

Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci
Specifický cíl A2: Rozvoj v oblasti distanční výuky, online výuky a blended learning

NPO_TUL_MSMT-16598/2022



Orientace vláken v prostoru a řezu

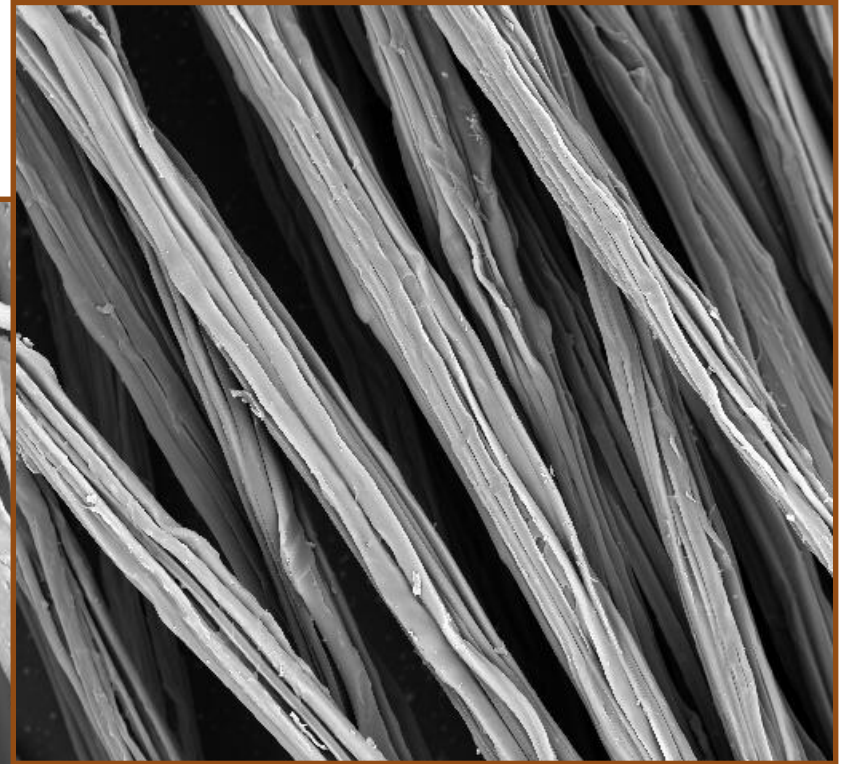
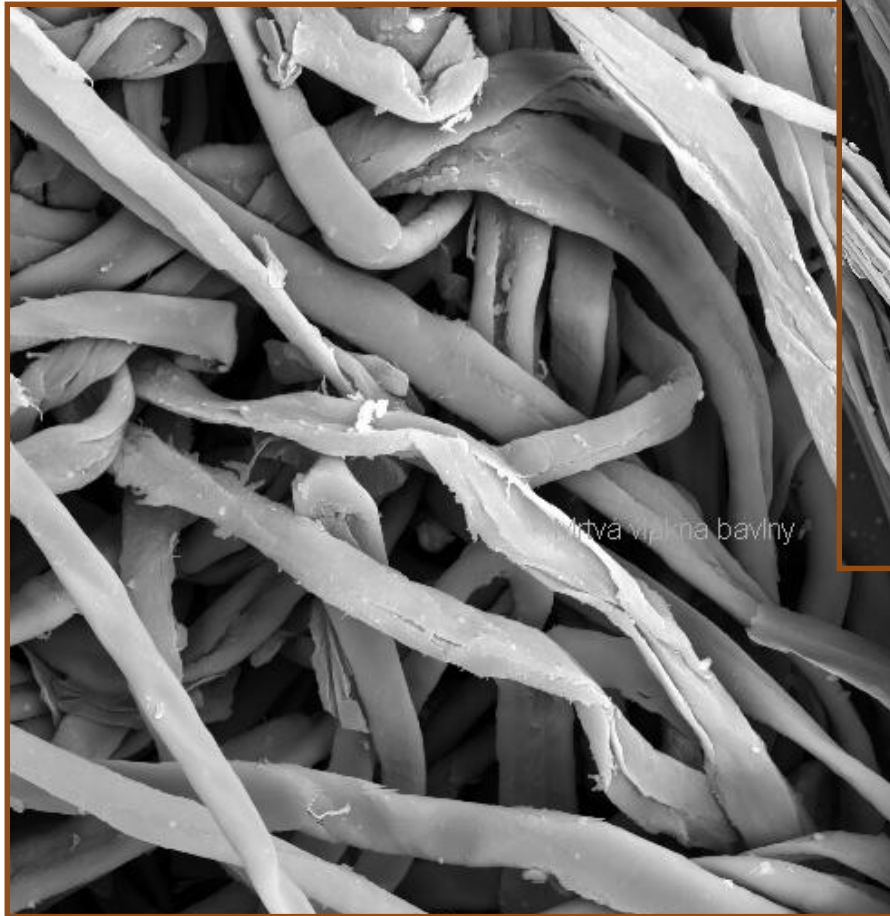
Ing. Iva Mertová, Ph.D.





