

Matice

Martina Šimůnková

Katedra aplikované matematiky

9. března 2008

1 Základní pojmy

- Matice, řád matice, prvky matice, řádky a sloupce matice
- Aritmetické vektory, rovnost matic
- Čtvercové matice, jednotková matice

2 Operace s maticemi

3 Vlastnosti operací

4 Inverzní matice

5 Hodnost matice

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice \mathbf{B} ?

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice \mathbf{B} ?

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – **řádkovým** a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – **řádkovým** a **sloupcovým**.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Maticí řádu $m \times n$ nazýváme obdélníkové schéma reálných čísel o m řádcích a n sloupcích.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Čísla v matici nazýváme **prvky matice**. **Řádky** matice číslujeme shora a **sloupce** zleva. Matice značíme obvykle velkými tučnými písmeny, jejich prvky příslušným malým písmenem s dvěma indexy – řádkovým a sloupcovým.

Kontrolní otázky:

Čemu je rovno b_{35} ? Čemu b_{53} ? Který je čtvrtý sloupec matice B ?

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 5 & -2 & 3 & -6 & 0 & 11 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$u = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. Dvě matice **A**, **B** se **rovnají**, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. Dvě matice \mathbf{A} , \mathbf{B} se **rovnají**, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. Dvě matice A , B se rovnají, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. Dvě matice A , B se rovnají, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. **Dvě matice \mathbf{A} , \mathbf{B} se rovnají**, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o jednom sloupci – tedy řádu $n \times 1$ nazýváme **aritmetickým vektorem** a obvykle označujeme malým tučným písmenem.

Například
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Složky aritmetického vektoru budeme indexovat jedním indexem – v příkladu je $u_1 = 3$, $u_2 = 4$, $u_3 = -2$. Budeme-li se na aritmetický vektor dívat jako na matici, pak dvěma indexy – $u_{11} = 3$, $u_{21} = 4$, $u_{31} = -2$. **Dvě matice \mathbf{A} , \mathbf{B} se rovnají**, pokud jsou stejného řádu a rovnají se všechny jejich odpovídající si prvky.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & 8 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

pouze pro $x = 6$, $y = -4$.

Matici o n řádcích a n sloupcích nazýváme **čtvercovou maticí řádu n** .

Prvky a_{ii} matice A , tj. prvky jejichž řádkový a sloupcový index je stejný, nazýváme **diagonálními prvky**. Všechny diagonální prvky tvoří **(hlavní) diagonálu** matice.

Čtvercovou matici řádu n , která má všechny diagonální prvky rovny jedné a ostatní nulové, nazýváme **jednotkovou maticí řádu n** .

Jednotkovou matici budeme značit písmenem E , budeme-li chtít vyznačit, že je řádu n , pak E_n . V literatuře se též používá písmeno I , případně I_n .

Například:

$$E_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matici o n řádcích a n sloupcích nazýváme **čtvercovou maticí řádu n** .

Prvky a_{ii} matice \mathbf{A} , tj. prvky jejichž řádkový a sloupcový index je stejný, nazýváme **diagonálními prvky**. Všechny diagonální prvky tvoří **(hlavní) diagonálu** matice.

Čtvercovou matici řádu n , která má všechny diagonální prvky rovny jedné a ostatní nulové, nazýváme **jednotkovou maticí řádu n** .

Jednotkovou matici budeme značit písmenem \mathbf{E} , budeme-li chtít vyznačit, že je řádu n , pak \mathbf{E}_n . V literatuře se též používá písmeno \mathbf{I} , případně \mathbf{I}_n .

Například:

$$\mathbf{E}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matici o n řádcích a n sloupcích nazýváme **čtvercovou maticí řádu n** .

Prvky a_{ii} matice A , tj. prvky jejichž řádkový a sloupcový index je stejný, nazýváme **diagonálními prvky**. Všechny diagonální prvky tvoří **(hlavní) diagonálu** matice.

Čtvercovou matici řádu n , která má všechny diagonální prvky rovny jedné a ostatní nulové, nazýváme **jednotkovou maticí řádu n** .

