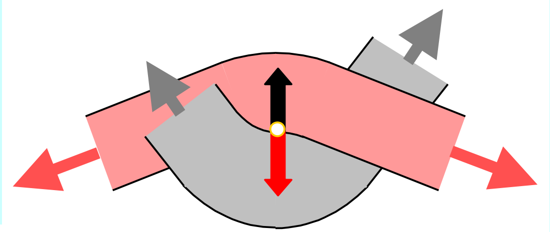
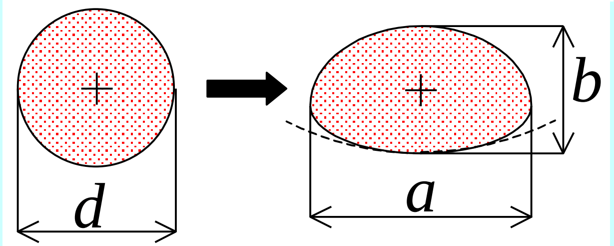
DEFORMACE NITĚ VE TKANINĚ

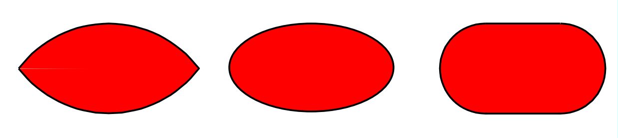




V tkacím procesu vznikají tahové (i jiné) síly v nitích ⇒ ve vazných bodech se nitě vzájemně <u>stlačují</u> a jejich průřez se <u>deformuje</u>. Zvedli jsme označení **šířka** a a **výška** b nitě, a ve vztahu k výchozímu („volnému“) <u>průměru příze</u> d také pojmy **rozšíření** α a **stlačení** β nitě

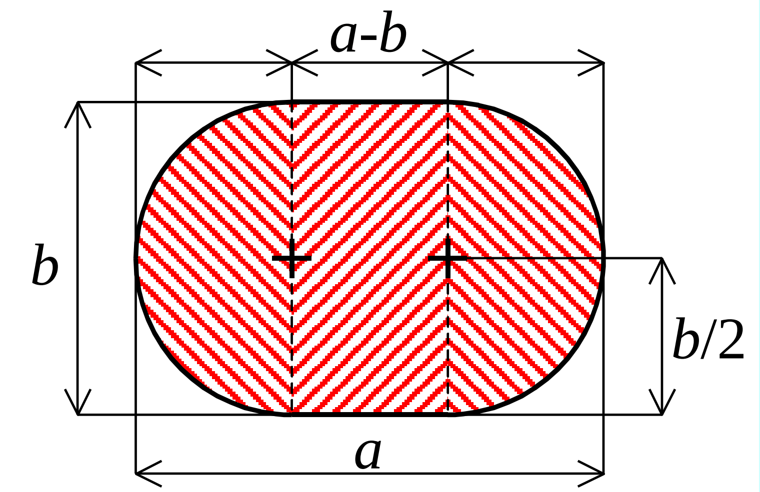
$$\boxed{\alpha = a/d} \qquad \boxed{\beta = b/d}$$

Protože mechanický výpočet skutečného tvaru průřezu nitě je mimořádně obtížný, většina modelů užívá apriorní tvary průřezů. Bývají to nejčastěji „čočka“, elipsa a „atletická dráha“ (Kemp)



Kempovy průřezy „atletické dráhy"

Kempův průřez nitě je tvořen dvěma půlkruhy o poloměru $b/2$ a obdélníkem o rozměrech b a $(a\text{-}b)$.



