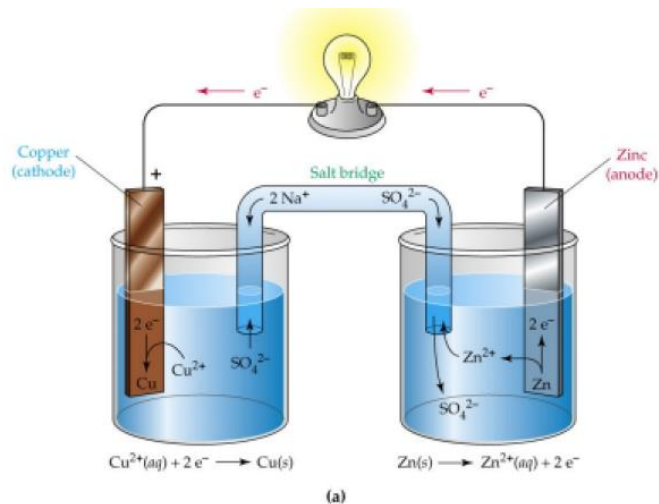
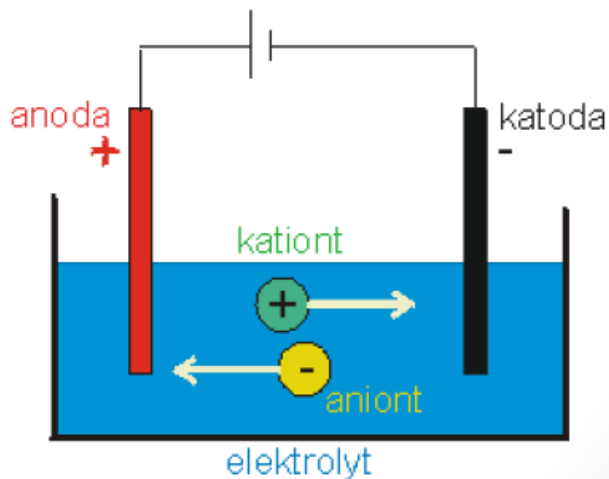
# Elektrolyty - elektrolýza

Látky které vedou proud pomocí makroskopických pohybu iontů

Elektrolyty mohou být kapalné pevné i plynné

Kapalné roztoky (  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{NaCl}$ ,  $\text{CuSO}_4$ ,  $\text{NaOH}$ ,.....)

V roztocích dochází k disociaci (rozštěpení) molekul na ionty opačné polarity



(b)

# pH - faktor

I chemicky čisté látky jako je voda  $\text{H}_2\text{O}$  je slabě disociovaná na  $\text{H}^+$  a  $\text{OH}^-$

Stupeň disociace molekul cca  $1.7 \cdot 10^{-9}$

Koncentrace iontů  $\text{H}^+$  cca  $10^{-7}$  kmol/m<sup>3</sup>



$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$$



pH = 7 - neutrální  
pH < 7 - kyselé  
pH > 7 - zásadité

# Elektrolyty - elektrolýza

V roztocích dochází k disociaci (rozštěpení) molekul na ionty opačné polarity

V kapalinách téměř nejsou volné elektrony, při vedení proudu v kapalinách je náboj přenášen hmotnými ionty. Např:



Disociace je zvratná, ustaví se rovnováha

Probíhají tyto reakce:

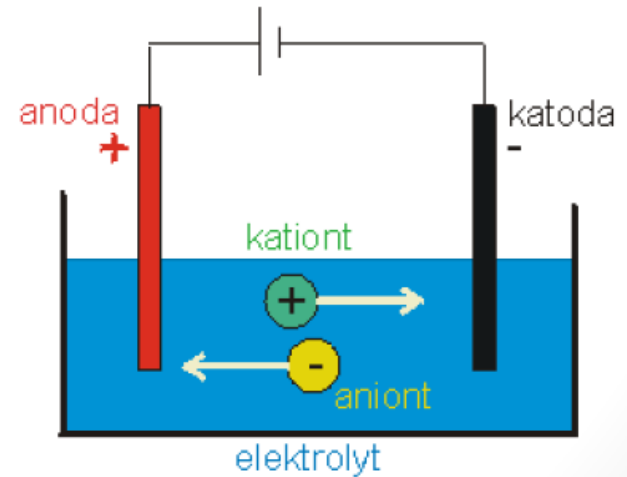
Elektrolytická disociace:  $\text{CuSO}_4 \rightleftharpoons \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$

