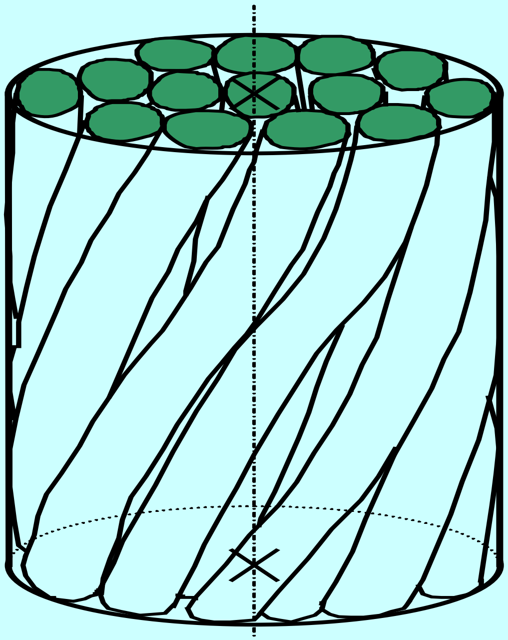
PŘÍZE 1

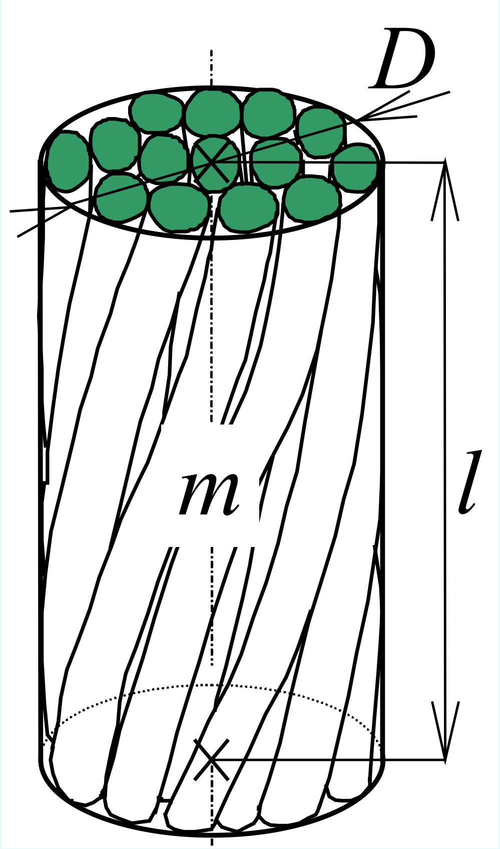
„DEFINICE, SOUVISLOSTI“



Příze – je tvořena zakrouceným pramínkem víceméně rovnoběžných staplových vláken

Hedvábí – je tvořeno pramínkem víceméně rovnoběžných „nekonečných“ vláken (často též zakrouceným)

(Intuitivní popis, nikoli exaktní definice)



VÝCHOZÍ VELIČINY

- *vláken:*
  jemnost vláken… t, hustota vláken… ρ,
- *vlastní příze:*
  jemnost příze… T, zákrut příze… Z, průměr příze… D, počet vláken v průřezu příze… n

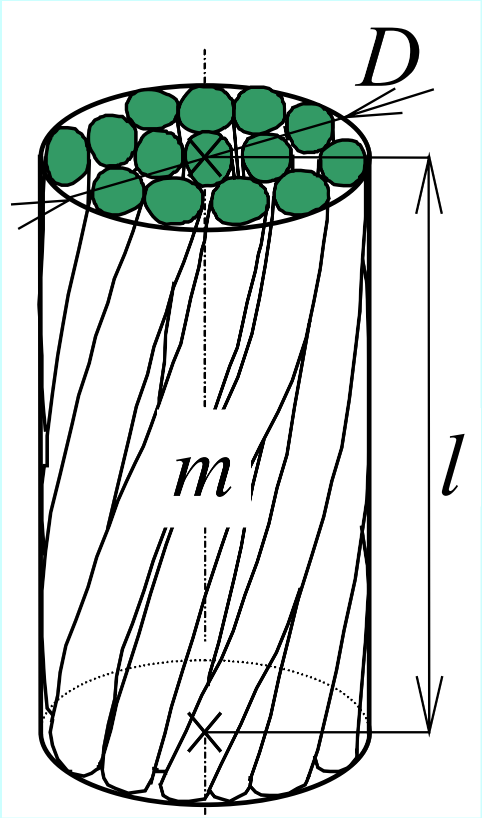
Dále označíme: délka příze… l, hmotnost příze… m