Orientace vláken v prostoru a v řezu

cvičení 8 navazuje na přednášku | **Orientace vláken**



vlákna vlna baviny

ORIENTACE – exaktní interpretace:

Je třeba určit:

1. Co je **úsek vlákna** (např. AB dané délky, $AB \rightarrow 0$)

2. Co je jeho **směrový** (jednotkový) **vektor i** (např. spojnice koncových bodů)

SMĚR v prostoru

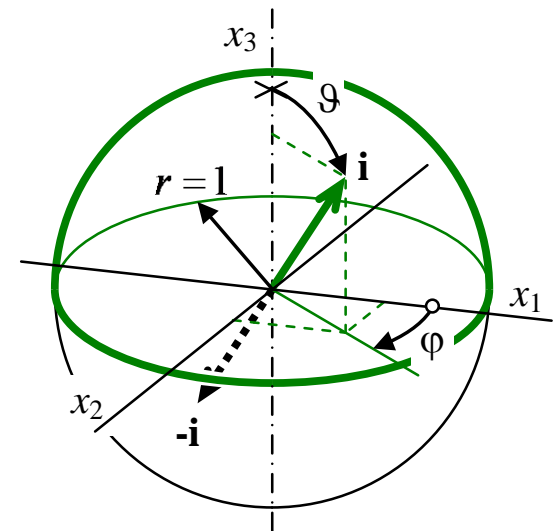
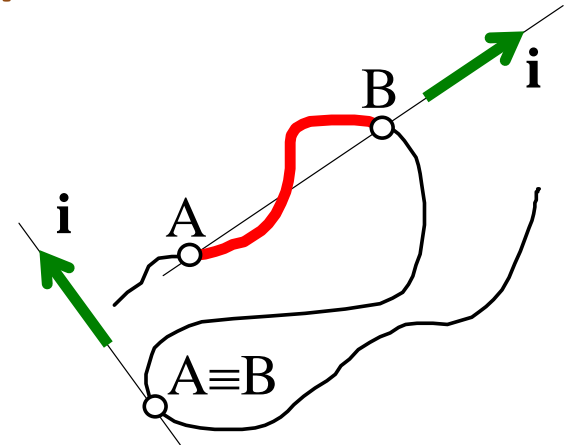
Všechny jednotkové vektory tvoří **jednotkovou kouli** (souř. x_1, x_2, x_3)

Ale „vlákno nemá šipku“

\Rightarrow konvence: jen **horní polokoule**

$\Rightarrow \vartheta \in \langle 0, \pi/2 \rangle$ a $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$

Popis směru uspořádání rozložením vektorů v prostoru



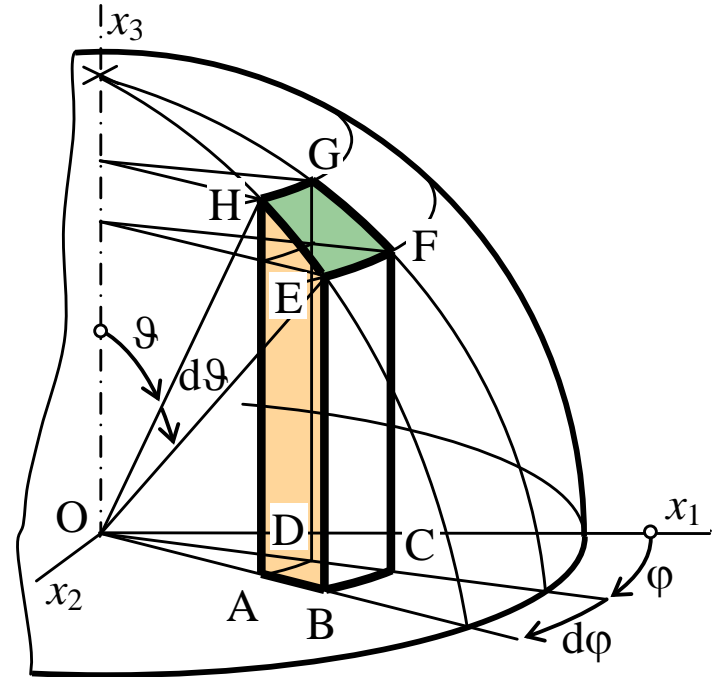
IZOTROPNÍ ORIENTACE V PROSTORU

Sdružená hustota pravděpodobnosti

$$w(\vartheta, \varphi) = \frac{\sin \vartheta}{2\pi}$$

Marginální hustota pravděpodobnosti

$$u(\vartheta) = \sin \vartheta$$



MODEL ORIENTACE VLÁKEN V ŘEZU

Řezy vlákněným útvarům:

- skutečné (např. mikroskopie)
- pomyslné (např. svěrná linie čelistí trhačky)

Nechť známe: Rozložení směrů krátkých úseků vláken v třírozměrném vlákněném útvaru

Hledáme: Rozložení směrů jen těch krátkých úseků vláken, která jsou protnuta řeznou rovinou

Model - vlákněný útvar - hranol s $V_C = abc$

Protnutý řeznou rovinou σ , vlákno 1

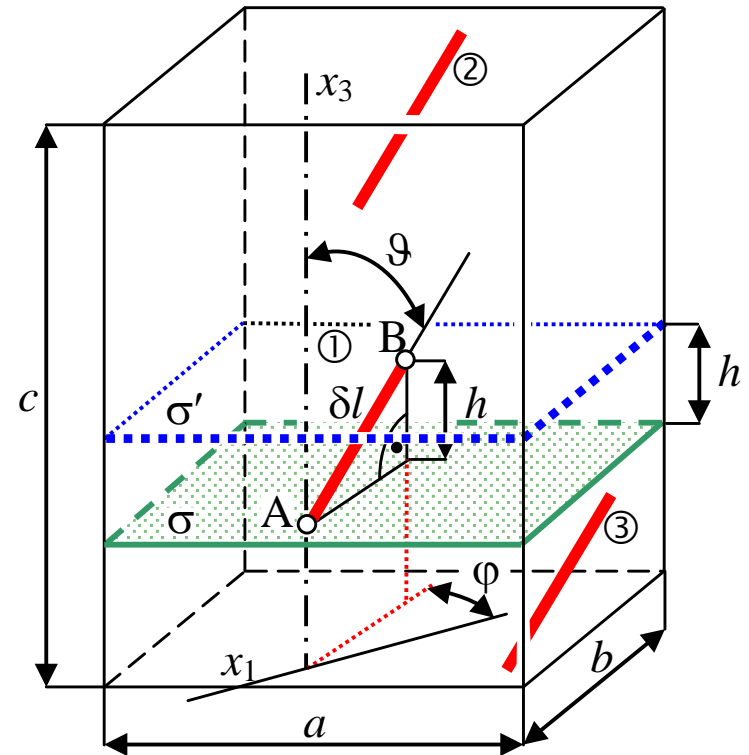
Dolní konec A leží právě v (zelené) řezné rovině σ

Úhel ϑ (neorientovaný) je měřen k normále x_3 řezné roviny

Horní konec B leží ve vzdálenosti $h = \delta l \cos \vartheta$ a determinuje rovnoběžnou (modrou) rovinu σ'

Pravděpodobnost protnutí

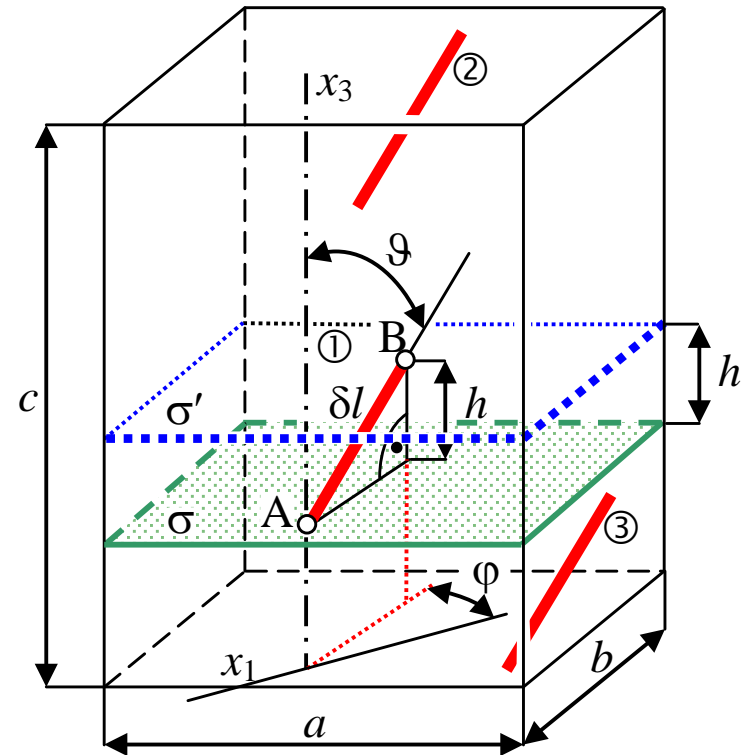
$$P_{\vartheta} = \frac{\text{objem mezi } \sigma \text{ a } \sigma'}{\text{celý objem útvaru}} = \frac{abh}{abc} = \frac{h}{c} = \frac{\delta l \cos \vartheta}{c}$$