Plocha průřezu… A

$$A=\pi\Big(\overset{\text{poloměr}}{b/2}\Big)^2+b(a-b)=$$

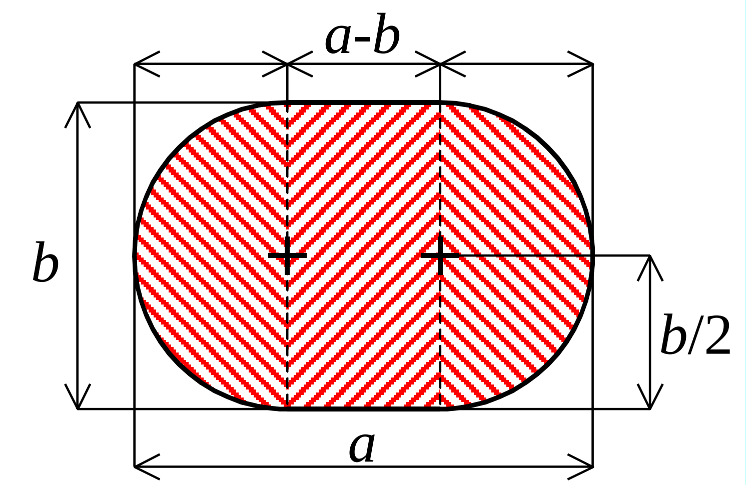
$$=\frac{\pi}{4}b^2+ba-b^2=ba-b^2(1-\pi/4)=d^2\left[\underbrace{\left(\frac{b}{d}\right)}_{=\beta}\underbrace{\left(\frac{a}{d}\right)}_{=\alpha}-\underbrace{\left(\frac{b}{d}\right)^2}_{=\beta^2}(1-\pi/4)\right],$$

$$\boxed{A=d^2\left[\beta\alpha-\beta^2(1-\pi/4)\right]}$$

Obvod… P

$$P = 2\pi\, \overset{\text{poloměr}}{b/2} + 2(a-b) = \pi b + 2a - 2b = d\left[\overset{=\beta}{\left(\frac{b}{d}\right)}(\pi-2) + 2\overset{=\alpha}{\left(\frac{a}{d}\right)}\right],$$

$$\boxed{P = d\left[\beta(\pi-2)+2\alpha\right]}$$



1. HRANIČNÍ HYPOTÉZA:

Předpoklad: <u>Plocha průřezu výchozí nitě se zploštěním ve tkanině nezmění.</u>

Plocha průřezu výchozí („volné") nitě je $\pi d^2/4$, takže platí

$$\pi d^2/4 = \overset{=d^2\left[\beta\alpha-\beta^2(1-\pi/4)\right]}{A}, \quad \pi d^2/4 = d^2\left[\beta\alpha-\beta^2(1-\pi/4)\right],$$

$$\pi/4 = \beta\alpha - \beta^2(1-\pi/4), \quad \boxed{(1-\pi/4)\beta^2 - \alpha\beta + \pi/4 = 0,}$$ …kvadratická rov.

TKANINY 3

$$\underbrace{(1-\pi/4)}^{"a"}\beta^2 \overbrace{-\alpha}^{"b"}\beta + \overbrace{\pi/4}^{"c"} = 0,$$

Diskriminant: $\alpha^2 - 4(1-\pi/4)\pi/4 = \alpha^2 - (1-\pi/4)\pi \;\; > 1$

$$\beta = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - (1-\pi/4)\pi}}{2(1-\pi/4)} = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 1 + \overbrace{1 - \pi + (\pi/2)^2}^{=(\pi/2-1)^2}}}{2-\pi/2} =$$

$$= \frac{\alpha \pm \sqrt{(\alpha^2-1) + (\pi/2-1)^2}}{2-\pi/2}$$. Fyzikální smysl má znaménko „-“

takže platí

$$\boxed{\beta = \frac{\alpha - \sqrt{(\alpha^2-1) + (\pi/2-1)^2}}{2-\pi/2}}$$

2. HRANIČNÍ HYPOTÉZA:

Předpoklad: <u>Obvod průřezu výchozí nitě se zploštěním ve tkanině nezmění.</u>

Obvod průřezu výchozí („volné“) nitě je πd, takže platí

$$\pi d = \overset{=d\left[\beta(\pi-2)+2\alpha\right]}{P}, \quad \pi d = d\left[\beta(\pi-2)+2\alpha\right], \quad \pi = \beta(\pi-2)+2\alpha,$$

$$\beta(\pi-2) = \pi - 2\alpha, \qquad \boxed{\beta = \frac{\pi-2\alpha}{\pi-2}}$$