Jednotkovou matici budeme značit písmenem E , budeme-li chtít vyznačit, že je řádu n , pak E_n . V literatuře se též používá písmeno I , případně I_n .

Například:

$$E_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matici o n řádcích a n sloupcích nazýváme **čtvercovou maticí řádu n** .

Prvky a_{ii} matice A , tj. prvky jejichž řádkový a sloupcový index je stejný, nazýváme **diagonálními prvky**. Všechny diagonální prvky tvoří (**hlavní**) **diagonálu** matice.

Čtvercovou matici řádu n , která má všechny diagonální prvky rovny jedné a ostatní nulové, nazýváme **jednotkovou maticí řádu n** .

Jednotkovou matici budeme značit písmenem E , budeme-li chtít vyznačit, že je řádu n , pak E_n . V literatuře se též používá písmeno I , případně I_n .

Například:

$$E_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- ① Základní pojmy
- ② Operace s maticemi
 - Sčítání matic, násobení matice číslem
 - Násobení matic
 - Mocnina matice s celočíselným nezáporným exponentem
 - Transponovaná matice, symetrická matice
- ③ Vlastnosti operací
- ④ Inverzní matice
- ⑤ Hodnota matice

Součtem dvou matic A , B stejného řádu $m \times n$ je matice C , která je též řádu $m \times n$ a jejíž prvky jsou $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 8 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix},$$

zatímco
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$
 není definováno.

(Číselný) násobek matice aA je definován po složkách pro libovolnou matici A a libovolné $a \in R$:

Například
$$4 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 20 & 16 \\ -12 & -24 \end{pmatrix}.$$

Součtem dvou matic A , B stejného řádu $m \times n$ je matice C , která je též řádu $m \times n$ a jejíž prvky jsou $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 8 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix},$$

zatímco
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$
 není definováno.

(Číselný) násobek matice aA je definován po složkách pro libovolnou matici A a libovolné $a \in R$:

Například
$$4 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 20 & 16 \\ -12 & -24 \end{pmatrix}.$$

Součtem dvou matic A , B stejného řádu $m \times n$ je matice C , která je též řádu $m \times n$ a jejíž prvky jsou $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 8 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix},$$

zatímco
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$
 není definováno.

(Číselný) násobek matice aA je definován po složkách pro libovolnou matici A a libovolné $a \in R$:

Například
$$4 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 20 & 16 \\ -12 & -24 \end{pmatrix}.$$

Součtem dvou matic A , B stejného řádu $m \times n$ je matice C , která je též řádu $m \times n$ a jejíž prvky jsou $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 8 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix},$$

zatímco
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$
 není definováno.

(Číselný) násobek matice $a\mathbf{A}$ je definován po složkách pro libovolnou matici \mathbf{A} a libovolné $a \in R$:

Například
$$4 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 20 & 16 \\ -12 & -24 \end{pmatrix}.$$

Součtem dvou matic A , B stejného řádu $m \times n$ je matice C , která je též řádu $m \times n$ a jejíž prvky jsou $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Například
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 8 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix},$$

zatímco
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$
 není definováno.

(Číselný) násobek matice $a\mathbf{A}$ je definován po složkách pro libovolnou matici \mathbf{A} a libovolné $a \in R$:

Například
$$4 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 20 & 16 \\ -12 & -24 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: A řádu $m \times n$ a B řádu $n \times p$ je definován součin AB jako matice C řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím A , B přiřadí jejich součin nazýváme násobením matic. Prvek v 1. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$S = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován součin \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme násobením matic. Prvek v 1. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v 1. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v 1. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v 1. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v **1. řádku** a **1. sloupci** součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v **1. řádku** a **1. sloupci** součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v **1. řádku** a **1. sloupci** součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 19$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek v 1. řádku a 2. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $1 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 4$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve **2.** řádku a **1.** sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $-5 \cdot 5 + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = -11$. Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve 2. řádku a 2. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $-5 \cdot (-3) + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 29$. Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve 3. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $0 \cdot 5 + 2 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -14$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve 3. řádku a 2. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $0 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 0$.

Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve 4. řádku a 1. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $-1 \cdot 5 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 4 = -19$. Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pro dvě matice: \mathbf{A} řádu $m \times n$ a \mathbf{B} řádu $n \times p$ je definován **součin** \mathbf{AB} jako matice \mathbf{C} řádu $m \times p$ o prvcích

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

Operaci, která maticím \mathbf{A} , \mathbf{B} přiřadí jejich součin nazýváme **násobením matic**. Prvek ve 4. řádku a 2. sloupci součinu

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

je roven $-1 \cdot (-3) - 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = -4$. Výsledný součin je

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \\ -19 & -4 \end{pmatrix}.$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$
- \vdots
- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} =$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$
- \vdots
- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^1 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$
- \vdots
- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$

⋮

- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 36 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$
- \vdots
- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^n =$$

Pomocí operace násobení matic definujeme **mocniny čtvercové matice A s nezáporným celočíselným exponentem n** stejně jako pro reálná čísla:

- pro $n = 1$ je $A^1 = A$
- pro $n = 2$ je $A^2 = A \cdot A$
- pro $n = 3$ je $A^3 = A^2 \cdot A$
- \vdots
- pro obecné $n > 1$ je A^n rovno $A^{n-1} \cdot A$
- pro $n = 0$ je A^0 rovno jednotkové matici stejného řádu jako A .

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Maticí transponovanou k matici A řádu $n \times p$ nazýváme matici B řádu $p \times n$, o prvcích $b_{ij} = a_{ji}$. Transponovanou matici obvykle značíme horním indexem T . Například

$$\begin{pmatrix} 19 & -11 & -14 \\ 4 & 29 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \end{pmatrix}.$$

Z důvodů úspory místa se někdy píší sloupcové vektory jako

transponované matice k řádkovým vektorům, místo $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ napíšeme $a = (4 \ 5 \ -2)^T$ případně $a = (4, 5, -2)^T$.

Matici A , která se rovná svojí transponované matici (tedy $A = A^T$), nazýváme **symetrickou maticí**. Rozmyslete si, že matice

$\begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 - x & y \end{pmatrix}$ je symetrická pro $x = 2$ a pro libovolné y .

Maticí transponovanou k matici A řádu $n \times p$ nazýváme matici B řádu $p \times n$, o prvcích $b_{ij} = a_{ji}$. Transponovanou matici obvykle značíme horním indexem T . Například

$$\begin{pmatrix} 19 & -11 & -14 \\ 4 & 29 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \end{pmatrix}.$$

Z důvodů úspory místa se někdy píší sloupcové vektory jako

transponované matice k řádkovým vektorům, místo $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ napíšeme $a = (4 \ 5 \ -2)^T$ případně $a = (4, 5, -2)^T$.

Matici A , která se rovná svojí transponované matici (tedy $A = A^T$), nazýváme **symetrickou maticí**. Rozmyslete si, že matice

$\begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 - x & y \end{pmatrix}$ je symetrická pro $x = 2$ a pro libovolné y .

Maticí transponovanou k matici A řádu $n \times p$ nazýváme matici B řádu $p \times n$, o prvcích $b_{ij} = a_{ji}$. Transponovanou matici obvykle značíme horním indexem T . Například

$$\begin{pmatrix} 19 & -11 & -14 \\ 4 & 29 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \end{pmatrix}.$$

Z důvodů úspory místa se někdy píší sloupcové vektory jako

transponované matice k řádkovým vektorům, místo $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ napíšeme $\mathbf{a} = (4 \ 5 \ -2)^T$ případně $\mathbf{a} = (4, 5, -2)^T$.

Matici A , která se rovná svojí transponované matici (tedy $A = A^T$), nazýváme **symetrickou maticí**. Rozmyslete si, že matice

$\begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 - x & y \end{pmatrix}$ je symetrická pro $x = 2$ a pro libovolné y .