Jemnost příze… $\boxed{T = \frac{m}{l}}$ (podle normy)

Označíme objem vláken v přízi… V

a platí

$$T = \frac{\overbrace{m}^{=V\rho}}{l}, \quad \boxed{T = \frac{V}{l}\rho} \quad \boxed{\frac{V}{l} = \frac{T}{\rho}}$$

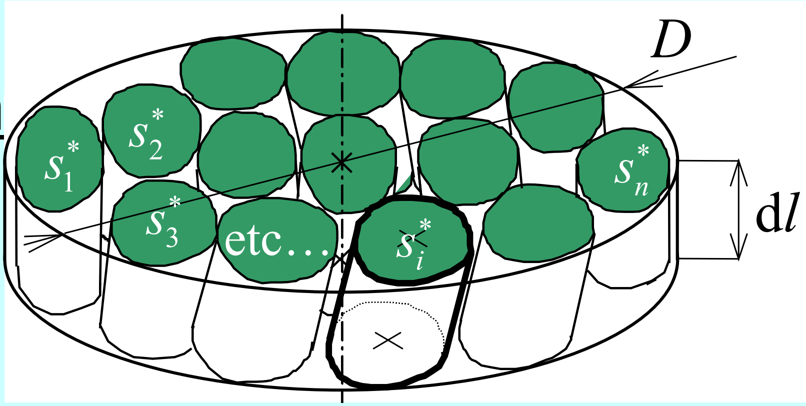


Geometricky chápanou jemnost příze („tlustá" – „tenká") lze popsat objemem vláken v jednotce délky V/l, ale normovaná hodnota T obsahuje i vliv hustoty ρ.

Normovanou veličinou T nelze porovnávat geometricky chápanou jemnost přízí z různých materiálů.

(Vhodnou veličinou je $V/l = T/\rho$.)

Substanční průřez příze... S
Definice: Součet všech řezných ploch vláken (zelených) v průřezu příze (Johansen)



$$\boxed{S=\sum_{i=1}^{n} s_i^*}$$

Nekonečně krátký úsek příze délky $\mathrm{d}l$ – obsahuje n vlákenných úseků ($i=1,2,\cdots,n$) s řeznými plochami s_i^* . Objem i-tého úseku je $s_i^*\mathrm{d}l$. Objem všech úseků je $\mathrm{d}V=\sum_{i=1}^{n} s_i^*\mathrm{d}l=$

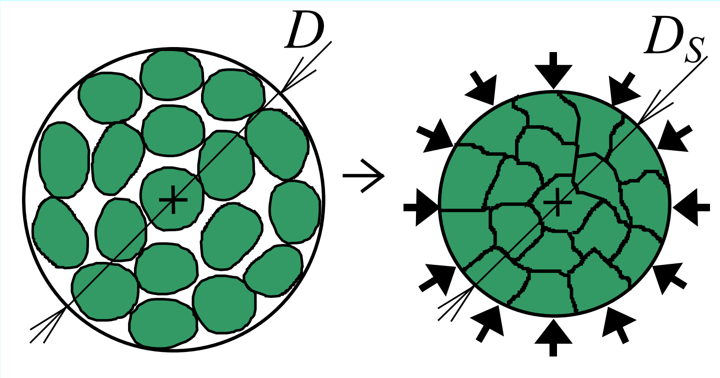
$=\mathrm{d}l\underbrace{\sum_{i=1}^{n} s_i^*}_{=S}=\mathrm{d}l\,S$, jejich hmotnost je $\mathrm{d}m=\rho\,\mathrm{d}V=\rho\,\mathrm{d}l\,S$ a jemnost příze je $T=\mathrm{d}m/\mathrm{d}l=\rho\,\mathrm{d}l\,S/\mathrm{d}l=S\rho$.

