# Mechanika I - Statika

doc. Ing. David Cirkl, Ph.D.
katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

david.cirkl@tul.cz

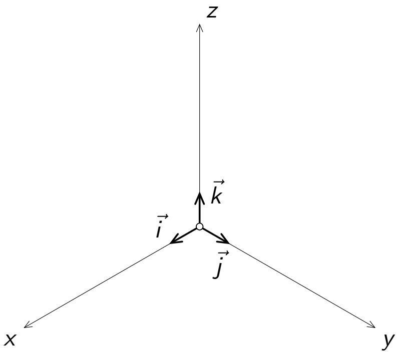
TKMOST

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
www.tul.cz

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Definice síly v prostoru

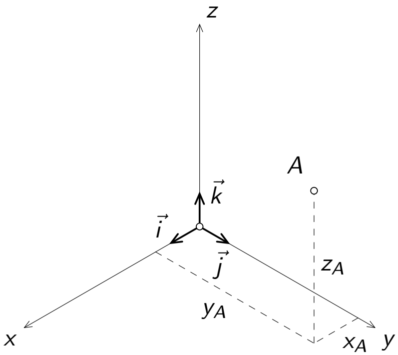
Parametry:



# Definice síly v prostoru

Parametry:

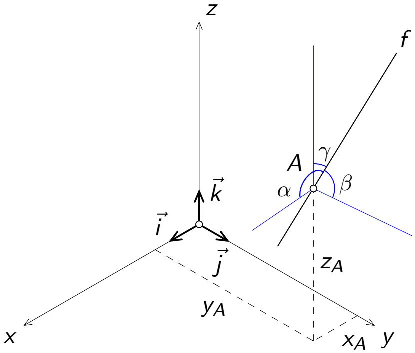
- bod nositelky $A[x_A, y_A, z_A]$



# Definice síly v prostoru

Parametry:

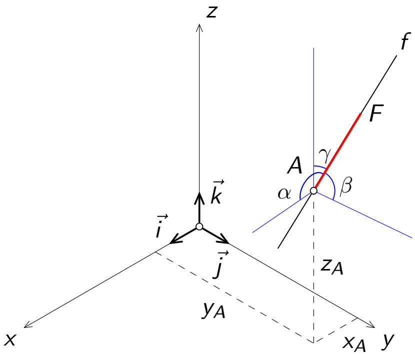
- bod nositelky $A[x_A, y_A, z_A]$
- nositelka $f(\alpha, \beta, \gamma)$



# Definice síly v prostoru

Parametry:

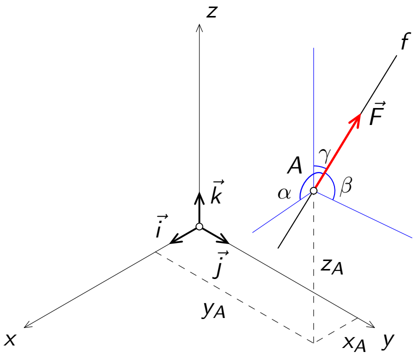
- bod nositelky $A[x_A, y_A, z_A]$
- nositelka $f(\alpha, \beta, \gamma)$
- velikost síly $F$



# Definice síly v prostoru

Parametry:

- bod nositelky $A[x_A, y_A, z_A]$
- nositelka $f(\alpha, \beta, \gamma)$
- velikost síly $F$
- smysl síly

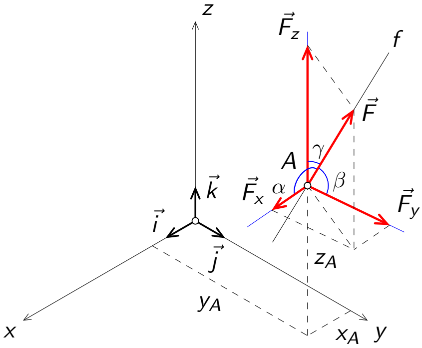


# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.

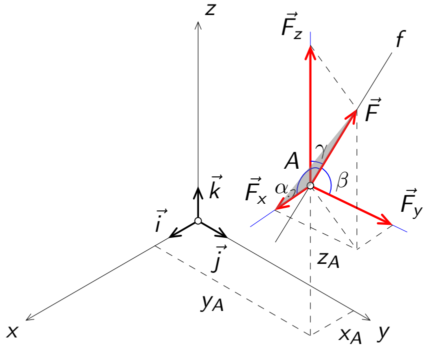


# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.