Maticí transponovanou k matici A řádu $n \times p$ nazýváme matici B řádu $p \times n$, o prvcích $b_{ij} = a_{ji}$. Transponovanou matici obvykle značíme horním indexem T . Například

$$\begin{pmatrix} 19 & -11 & -14 \\ 4 & 29 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \end{pmatrix}.$$

Z důvodů úspory místa se někdy píší sloupcové vektory jako

transponované matice k řádkovým vektorům, místo $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ napíšeme $a = (4 \ 5 \ -2)^T$ případně $a = (4, 5, -2)^T$.

Matici A , která se rovná svojí transponované matici (tedy $A = A^T$), nazýváme **symetrickou maticí**. Rozmyslete si, že matice

$$\begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 - x & y \end{pmatrix} \text{ je symetrická pro } x = 2 \text{ a pro libovolné } y.$$

Maticí transponovanou k matici \mathbf{A} řádu $n \times p$ nazýváme matici \mathbf{B} řádu $p \times n$, o prvcích $b_{ij} = a_{ji}$. Transponovanou matici obvykle značíme horním indexem T . Například

$$\begin{pmatrix} 19 & -11 & -14 \\ 4 & 29 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ -11 & 29 \\ -14 & 0 \end{pmatrix}.$$

Z důvodů úspory místa se někdy píší sloupcové vektory jako

transponované matice k řádkovým vektorům, místo $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ napíšeme $\mathbf{a} = (4 \ 5 \ -2)^T$ případně $\mathbf{a} = (4, 5, -2)^T$.

Matici \mathbf{A} , která se rovná svojí transponované matici (tedy $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$), nazýváme **symetrickou maticí**. Rozmyslete si, že matice

$\begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 - x & y \end{pmatrix}$ je symetrická pro $x = 2$ a pro libovolné y .

- 1 Základní pojmy
- 2 Operace s maticemi
- 3 Vlastnosti operací**
- 4 Inverzní matice
- 5 Hodnost matice

S maticemi můžete při **sčítání**, násobení a umocňování **matic** a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a **umocňování matic** a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a **násobení matice číslem** zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: **násobení matic není komutativní**, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Pro transpozici platí

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

S maticemi můžete při sčítání, násobení a umocňování matic a násobení matice číslem zacházet stejně jako by to byla čísla - operace mají stejné vlastnosti, ovšem s jednou výjimkou: násobení matic není komutativní, tj. obecně se nemusí rovnat součiny AB , BA .

Jednotková matice má přitom stejnou vlastnost jako jednička při násobení: Je-li A čtvercová matice stejného řádu jako jednotková matice E , platí:

$$AE = A, \quad EA = A$$

Příklady: (není vidět hned, vezměte papír a tužku a upravte)

$$\begin{aligned} (A + 3E)(-2A + E) &= -2A^2 - 5A + 3E \\ (-4A + B)(3A - 3B) + (2A - B)(A + B) \\ &= 10A^2 + 14AB + 2BA - 4B^2 \end{aligned}$$

Všimněte si pořadí matic v součinu.

$$(A + B)^T = A^T + B^T, (\alpha A)^T = \alpha A^T, (AB)^T = B^T A^T, (A^T)^T = A.$$

- 1 Základní pojmy
- 2 Operace s maticemi
- 3 Vlastnosti operací
- 4 Inverzní matice**
 - Regulární a inverzní matice - definice pojmů
 - Výpočet inverzní matice Gaussovou eliminační metodou
- 5 Hodnost matice

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici A nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice B , pro kterou platí: $AB = BA = E$. Matici B budeme nazývat **inverzní maticí** k matici A a budeme ji značit A^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Matici \mathbf{A} nazveme **regulární maticí**, pokud k ní existuje matice \mathbf{B} , pro kterou platí: $\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{E}$. Matici \mathbf{B} budeme nazývat **inverzní maticí** k matici \mathbf{A} a budeme ji značit \mathbf{A}^{-1} .