Pro substanční průřez nyní platí $S=\underbrace{\left(\frac{T}{\rho}\right)}_{=V/l}$

$$\boxed{S=\frac{T}{\rho}=\frac{V}{l}}$$

Střední velikost řezné plochy vlákna… $\boxed{\overline{s^*} = \dfrac{S}{n}}$

Substanční průměr příze… D_S
Kdybychom (pomyslně) stlačili přízi (z „plastických" vláken) tak, že by se vytlačil všechen vzduch, vznikl by kompaktní kruhový průřez substanční plochy S se substančním průměrem D_S.



$$S = \frac{\pi D_S^2}{4}, \quad \boxed{D_S = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}} \quad D_S = \sqrt{4\,\overbrace{S}^{=T/\rho}/\pi}, \quad \boxed{D_S = \sqrt{\frac{4T}{\pi\rho}}}$$

Pozn.: Substanční průměr příze D_S je vždy menší než skutečný průměr příze D.

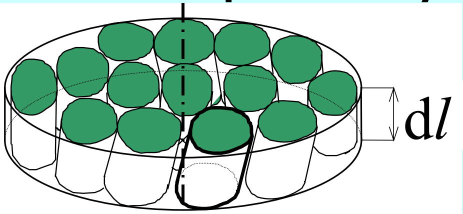
Poměrná jemnost příze... $\boxed{\tau = T/t}$

Jiná vyjádření:

$$\tau = \overbrace{T}^{=S\rho}\Big/\overbrace{t}^{=s\rho}\,,\quad \boxed{\tau = \frac{S}{s}} \qquad \tau = \overbrace{S}^{=\pi D_S^2/4}\Big/\overbrace{s}^{=\pi d^2/4} = \frac{\pi D_S^2/4}{\pi d^2/4},\quad \boxed{\tau = \left(\frac{D_S}{d}\right)^2}$$

Pozn.: Poměrná pevnost τ není identická s počtem vláken v průřezu příze n, jak často uvádí v textilní příručky.

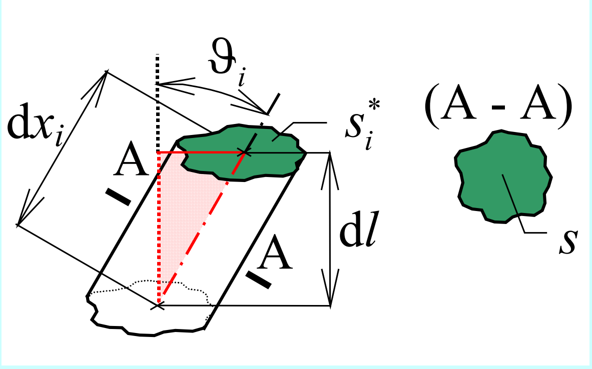
Součinitel k_n ... $\boxed{k_n = s\big/\overline{s^*}}$ (definice)



Pro i-tý nekonečně krátký úsek vlákna platí: úhel... $\cos\vartheta_i = \mathrm{d}l/\mathrm{d}x_i$

objem... $s_i^*\,\mathrm{d}l = s\,\mathrm{d}x_i$

$$\Rightarrow\ s_i^* = s\,\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}l\,,\quad \boxed{s_i^* = s/\cos\vartheta_i}$$



$$S = \sum_{i=1}^{n} \overbrace{s_i^*}^{=s/\cos\vartheta_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{s}{\cos\vartheta_i} = s\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\cos\vartheta_i}$$