MODEL ORIENTACE VLÁKEN V ŘEZU

Počet všech protnutých úseků

$$n = \frac{N\delta l}{c} \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta u(\vartheta) d\vartheta.$$



Marginální hustota pravděpodobnosti směrového rozložení
protnutých úseků vláken (rozložení ϑ) v řezu

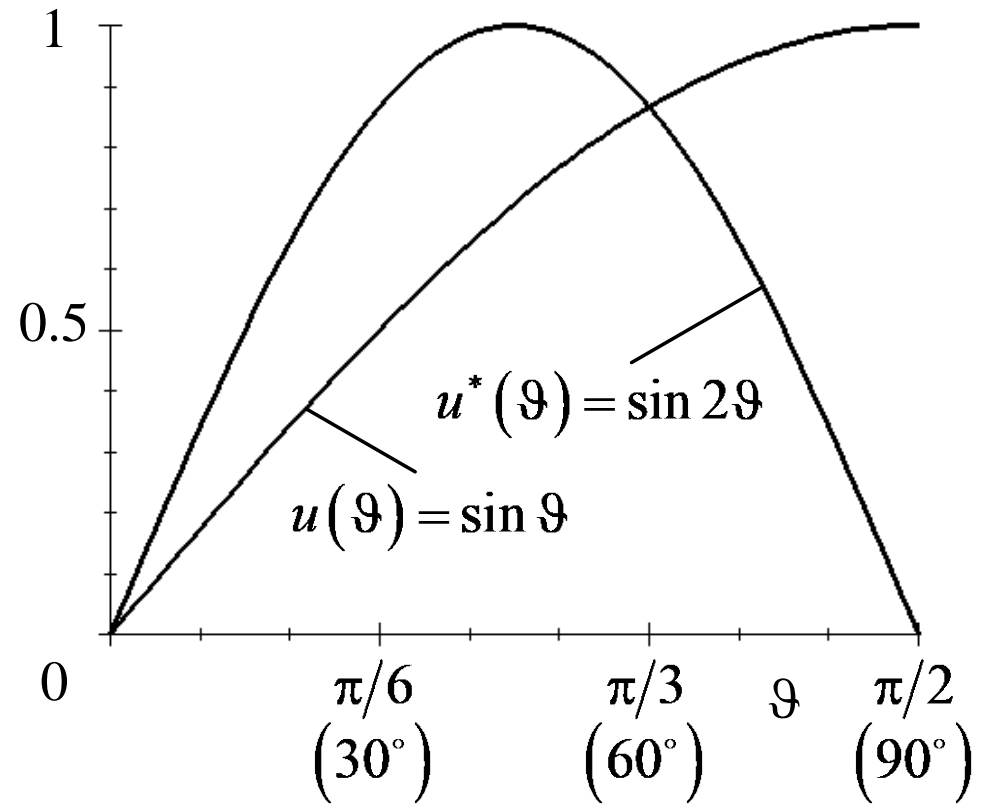
$$u^*(\vartheta) = \cos \vartheta u(\vartheta) / \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta u(\vartheta) d\vartheta = \cos \vartheta u(\vartheta) / k_n$$

IZOTROPNÍ ORIENTACE V ŘEZU

$$k_n = \frac{1}{2}$$

$$w^*(\vartheta, \varphi) = \frac{\sin 2\vartheta}{2\pi}$$

$$u^*(\vartheta) = \sin 2\vartheta$$



Obr. Marginální hustota pravděpodobnosti (rozložení ϑ) ve vlákněm útvaru $u(\vartheta)$ a v řezu $u^*(\vartheta)$ při izotropní orientaci

Počet protnutých vláken v jednotce plochy řezu

S_c ...celková plocha řezu

S ...souhrnná řezná plocha
vláken (zelená)