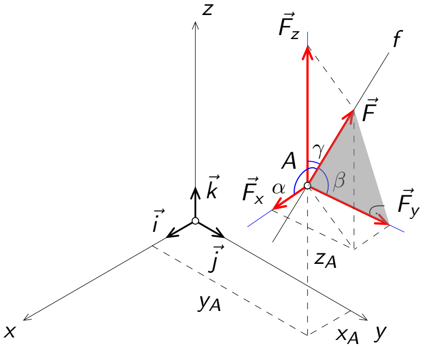

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI www.tul.cz
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$
$$F_y = F \cdot \cos \beta$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.

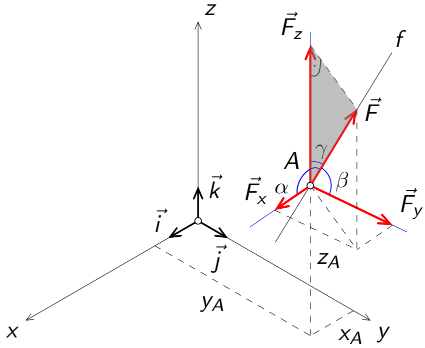


# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$
$$F_y = F \cdot \cos\beta$$
$$F_z = F \cdot \cos\gamma$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.



# Rozklad síly do složek

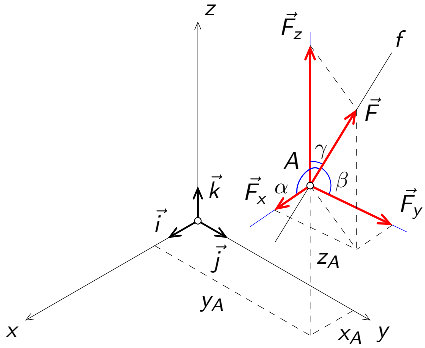
Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$
$$F_y = F \cdot \cos\beta$$
$$F_z = F \cdot \cos\gamma$$

Složky jako vektory:

$$\vec{F}_x = F_x \cdot \vec{i}$$
$$\vec{F}_y = F_y \cdot \vec{j}$$
$$\vec{F}_z = F_z \cdot \vec{k}$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.



# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$
$$F_y = F \cdot \cos\beta$$
$$F_z = F \cdot \cos\gamma$$

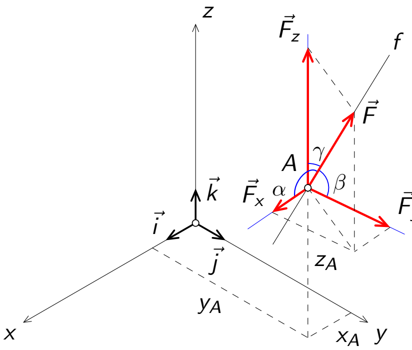
Složky jako vektory:

$$\vec{F}_x = F_x \cdot \vec{i}$$
$$\vec{F}_y = F_y \cdot \vec{j}$$
$$\vec{F}_z = F_z \cdot \vec{k}$$

Síla jako vektor:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.



# Rozklad síly do složek

Skalární hodnoty složek:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$
$$F_y = F \cdot \cos\beta$$
$$F_z = F \cdot \cos\gamma$$

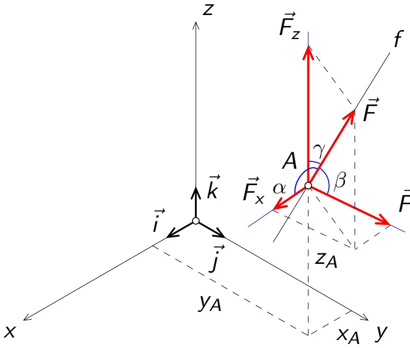
Složky jako vektory:

$$\vec{F}_x = F_x \cdot \vec{i}$$
$$\vec{F}_y = F_y \cdot \vec{j}$$
$$\vec{F}_z = F_z \cdot \vec{k}$$

Síla jako vektor:
$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

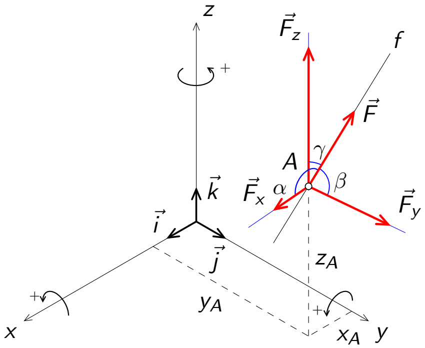
Velikost síly:
$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Složky síly jsou dány jejími kolmými průměty do os souřadnicového systému.