Střední velikost řezné plochy vlákna je nyní

$$\overline{s^*} = \overbrace{S}^{=s\sum_{i=1}^{n}(1/\cos\vartheta_i)} \Big/ n = \frac{s}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\cos\vartheta_i},$$ a pro k_n platí $$k_n = \frac{s}{\underbrace{\overline{s^*}}_{=\frac{s}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\cos\vartheta_i}}},$$

$$\boxed{k_n = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\cos\vartheta_i}}}$$, nebo též $$\frac{1}{k_n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\cos\vartheta_i}$$

Pozn.: 1. Pokud alespoň některé úhly $\vartheta_i > 0$, potom $k_n < 1$.

2. Jen když jsou všechny úhly $\vartheta_i = 0$ (svazek dokonale rovnoběžných vláken) platí $k_n = 1$.

3. Je zřejmé, že k_n je vlastně harmonickým průměrem kosinů úhlů sklonu vláken.

4. Součinitel k_n je mírou sklonu vláken v přízi.

Orientační hodnoty součinitele
- prstencově předené příze bavlnářské… kolem k_n =0,95
- rotorové příze bavlnářské (typ BD)… kolem k_n =0,80
- česané příze vlnařské… kolem k_n =0,95.

Počet vláken v průřezu příze… n
Protože střední velikost řezné plochy vlákna je $\overline{s^*} = S/n$,

platí $n = S/\overline{s^*} = \overbrace{(S/s)}^{=\tau}\overbrace{\left(s/\overline{s^*}\right)}^{=k_n}$, $\boxed{n = \tau k_n}$

Počet vláken v průřezu příze je menší než hodnota poměrné jemnosti.

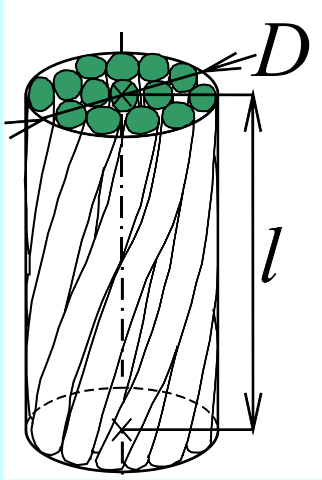
($n = \tau$ jen u svazku dokonale rovnoběžných vláken.)
Pozn.: Experimentálně se určí k_n ze skutečného n,

jemnosti vláken t a jemnosti příze T; $k_n = n/\overbrace{\tau}^{=T/t} = nt/T$)

Zaplnění příze... μ

Odvodili jsme $V/l = T/\rho = S \Rightarrow$ <u>objem vláken</u>... $V = \dfrac{Tl}{\rho} = Sl$

<u>Celkový objem</u> příze (válec)... $V_c = \dfrac{\pi D^2}{4} l$



$$\mu = \overbrace{V}^{=Sl=Tl/\rho} \Big/ \overbrace{V_c}^{=(\pi D^2/4)l} = \frac{Sl}{(\pi D^2/4)l} = \frac{Tl/\rho}{(\pi D^2/4)l},$$

<u>Zaplnění</u> příze $\boxed{\mu = \dfrac{4S}{\pi D^2} = \dfrac{4T}{\pi D^2 \rho}}$

Mezi substančním průřezem a substančním průměrem jsme odvodili vztah $S = \pi D_S^2/4$. Užitím vznikne jiný výraz pro zaplnění příze $\mu = 4 \overbrace{S}^{=\pi D_S^2/4} \Big/ \pi D^2 = \dfrac{4\ \pi D_S^2/4}{\pi D^2}$, $\boxed{\mu = \left(\dfrac{D_S}{D}\right)^2}$

