



PR5 – FYZ1 23/24 FS

Dynamika 2

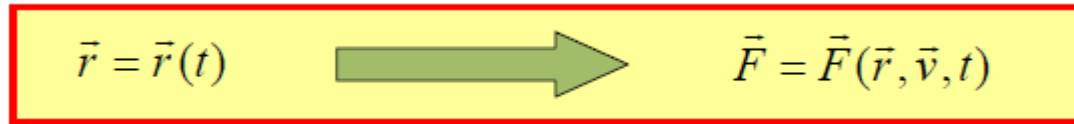
Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

stepan.kunc@tul.cz

Pohybová rovnice

Dva základní typy úloh pro mechaniku hmotného bodu s danou hmotností

A: známe matematický popis trajektorie tělesa (HB) – hledáme výslednici sil působící na těleso



B: známe matematický popis výslednici sil působící na těleso – hledáme matematický popis trajektorie tělesa (HB)



Pohybová rovnice

b) Zákon síly

Časová změna hybnosti tělesa je rovna výslednici vnějších sil, které na těleso působí.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

- pokud předpokládáme, že se **hmotnost v čase nemění**, tj. $m = konst.$

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

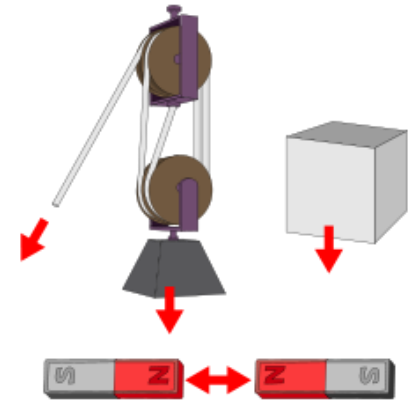
Pohybová diferenciální rovnice

- výsledná vnější síla \vec{F} v 2. Newtonově zákonu **může obecně záviset na poloze, rychlosti a času**

Počáteční podmínky

$$\vec{r}(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$$

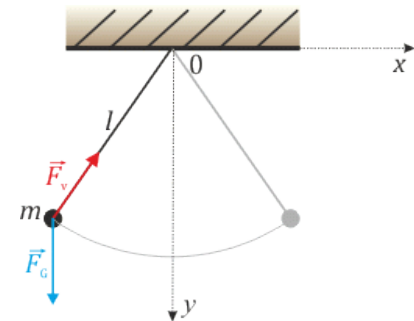
$$\vec{v}(t_0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$$



Vector Scalar Vector

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Force (N) mass (kg) acceleration (m/s²)



Pohybová rovnice A

Příklad: Harmonický pohyb a působící síla

Druhy sil

4 základní síly – gravitační síla, elektromagnetická síla, silná interakce, slabá interakce

Další síly – Mnoho různých silových působení – kontaktní vs působící na dálku

Types of Force



Friction Force



Gravity Force



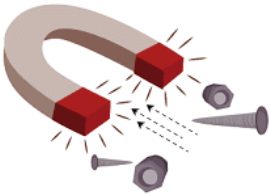
Applied Force



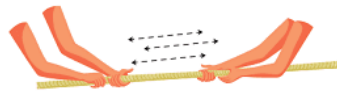
Drag Force



Spring Force



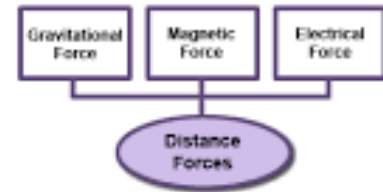
Magnetic Force



Tension Force



Buoyant Force



Pohybová rovnice B

Příklad: Pohyb na pružině

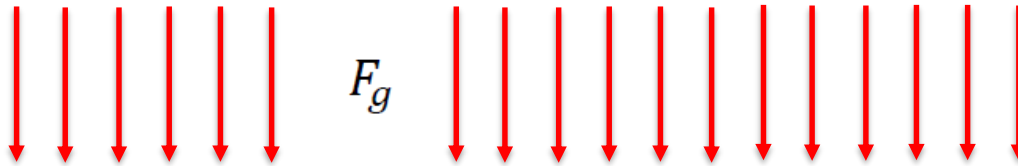
Gravitační síla Země



Gravity Force

Při povrchu země lze považovat za homogenní a izotropní (stejný směr i velikost)

Omezení – výška nad povrchem, uvažovaná vzdálenost na povrchu



$$F_g = mg = m \left(G \frac{M}{R^2} \right)$$

$$M = 5.976 \cdot 10^{24} kg, R = 6378 km$$

$$g = 9.81 ms^{-2}$$

Označovaná jako tíhová
nebo gravitační Země

Vodorovný, svislý, šikmý
vrh

Gravitační síla

**Příklad: Oběžná doba družice ve vzdálenosti r od Země
Nikoliv u povrchu země!!!**

Skutečná gravitační síla působí na družici i předměty na ní –
normálové zrychlení družici „zatačí“ pokružnici (elipse)

Řešení v inerciální soustavě.