# Moment síly k počátku souřadnicového systému

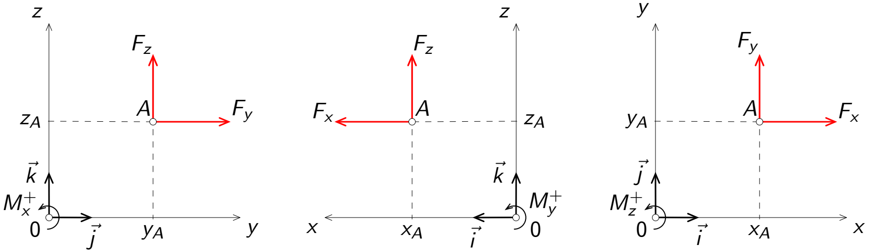
Složky momentu určené k jednotlivým osám




$$M_x = F_z \cdot y_A - F_y \cdot z_A \qquad M_y = F_x \cdot z_A - F_z \cdot x_A \qquad M_z = F_y \cdot x_A - F_x \cdot y_A$$

# Moment síly k počátku souřadnicového systému

Složky momentu určené k jednotlivým osám




$$M_x = F_z \cdot y_A - F_y \cdot z_A \qquad M_y = F_x \cdot z_A - F_z \cdot x_A \qquad M_z = F_y \cdot x_A - F_x \cdot y_A$$

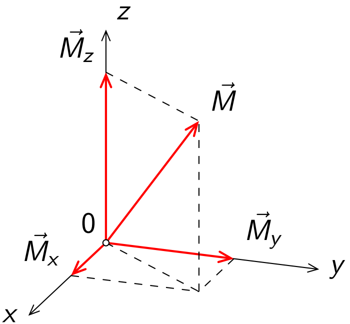
# Moment síly k počátku souřadnicového systému

Složky ve formě vektorů napíšeme ve tvaru:

$$\vec{M}_x = M_x \vec{i} \quad ; \; \vec{M}_y = M_y \vec{j} \quad ; \; \vec{M}_z = M_z \vec{k}.$$

Celkový moment síly je dán součtem jeho složek:

$$\vec{M} = \vec{M}_x + \vec{M}_y + \vec{M}_z = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$



# Moment síly k počátku souřadnicového systému

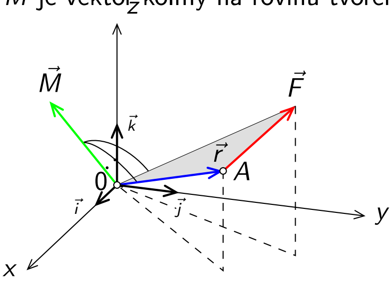
Pro výpočet momentu síly v prostoru lze použít vztah $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

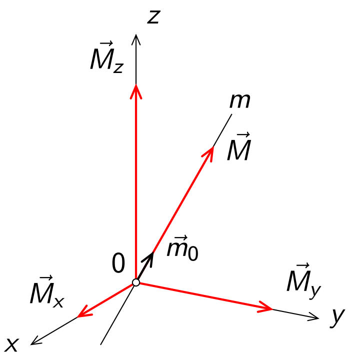
$$= \vec{i}(y_A F_z - z_A F_y) - \vec{j}(x_A F_z - z_A F_y) + \vec{k}(x_A F_y - y_A F_x) =$$

$$= M_x \vec{i} - (-M_y)\vec{j} + M_z \vec{k} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

Výsledný moment $\vec{M}$ je vektor kolmý na rovinu tvořenou vektory $\vec{r}$ a $\vec{F}$.