Průměr příze…D

Z předchozích vztahů, tj. $\mu = 4S/\left(\pi D^2\right) = 4T/\left(\pi D^2 \rho\right) = D_S^2/D^2$

plyne $$D = \sqrt{\frac{4S}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{4T}{\pi\mu\rho}} = \frac{D_S}{\sqrt{\mu}}$$

Označíme-li

- **plošný součinitel průměru**… $K_S = 2/\sqrt{\pi\mu}$
- **součinitel průměru**………….. $K = 2/\sqrt{\pi\mu\rho}$

nalezneme vyjádření pro průměr příze $D = K_S\sqrt{S} = K\sqrt{T}$

Pozn.: Jako „plošné“ budeme označovat veličiny vážící se k ploše substančního průřezu příze S (výhodné v teorii); analogické veličiny vážící se k jemnosti příze T (běžně užívané v praxi) budou bez zvláštního adjektiva.

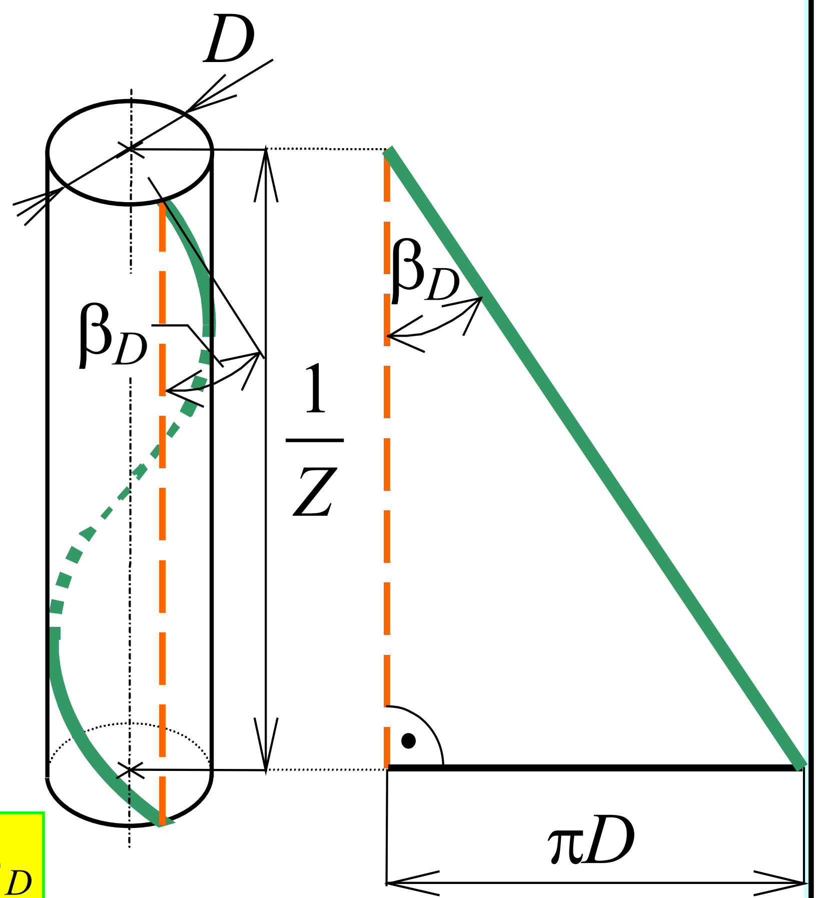
Intenzita zákrutu... κ

a) Definice $\boxed{\kappa = \pi D Z}$, Z...zákrut příze

b) Geometrická interpretace

Uvažujme, že

- povrchová vlákna (na válci příze o průměru D) mají tvar šroubovice s úhlem sklonu vlákna β_D
- výška jednoho ovinu je $1/Z$
- rozvinutím pláště válce vznikne (znázorněný) trojúhelník, z něhož plyne



$$\mathrm{tg}\beta_D = \pi D / (1/Z) = \overbrace{\pi D Z}^{=\kappa}, \quad \boxed{\kappa = \tan \beta_D}$$