Na katodě:  $\text{Cu}^{2+} + 2e \rightarrow \text{Cu}$  (měď z roztoku získá od katody dva elektrony a vylučuje se na ní)

Na anodě:  $\text{SO}_4^{2-} \rightarrow \text{SO}_4 + 2e$

$\text{SO}_4 + \text{Cu} \rightarrow \text{CuSO}_4$  ( $\text{SO}_4$  odevzdá anodě dva elektrony a "vezme si" z ní jeden atom mědi - anoda se rozpouští)

Koncentrace elektrolytu se nemění (jedna molekula  $\text{CuSO}_4$  je na začátku reakce a rovněž jedna molekula  $\text{CuSO}_4$  je na konci).



# Faradayův zákon elektrolýzy

1. Množství látky vyloučené na elektrodě závisí přímo úměrně na množství prošlého náboje Q

$$m = AQ = AIt$$

A – elektrochemický ekvivalent látky  
I – elektrický proud  
t - čas

2. K vyloučení 1 kilovalu jakékoliv látky je potřeba tzv. Faradayova náboje  $F_0$

$$F_0 = 9,65222 \cdot 10^7 C$$

$$A = \frac{m_i}{ve} = \frac{m_i N_A}{ve N_A} = \frac{M_m}{vF}$$

$$1 \text{ kval} = \frac{1 \text{ kmol}}{\text{mocenství}}$$

A – elektrochemický ekvivalent látky  
F – Faradayova konstanta  
v – mocenství látky  
 $m_i$  - hmotnost iontu  
 $M_m$  - molární hmotnost látky

# Faradayův zákon elektrolýzy

1. Množství látky vyloučené na elektrodě závisí přímo úměrně na množství prošlého náboje Q

$$m = AQ = AIt$$

$$F_0 = 9,65222 \cdot 10^7 C$$

$$A = \frac{m_i}{ve} = \frac{m_i N_A}{ve N_A} = \frac{M_m}{vF}$$

Příklad

# Jouleův zákon

Práce  $A$ , kterou vykonají elektrické síly se při srážkách volných elektronů s částicemi kovové mřížky přeměňuje na teplo

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = dQ\vec{E} d\vec{r} = \vec{j} d\vec{S} \vec{E} d\vec{r} dt \quad \Rightarrow \quad A = \int_0^t dt \cdot \iint_S \vec{j} d\vec{S} \int_K \vec{E} d\vec{r} = UIt$$

Výkon el. proudu

$$P = \frac{dA}{dt}$$



$$P = I \cdot U = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t UI dt$$

Energie dodaná elektrickým proudem za dobu  $t$

teplo  $W_Q$  vyvinuté při průchodu el. proudu vodičem s odporem  $R$  za dobu  $t$