# Moment síly




Složky momentu $\vec{M}_x$, $\vec{M}_y$, $\vec{M}_z$ jsou kolmými průměty momentu $\vec{M}$ do směrů os $x$,$y$,$z$. Moment síly lze také zapsat rovnicí:

$$\vec{M} = M \cdot \vec{m}_0$$

$\vec{M}$ . . . vektor momentu
$\vec{m}_0$ . . . jednotkový vektor momentu

Velikost momentu $M$ je :

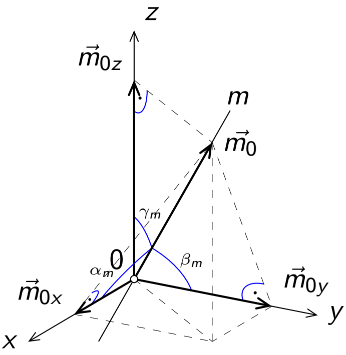
$$\left|\vec{M}\right| = M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Platí tedy:

$$\vec{M} = M_x\vec{i} + M_y\vec{j} + M_z\vec{k} = M \cdot \vec{m}_0$$

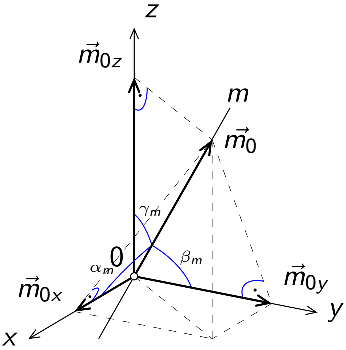
# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.



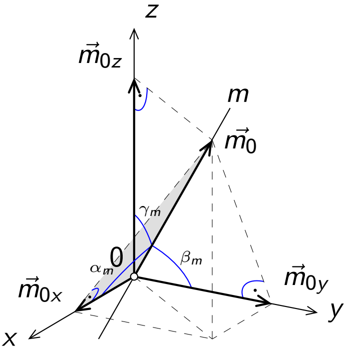
# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.



# Jednotkový vektor momentu

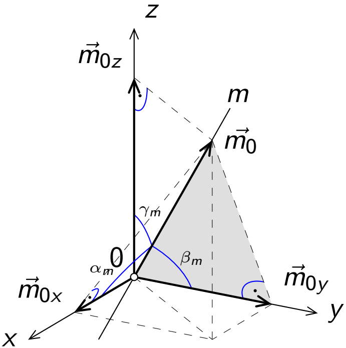
Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.




$$m_{0x} = m_0 \cdot \cos\alpha_m = \cos\alpha_m$$

# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.



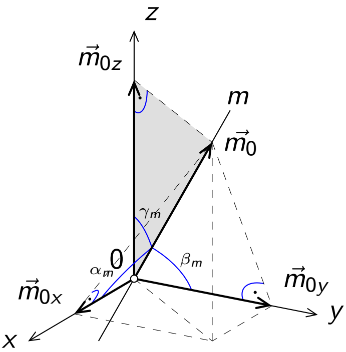

$$m_{0x} = m_0 \cdot \cos\alpha_m = \cos\alpha_m$$

$$m_{0y} = m_0 \cdot \cos\beta_m = \cos\beta_m$$


evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI www.tul.cz
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.



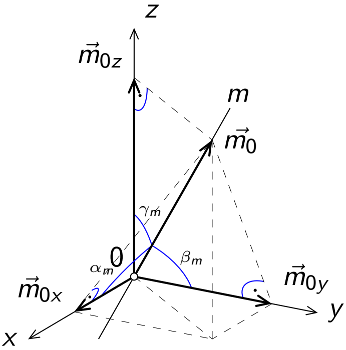

$$m_{0x} = m_0 \cdot \cos\alpha_m = \cos\alpha_m$$

$$m_{0y} = m_0 \cdot \cos\beta_m = \cos\beta_m$$

$$m_{0z} = m_0 \cdot \cos\gamma_m = \cos\gamma_m$$

# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x, y, z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.