Zákrutové koeficienty (definice)

Zákrutový koeficient		Typ		Exponent kroucení
		běžný (v praxi)	plošný (v teorii)	
Obecný		$\alpha = ZT^{q}$	$\alpha_S = ZS^{q}$	q
Speci-ální	Köchlinův	$\alpha = Z\sqrt{T}$	$\alpha_S = Z\sqrt{S}$	$1/2$
	Phrixův	$a = ZT^{2/3}$	$a_S = ZS^{2/3}$	$2/3$

Pozn.: Mezinárodně se běžně používá Köchlinův zákrutový koeficient, v českých normách je často Phrixův koeficient.

Jiné vyjádření Köchlinových koeficientů:

$$\alpha_S = \underbrace{Z}_{=\kappa/(\pi D)} \sqrt{\underbrace{S}_{=\pi D_S^2/4}} = \frac{\kappa}{\pi D}\sqrt{\frac{\pi D_S^2}{4}} = \frac{\kappa}{2\sqrt{\pi}}\overbrace{\left(\frac{D_S}{D}\right)}^{=\sqrt{\mu}}, \qquad \boxed{\alpha_S = \frac{\kappa\sqrt{\mu}}{2\sqrt{\pi}}}$$

$$\alpha = Z\sqrt{\underbrace{T}_{=S\rho}} = \overbrace{Z\sqrt{S}}^{=\alpha_S}\sqrt{\rho} = \underbrace{\alpha_S}_{=\kappa\sqrt{\mu}/(2\sqrt{\pi})}\sqrt{\rho}, \qquad \boxed{\alpha = \frac{\kappa\sqrt{\mu\rho}}{2\sqrt{\pi}}}$$

Přehled bezrozměrných veličin

Poměrná jemnost τ, součinitel k_n, zaplnění μ, plošný součinitel průměru K_S, intenzita zákrutu κ, Köchlinův plošný zákrutový koeficient α_S.

Pozn.: Místo výchozích parametrů T, Z, D a n lze použít čtveřici bezrozměrných parametrů, např. $\tau, \kappa, \mu,$ a k_n; ostatní veličiny lze vypočítat odvozenými vztahy.

VZTAH MEZI JEMNOSTÍ, ZÁKRUTEM A PRŮMĚREM PŘÍZE

Zakrucováním je vlákenný materiál v přízi stlačován (*akční síla*), avšak tomuto stlačování se materiál „brání“, klade mu odpor (*reakční síla).* Rovnováha akčních a reakčních sil určuje míru stlačení materiálu, a ta určuje průměr příze. (Vztah mezi T, Z, a D je tak určen mechanickým chováním materiálu – nelze jej nalézt jen z definičních relací.)

A) **Köchlinovská teorie** (1828 – biedermaier)

Předpoklady (vymezení problému): Příze

- ze **stejného vlákenného materiálu**
- vypředené **stejným typem technologie**
- určené pro **stejný (analogický) účel užití**

1. Köchlinovský předpoklad (empirická náhrada pravidla o stlačování vlákenného útvaru): „<u>Zaplnění příze je rostoucí funkcí JENOM intenzity zákrutu</u>“; $\boxed{\mu = f(\kappa)}$