ρ ...hustota hmoty vláken

ρ^* ...hustota vlákenného útvaru

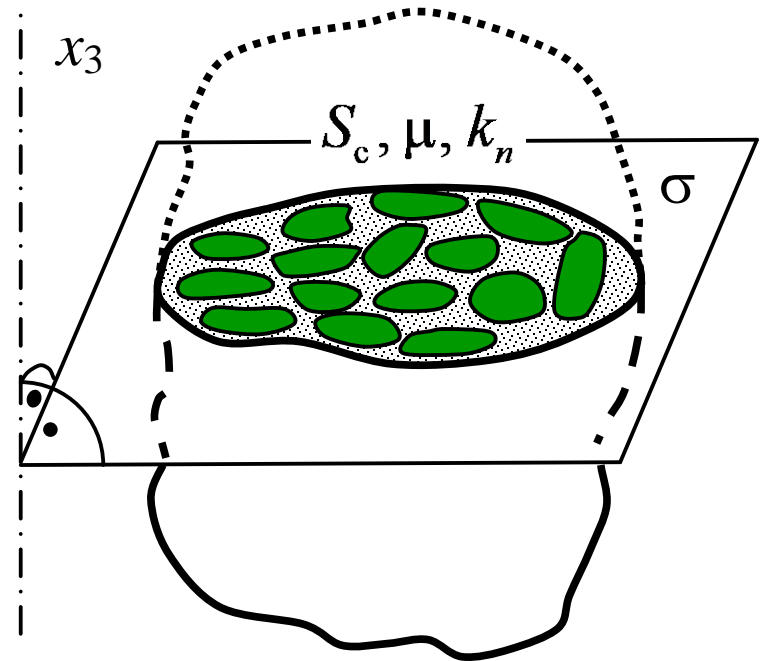
μ ...zaplnění

t ...jemnost vlákna

$\overline{s^*}$...střední velikost řezné plochy
vlákna

n ...počet vláken v řezu

$k_n = s / \overline{s^*}$...definice součinitele



$$v_s = \frac{n}{S_c} = \frac{\mu}{\overline{s^*}} = \mu \frac{k_n}{s} = \frac{\mu \rho}{t} k_n = \frac{\rho^*}{t} k_n$$

Příklad 1:

Jaká je velikost řezné plochy vlákna na povrchu polyesterové příze? Jaká je velikost řezné plochy vlákna v polyesterové přízi, které je ve vzdálenosti 0.06mm od osy příze?

Je dáno: jemnost polyesterových vláken $t=0.17\text{tex}$, jemnost příze $T=25\text{tex}$, měrná hmotnost polyesteru $\rho=1360\text{kg/m}^3$, zaplnění příze $\mu=0.43$ a zákrut příze $Z=820\text{m}^{-1}$.

Výsledky zaokrouhlete na tři platné číslice.

Poznámka: Uvažujte platnost šroubovicového modelu příze, viz přednáška SVU 02 - Příze 1.

$$d = \sqrt{\frac{4t}{\pi\rho}} = 0.0126\text{mm}$$

$$s = \frac{t}{\rho} = 0.000125\text{mm}^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4T}{\pi\mu\rho}} = 0.233\text{mm}$$

$$\text{tg}\beta_D = \pi DZ = 0.6$$

$$\beta_D = \text{arctg}(\pi DZ) = 0.54$$

$$s^* = \frac{s}{\cos\beta_D} = 0.000146\text{mm}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4t}{\pi\rho}} = 0.0126\text{mm}$$

$$s = \frac{t}{\rho} = 0.000125\text{mm}^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4T}{\pi\mu\rho}} = 0.233\text{mm}$$

$$s^* = s\sqrt{1 + (2\pi rZ)^2} = 0.000131\text{mm}^2$$

Příklad 2:

Určete **počet protnutých vláken** v jednotce plochy řezu polyesterové příze z příkladu 1.

$$D = \sqrt{\frac{4T}{\pi\mu\rho}} = 0.233\text{mm}$$

$$\operatorname{tg}\beta_D = \pi DZ = 0.6$$

$$\beta_D = \operatorname{arctg}(\pi DZ) = 0.54$$

$$k_n = \frac{2 \cos \beta_D}{1 + \cos \beta_D} = 0.923$$

$$n = \tau k_n = \frac{T}{t} k_n = 135$$

$$S_c = \frac{\pi D^2}{4} = 0.0428\text{mm}^2$$

$$\upsilon_S = \frac{n}{S_c} = 3175\text{mm}^{-2}$$