Síly odporu prostředí

Pro malé rychlosti: $F \approx d\eta v$

Stokesova síla: $F = 6\pi r\eta v$

Dynamická viskozita $\eta [Pa \cdot s]$

Pro velké rychlosti: $F \approx \rho d^2 v^2$

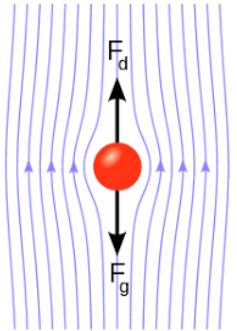
Konkrétně (empirický vzorec): $F \approx \frac{1}{2} C\rho S v^2$

Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09

Measured Drag Coefficients



Drag Force



Třecí síly

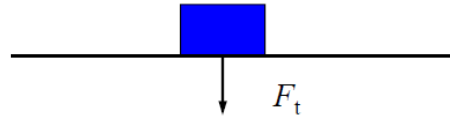
Působí vždy proti směru pohybu

Klidové

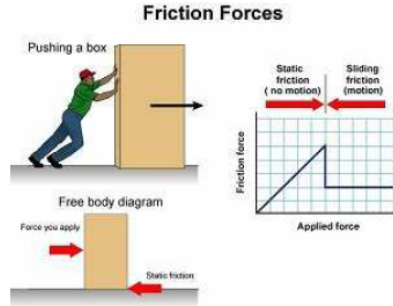
$$F_{t\check{r}} = f_0 F_t$$

Smykové

$$F_{t\check{r}} = f F_t$$



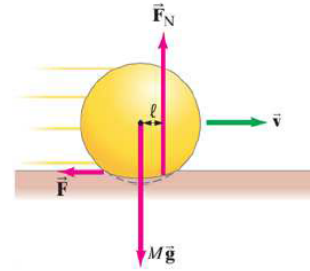
	Ocel na oceli	Dřevo na dřevu
f_0	0.15	0.50
f	0.09-0.03	0.34



Valivé tření

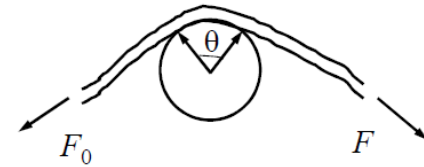
$$F_{t\check{r}} = \frac{l}{r} F_t$$

$$l = 0.01 - 40mm$$



Opásání

$$F = F_0 e^{n\theta}$$



Příklad: Nakloněná rovina, táhnutí sáněk,

Inerciální a neinerciální vztažné soustavy

Pohyb je vztažné soustavy je relativní, lze porovnat pouze dvě soustavy vůči sobě.

Inerciální - pohyb soustavy rovnoměrný přímočarý

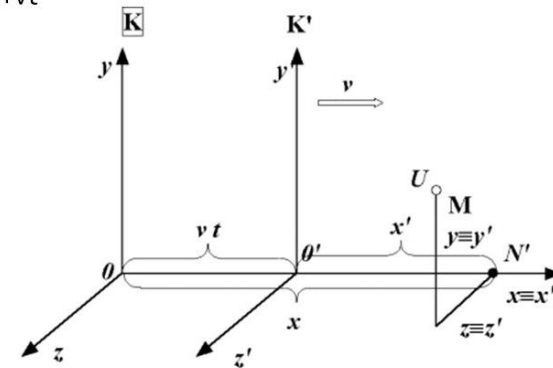
Neinerciální – pohyb soustavy se zrychlením

Transformace souřadnic mezi soustavami
Galileiho klasická, Lorentzova relativistická

Všechny inerciální soustavy jsou rovnoprávné a žádným mechanickým pokusem nelze jejich pohyb prokázat, tj. nelze rozlišit nějakou absolutní soustavu

$$\begin{array}{ll} x' = x - vt & x = x' + vt' \\ y' = y & y = y' \\ z' = z & z = z' \\ t' = t & t = t' \end{array}$$

Galileiho klasická



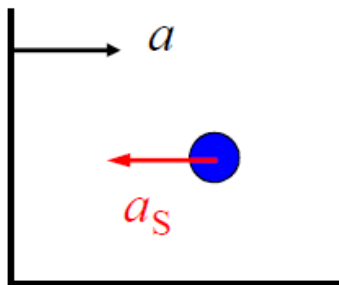
$$v_x' = v_x - v_0$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 = \frac{d^2x'}{dt^2} = a_x'$$