$$m_{0x} = m_0 \cdot \cos\alpha_m = \cos\alpha_m$$

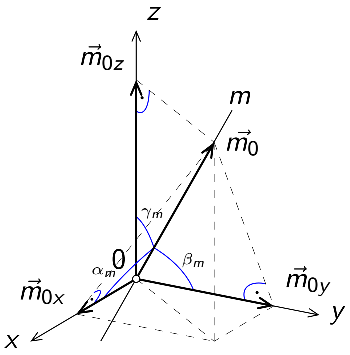
$$m_{0y} = m_0 \cdot \cos\beta_m = \cos\beta_m$$

$$m_{0z} = m_0 \cdot \cos\gamma_m = \cos\gamma_m$$

$$\vec{m}_0 = m_{0x}\vec{i} + m_{0y}\vec{j} + m_{0z}\vec{k}$$

# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru jsou dány průměty do os $x$,$y$,$z$.
Pro velikost jednotkového vektoru platí: $|\vec{m}_0| = m_0 = 1$.




$$m_{0x} = m_0 \cdot \cos\alpha_m = \cos\alpha_m$$

$$m_{0y} = m_0 \cdot \cos\beta_m = \cos\beta_m$$

$$m_{0z} = m_0 \cdot \cos\gamma_m = \cos\gamma_m$$

$$\vec{m}_0 = m_{0x}\vec{i} + m_{0y}\vec{j} + m_{0z}\vec{k}$$

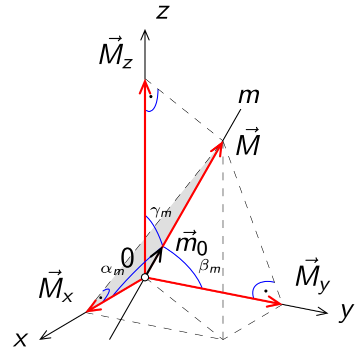
Tedy platí: $$|\vec{m}_0| = \sqrt{\cos^2\alpha_m + \cos^2\beta_m + \cos^2\gamma_m} = 1.$$

# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru momentu $\vec{m}_0$ jsou tedy cosiny směrových úhlů jeho nositelky $m$.

$$\vec{m}_0 = (m_{0x}, m_{0y}, m_{0z}) = (\cos\alpha_m, \cos\beta_m, \cos\gamma_m)$$

$$\text{Platí :} \quad \cos\alpha_m = \frac{M_x}{M},$$

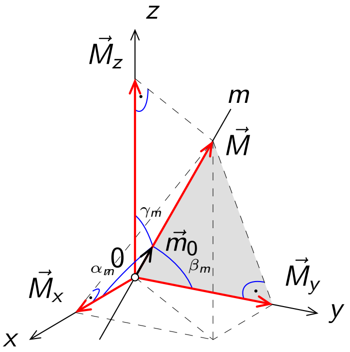


# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru momentu $\vec{m}_0$ jsou tedy cosiny směrových úhlů jeho nositelky $m$.

$$\vec{m}_0 = (m_{0x}, m_{0y}, m_{0z}) = (\cos\alpha_m, \cos\beta_m, \cos\gamma_m)$$

$$\text{Platí}: \quad \cos\alpha_m = \frac{M_x}{M}, \quad \cos\beta_m = \frac{M_y}{M},$$

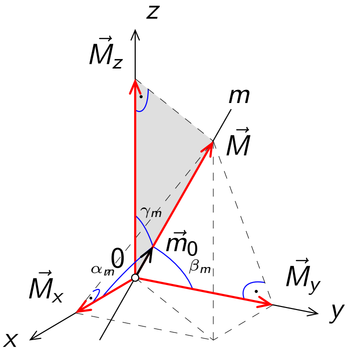


# Jednotkový vektor momentu

Složky jednotkového vektoru momentu $\vec{m}_0$ jsou tedy cosiny směrových úhlů jeho nositelky $m$.

$$\vec{m}_0 = (m_{0x}, m_{0y}, m_{0z}) = (\cos\alpha_m, \cos\beta_m, \cos\gamma_m)$$

$$\text{Platí}: \quad \cos\alpha_m = \frac{M_x}{M}, \quad \cos\beta_m = \frac{M_y}{M}, \quad \cos\gamma_m = \frac{M_z}{M}$$



# Jednotkový vektor momentu

Tedy platí:

$$|\vec{m}_0| = \sqrt{\cos^2\alpha_m + \cos^2\beta_m + \cos^2\gamma_m} =$$
$$= \frac{1}{M}\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \frac{1}{M}\sqrt{M^2} = 1$$