Důsledky předpokladu:

$$\alpha_S = \kappa\sqrt{\overbrace{\mu}^{=f(\kappa)}}\bigg/\left(2\sqrt{\pi}\right), \quad \boxed{\alpha_S = \kappa\sqrt{f(\kappa)}\Big/\left(2\sqrt{\pi}\right)}$$ ...funkce jen κ

$$\alpha = \kappa\sqrt{\overbrace{\mu}^{=f(\kappa)}\rho}\bigg/\left(2\sqrt{\pi}\right), \quad \boxed{\alpha = \kappa\sqrt{f(\kappa)\rho}\Big/\left(2\sqrt{\pi}\right)}$$ ...funkce jen κ

$$K_S = 2\bigg/\sqrt{\pi\overbrace{\mu}^{=f(\kappa)}}, \quad \boxed{K_S = 2\Big/\sqrt{\pi f(\kappa)}}$$ ...funkce jen κ

$$K = 2\bigg/\sqrt{\pi\overbrace{\mu}^{=f(\kappa)}\rho}, \quad \boxed{K = 2\Big/\sqrt{\pi f(\kappa)\rho}}$$ ...funkce jen κ

2. Köchlinovský předpoklad („recept" jak volit „vhodný" zákrut příze): „Různě jemné příze mají mít stejnou hodnotu intenzity zákrutu"; $\kappa = \text{konstanta}$

Logické zdůvodnění předpokladu:

- mají-li mít příze (stejný materiál a technologie) stejné (analogické) užití $\Rightarrow$ měly by být podobné ve vlastnostech
- ve všech vlastnostech – nelze $\Rightarrow$ alespoň podobné geometricky
- geometrická podobnost = odpovídající úhly jsou stejné
- známe úhel β_D sklonu povrchových vláken $\Rightarrow$ pro stejné (analogické) užití by mělo platit $\beta_D = \text{konstanta}$
- protože $\kappa = \tan \beta_D$, musí též platit $\kappa = \text{konstanta}$

Důsledky:

a) **Zaplnění** $\mu = f\left(\overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}}\right)$, $\boxed{\mu = \text{konstanta}}$

b) **Köchlinův plošný zákrutový koeficient**

$$\alpha_S = \overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}} \sqrt{f\left(\overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}}\right)} \Big/ \left(2\sqrt{\pi}\right), \quad \boxed{\alpha_S = \text{konstanta}}$$

c) **Köchlinův** (běžný) **zákrutový koeficient**

$$\alpha = \overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}} \sqrt{f\left(\overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}}\right)\rho} \Big/ \left(2\sqrt{\pi}\right), \quad \boxed{\alpha = \text{konstanta}}$$

d) **Plošný součinitel průměru**

$$K_S = 2 \Big/ \sqrt{\pi f\left(\overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}}\right)}, \quad \boxed{K_S = \text{konstanta}}$$

e) (Běžný) **součinitel průměru**

$$K = 2 \Big/ \sqrt{\pi f\left(\overset{=\text{konst.}}{\overbrace{\kappa}}\right)\rho}, \quad \boxed{K = \text{konstanta}}$$

Praktická aplikace výsledků:

I. Výpočet vhodného zákrutu příze

$$Z = \frac{\alpha}{\sqrt{T}}$$

kde α…vhodná konstanta (např. pro bavlněné příze mykané, prstencové asi $\alpha = 120\,\mathrm{m}^{-1}\mathrm{ktex}^{1/2}$)

II. Výpočet průměru příze

$$D = K\sqrt{T}$$

kde K…vhodná konstanta (např. pro bavlněné příze mykané, prstencové asi $K = 0{,}0395\,\mathrm{mm\,tex}^{-1/2}$)

Jednoduché, ale nepříliš přesné!

B) **Modifikované vztahy** (jen stručný přehled)

Empirické zkušenosti:

a) Průměr příze ovlivňuje nejen jemnost T, ale i zákrut Z (resp. zákrutový koeficient α).

b) Příze „tenčí" (geometricky jemnější) mívají při stejném α obvykle jiné (větší) zaplnění μ.