Platí:

- Každá regulární matice je čtvercovou maticí.
- Regulární matice má lineárně nezávislé řádky. (Pojem lineární nezávislosti je vysvětlen v prezentaci o aritmetických vektorech.)
- Regulární matice má lineárně nezávislé sloupce.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé řádky, je regulární.
- Čtvercová matice, která má lineárně nezávislé sloupce, je regulární.

Součin dvou regulárních matic stejného řádu je opět regulární matice a platí $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$. Matice transponovaná k regulární matici je opět regulární matice a platí $(\mathbf{A}^T)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^T$.

Výpočet inverzní matice Gaussovou eliminační metodou

Tento slajd bude vytvořen později. Zatím najdete Gaussovou eliminační metodu vyloženu v článku 1.10 textu [1] na webu.

- 1 Základní pojmy
- 2 Operace s maticemi
- 3 Vlastnosti operací
- 4 Inverzní matice
- 5 Hodnost matice**
 - Definice hodnosti matice, příklad
 - Elementární řádkové a sloupcové úpravy matice
 - Výpočet hodnosti pomocí řádkových úprav - příklad

Pro libovolnou matici je maximální počet lineárně nezávislých řádků totožný s maximálním počtem lineárně nezávislých sloupců. Například

v matici $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ jsou 2. až 4. sloupec násobkem

prvního a totéž platí pro 2. řádek. Číslo, které udává maximální počet lineárně nezávislých řádků matice A , budeme nazývat **hodností matice A** a budeme jej označovat $h(A)$. Pro výše uvedenou matici je $h(B) = 1$.

Příklad: Ukažte, že řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

jsou lineárně nezávislé a určete její hodnost.

Pro libovolnou matici je maximální počet lineárně nezávislých řádků totožný s maximálním počtem lineárně nezávislých sloupců. Například

v matici $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ jsou 2. až 4. sloupec násobkem

prvního a totéž platí pro 2. řádek. Číslo, které udává maximální počet

lineárně nezávislých řádků matice A , budeme nazývat **hodností**

matice A a budeme jej označovat $h(A)$. Pro výše uvedenou matici je

$h(B) = 1$.

Příklad: Ukažte, že řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

jsou lineárně nezávislé a určete její hodnost.

Pro libovolnou matici je maximální počet lineárně nezávislých řádků totožný s maximálním počtem lineárně nezávislých sloupců. Například

v matici $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ jsou 2. až 4. sloupec násobkem

prvního a totéž platí pro 2. řádek. Číslo, které udává maximální počet

lineárně nezávislých řádků matice A , budeme nazývat **hodností**

matice A a budeme jej označovat $h(A)$. Pro výše uvedenou matici je

$h(B) = 1$.

Příklad: Ukažte, že řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

jsou lineárně nezávislé a určete její hodnost.

Pro libovolnou matici je maximální počet lineárně nezávislých řádků totožný s maximálním počtem lineárně nezávislých sloupců. Například

v matici $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ jsou 2. až 4. sloupec násobkem

prvního a totéž platí pro 2. řádek. Číslo, které udává maximální počet

lineárně nezávislých řádků matice A , budeme nazývat **hodností**

matice A a budeme jej označovat $h(A)$. Pro výše uvedenou matici je

$h(B) = 1$.

Příklad: Ukažte, že řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

jsou lineárně nezávislé a určete její hodnost.

Pro libovolnou matici je maximální počet lineárně nezávislých řádků totožný s maximálním počtem lineárně nezávislých sloupců. Například v matici $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ jsou 2. až 4. sloupec násobkem prvního a totéž platí pro 2. řádek. Číslo, které udává maximální počet lineárně nezávislých řádků matice A , budeme nazývat **hodností matice A** a budeme jej označovat $h(A)$. Pro výše uvedenou matici je $h(B) = 1$.