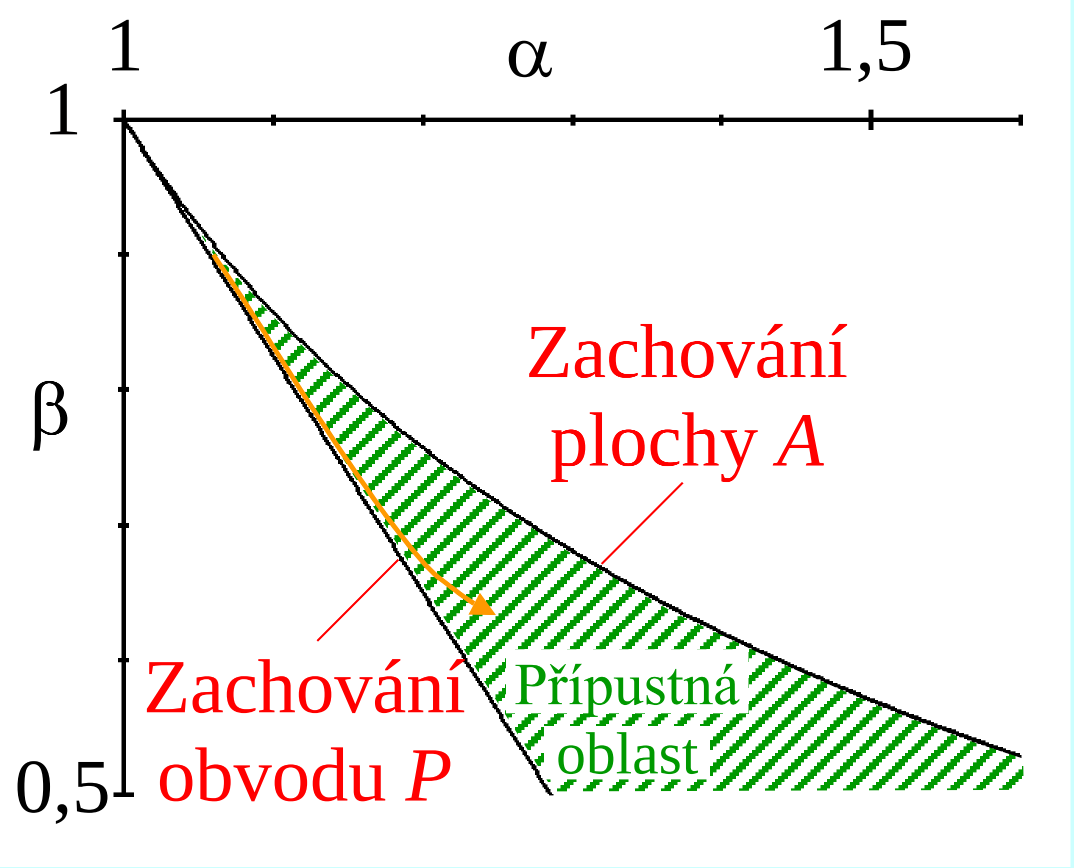
3. SKUTEČNÉ RELACE MEZI α A β

Kdyby povrchová vlákna tvořila jakési „obruče“, zůstal by obvod zachován. Ve skutečnosti se tyto „obruče“ působením sil trochu „roztáhnou“ – <u>obvod se zvětší</u>. Deformací průřezu se vlákna trochu více přitlačí – <u>zaplnění se zvětší</u>.

$\Rightarrow$ Realita leží <u>mezi zavedenými hraničními hypotézami</u>.

TKANINY 3

Nalezené křivky ilustruje graf:



Poznámky:

1) V okolí bodu $\alpha = \beta = 1$ mají křivky <u>stejný sklon</u>.
2) <u>Empiricky je pozorováno</u>, že při méně deformovaných nitech odpovídá relace hodnot α, β spíše hypotéze zachování obvodu, při větších deformacích se od tohoto předpokladu více či méně odklání - viz oranžová šipka v grafu. (Jiné relace však vykazuje nezakroucené hedvábí.)

TKANINY 3

3) <u>Výpočet geometrických parametrů tkaniny</u> je podobný, jako u Peirceova modelu, jak naznačuje schéma. Nutno ovšem znát hodnoty α, β pro osnovu i útek. (Místo d_o, d_u se užije b_o, b_u.)