Setrvačná síla

Vzniká v soustavách které se pohybují se zrychlením (neinerciální soustavy)

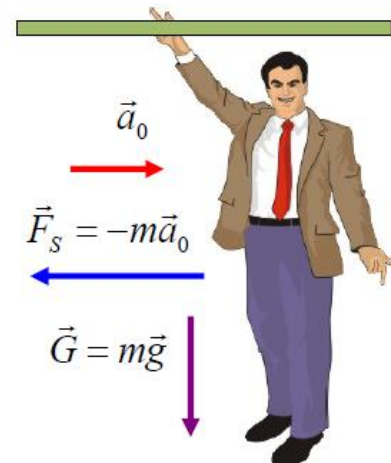
$$\vec{a}_S = -\vec{a}$$



Příklad: (zrychlený pohyb autobusu)

setrvačná síla

$$\vec{F}_S = -m\vec{a}_0$$



nezpůsobuje ji žádné těleso, neplatí pro ni zákon akce a reakce

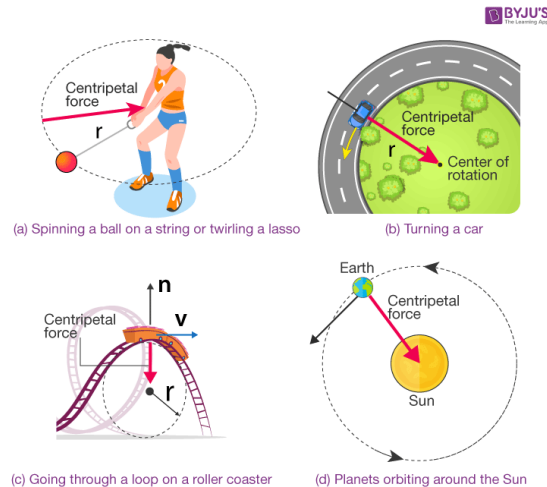
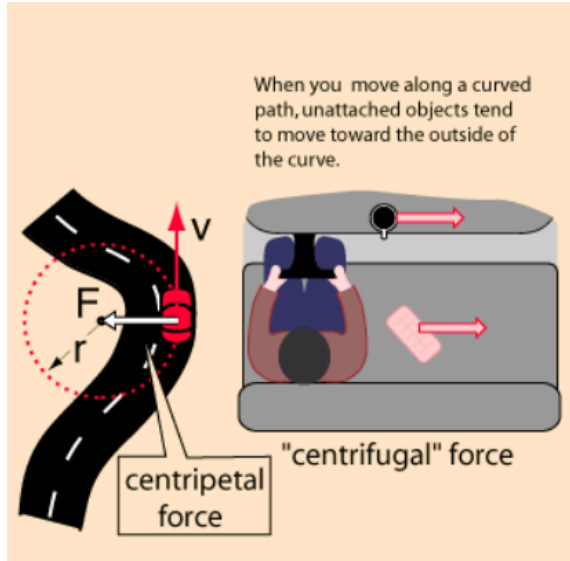
Dostředivá a odstředivá síla

Dostředivá - udržuje těleso na zakřivené trajektorii

Odstředivá - působí na těleso vzhledem k neinerciální soustavě

Odstředivá síla

Setrvačná odstředivá síla



Příklad: (odstředivý regulátor otáček)

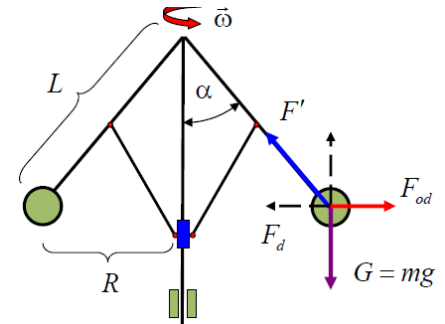
odstředivá síla

$$F_{od} = m\omega^2 R$$

dostředivá síla

$$\vec{F}_d = -\vec{F}_{od}$$

$$\frac{F_{od}}{G} = \frac{m\omega^2 R}{mg} = \frac{R}{L \cos \alpha} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \alpha}}$$