Řešení:

1. **Empirické zobecnění Köchlinovských formulí**

- Pro výpočet zákrutu se užívá $Z = \alpha / T^q$ místo $Z = \alpha / \sqrt{T}$

Pro výpočet průměru se užívá $D = Q_a T^u a^v$ místo $D = K\sqrt{T}$

(a…Phrixův zákrutový koeficient)

Pozn.: q, Q_a, u, v jsou „vhodné" parametry dané materiálem a technologií

<u>Zákrutové exponenty</u> q navržené v různé době různými autory ilustruje tabulka:

<u>Parametry</u> Q_a, u, v

- *příklad* hodnot empiricky stanovených pro bavlněné příze mykané

$$D_{[\mathrm{mm}]} = 0,079\, T_{[\mathrm{tex}]}^{0,59}\, a_{\left[\mathrm{m}^{-1}\mathrm{ktex}^{2/3}\right]}^{-0,22}$$

Autor	*Rok*	*Zákrutový exponent q*
Koechlin	1828	0,5
Staub	1900	0,6
Johansen	1902	0,644
Laetch	1905 1905 1941	0,785 osnova 0,720 útek 0,62 – 0,75
Oeser	1937 1940	0,565 0,47
Phrix	1942	0,666
Neckář	1971	0,577, 0,6
Salaba	1975 1975	0,518 česaná 0,551, 0,570

2. **Jednoduchý mechanický model stlačování příze**

Aplikací modelu stlačování vláken bylo za řady zjednodušení odvozeno:

$$\frac{\mu^{2,5}}{\left[1-(\mu/0,8)^3\right]^3} = Q_{\left[\mathrm{m^2\,tex^{-1/2}}\right]}\left(Z_{\left[\mathrm{m^{-1}}\right]} T^{1/4}_{\left[\mathrm{tex}\right]}\right)^2 \quad \text{(a)}$$

Pro Q platí přibližně:

Kořen rovnice = zaplnění μ

(numericky, tabelárně)

Hodnoty $Q\left[\mathrm{m^2\,tex^{-1/2}}\right]$					
Materiál		*Technologie*			
Typ	*Hustota* ρ $\left[\mathrm{kg\,m^{-3}}\right]$	*česaná*	*mykaná*	*rotorová, typ BD*
bavlna	*1520*	$1,46\cdot10^{-7}$	$9,61\cdot10^{-8}$	$6,18\cdot10^{-8}$
VS, b-type	*1500*	$4,12\cdot10^{-7}$		$1,76\cdot10^{-7}$
PES, b-type	*1360*	$2,98\cdot10^{-7}$		$1,29\cdot10^{-7}$
vlna	*1310*	$2,16\cdot10^{-7}$	$1,20\cdot10^{-7}$	$6,49\cdot10^{-8}$

PŘÍZE A HEDVÁBÍ 1

$$\frac{\mu^{1,5}}{\left[1-(\mu/0,8)^3\right]^3}=\frac{R_{[\mathrm{tex}^{1/2}]}}{\sqrt{T_{[\mathrm{tex}]}}\left(1-\sqrt{t_{[\mathrm{tex}]}/T_{[\mathrm{tex}]}}\right)^2} \quad \text{(b)}$$

Dále bylo odvozeno:
Pro „běžnou" intenzitu kroucení je R přibližně:

Materiál	ρ $\left[\mathrm{kg\,m^{-3}}\right]$	R $\left[\mathrm{tex}^{1/2}\right]$
Bavlna – dlouhá vl.	*1520*	2,145
Bavlna- střední vl.	*1520*	2,737
VS, b-type	*1500*	4,589
PES, b-type	*1360*	3,563
vlna	*1310*	2,341

Kořen rovnice = zaplnění μ (numericky, tabelárně)

Postup: 1. Pro dané T vypočteme zaplnění μ z rov. (b).

2. Použijeme zaplnění μ v rovnici $D=\sqrt{4T/(\pi\mu\rho)}$ a vypočteme průměr příze D.

3. Dosadíme do rov. (a) a vypočteme „vhodný" zákrut Z. (Větší zákrut = větší R, menší zákrut = menší R.)