Příklad: Ukažte, že řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

jsou lineárně nezávislé a určete její hodnost.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice \mathbf{A} jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(\mathbf{A}) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice \mathbf{A} z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice \mathbf{A} jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(\mathbf{A}) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice \mathbf{A} z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice \mathbf{A} jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(\mathbf{A}) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice \mathbf{A} z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice A jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(A) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice A z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice A jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(A) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice A z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice \mathbf{A} jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(\mathbf{A}) = 4$.

Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice \mathbf{A} z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Řešení příkladu: napíšeme lineární kombinaci řádků matice, porovnáme s nulovým vektorem

$$\alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a vypočteme hodnoty koeficientů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ze soustavy $2\alpha = 0$, $-3\alpha = 0$, $4\alpha - 4\beta = 0$, $3\beta + 2\gamma = 0$, $7\alpha + 5\beta + \gamma + 5\delta = 0$, u které snadno nahlédneme, že má jediné řešení: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Řádky matice \mathbf{A} jsou tedy lineárně nezávislé a její hodnost je $h(\mathbf{A}) = 4$. Všimněte si, že lineární nezávislost řádků matice \mathbf{A} z příkladu je důsledkem toho, že, počínaje druhým, začíná každý řádek více nulami než předchozí - takovou matici budeme nazývat schodovitou maticí.

Elementární řádkové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou řádků.
- 2 Vynásobení nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární řádkové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou řádků.
- 2 Vynásobení řádku nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární řádkové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou řádků.
- 2 Vynásobení řádku nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného řádku k řádku.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení řádku nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného řádku k řádku.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného řádku k řádku.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného sloupce k sloupci.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného sloupce k sloupci.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného sloupce k sloupci.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného sloupce k sloupci.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Elementární sloupcové úpravy matice:

- 1 Výměna dvou sloupců.
- 2 Vynásobení sloupce nenulovým číslem.
- 3 Přičtení násobku jiného sloupce k sloupci.

Při těchto úpravách se nemění hodnost matice. Na dalším slajdu vypočteme pomocí elementárních úprav hodnost matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}.$$

Upravíme elementárními úpravami zadanou matici na schodovitou matici a pak určíme hodnost úpravami vzniklé schodovité matice - ta je rovna hodnosti původní matice.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix}$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\left(\begin{array}{cccccc} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{array} \right) 2[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -6 & 8 & 4 & -4 & 6 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} \quad 2[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ -6 & 8 & 4 & -4 & 6 & 0 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} [2]-3[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} [2]-3[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 5 & -12 & -26 & -6 & 3 & 12 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} 2[3]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 10 & -24 & -52 & -12 & 6 & 24 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} 2[3]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 10 & -24 & -52 & -12 & 6 & 24 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} [3]+5[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} \quad [3]+5[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 4 & -16 & 28 & -8 & 7 & 4 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} \quad [4]+2[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} \quad [4]+2[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 6 & -8 & -80 & -4 & -1 & 20 \end{pmatrix} [5]+3[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} [5]+3[1]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} \quad [3]-[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} \quad [3]-[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 42 & -6 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} \quad [4]-2[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} [4]-2[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 4 & -59 & -1 & -1 & 11 \end{pmatrix} [5]+[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & -76 & -8 & 5 & 20 \end{pmatrix} [5]+[2]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & -76 & -8 & 5 & 20 \end{pmatrix} \begin{array}{l} [4] \\ [3] \end{array}$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & -8 & 5 & 20 \end{pmatrix} \begin{matrix} [4] \\ [3] \end{matrix}$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & -8 & 5 & 20 \end{pmatrix} [5]+[3]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [5]+[3]$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.

Plánované řádkové elementární úpravy budeme vyznačovat vpravo od příslušného řádku.

Prvními úpravami je vynásobení druhého řádku dvěma a odečtení trojnásobku prvního řádku od druhého řádku.

Podobně označíme i další úpravy ...

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -17 & -7 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 76 & 8 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Upravená matice má právě tři lineárně nezávislé řádky a proto je její hodnost rovna třem. Protože při elementárních úpravách se nemění hodnost matice, je i hodnost zadané matice $h(\mathbf{A})$ rovna třem.