$U$  a  $I = \text{konst.}$



$$W_Q = UIt = RI^2 t$$

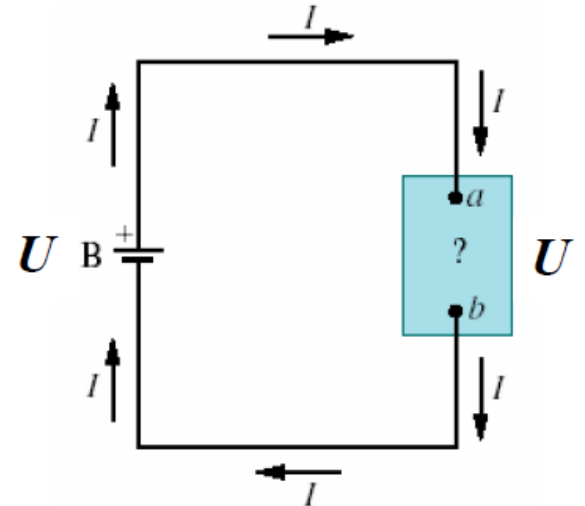
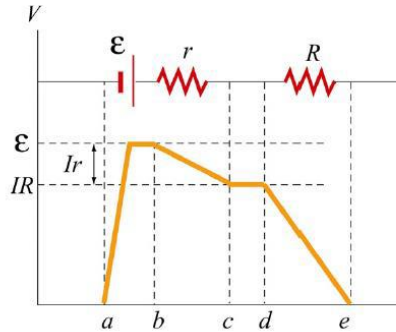
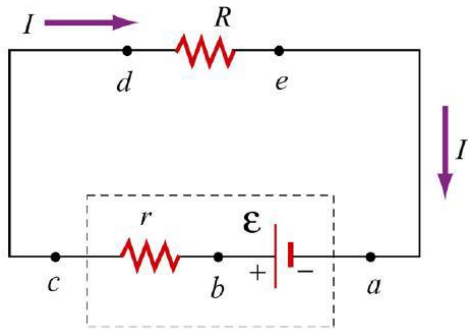


# Zdroje el. energie

## Svorkové napětí $U$

Napětí  $U$  na svorkách baterie je stejné jako napětí na svorkách součástky (spotřebiče). Svorka  $a$  má vyšší potenciál než svorka  $b$ . Za předpokladu, že baterie nebude mít žádný vnitřní odpor, je rozdíl potenciálů  $\Delta U$  (nebo svorkové napětí) mezi kladným a záporným pólem baterie roven elektromotorickému napětí  $\varepsilon$ .

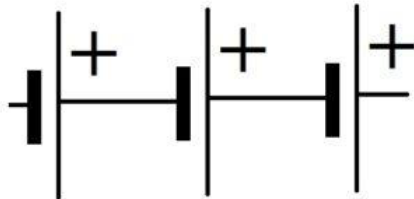
$$U = \varepsilon - R_{in}I$$



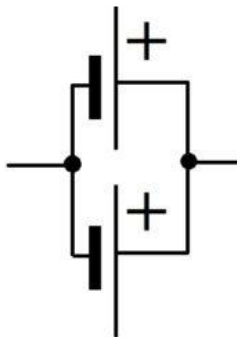
# Zdroje el. energie

Vnitřní odpor zdroje, tvrdé zdroje jsou takové zdroje, jejichž vnitřní odpor je menší než  $1\Omega$  a tedy mají menší úbytek napětí na zdroji při zatížení. Měkké zdroje, jsou zdroje s vnitřním odporem větším než  $1\Omega$ . Mezi tvrdé zdroje patří např. olovnatý akumulátor, alkalické články, el síť.

$$U = \varepsilon - R_{in}I$$



Sériově – zvyšujeme napětí



Paralelně – zvyšujeme nábojovou kapacitu

$$Q = I \cdot t$$

# Vznik elektrického napětí

Měděná elektroda se v kyselině rozpouští. To znamená, že kladné ionty (jádro + nevalenční elektrony) mědi přecházejí do elektrolytu (vodivostní elektrony v kovech tvoří elektronový plyn a zůstávají v elektrodě). Elektroda se tak nabíjí záporně a elektrolyt kladně.

Zinková elektroda se rovněž v kyselině rozpouští a nabíjí se tak záporně. Zinková elektroda má ale větší schopnost navázat na sebe elektrony, a proto je "zápornější" než měděná elektroda. Měděná elektroda má tedy vyšší potenciál než zinková a mezi oběma elektrodami je tudíž elektrické napětí. Spojíme-li je vodičem, protéká jím elektrický proud.