Gravitační síla

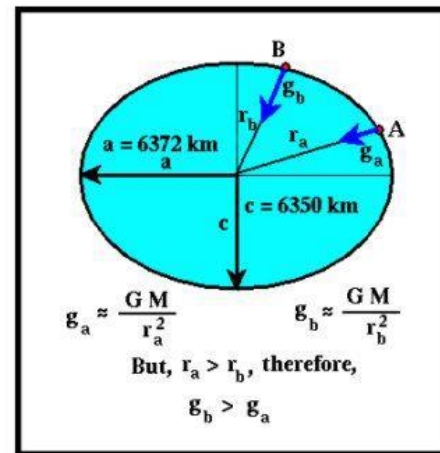
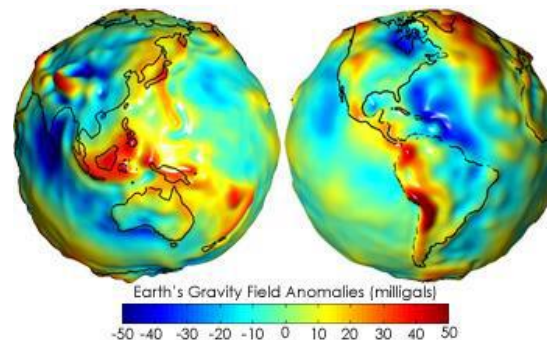
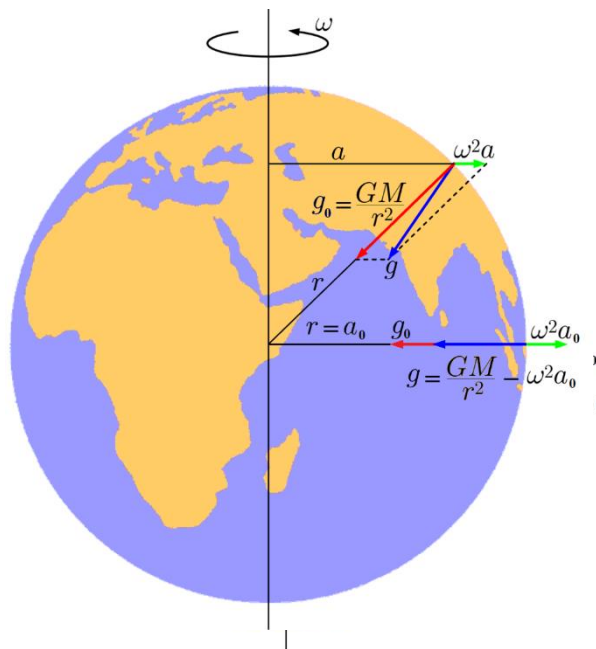
**Příklad: Oběžná doba družice ve vzdálenosti r od Země
Nikoliv u povrchu země!!!**

Skutečná gravitační síla působí na družici i předměty na ní –
normálové zrychlení družici „zatačí“ pokružnici (elipse)

Řešení v neinerciální soustavě.

Tíhová síla na Zemi

Působí na těleso na Zemi v soustavě souřadnic pevně spojené se Zemí



pól $g = 9.832 \text{ m/s}^2$
 45° $g = 9.806 \text{ m/s}^2$
 Rovník $g = 9.780 \text{ m/s}^2$

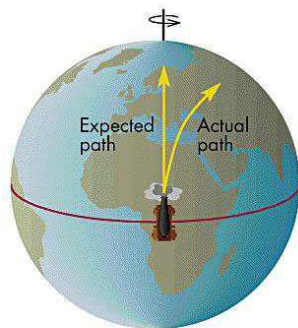
Coriolisova síla

V rotující soustavě s úhlovou frekvencí $\vec{\omega}$

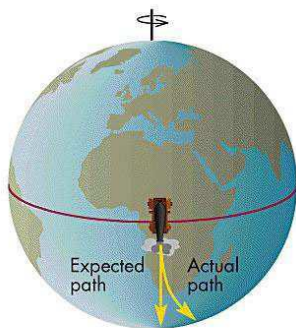
$$\vec{F} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$$



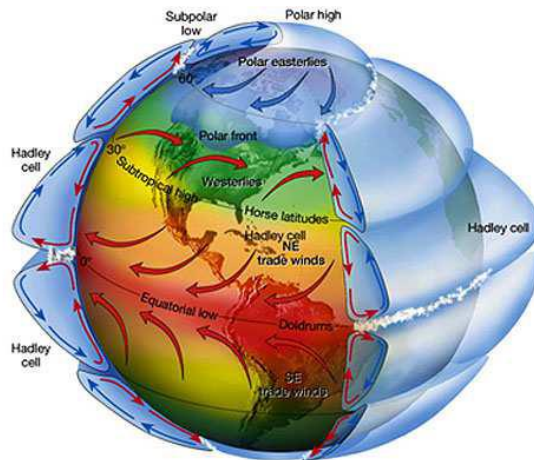
Gaspard-Gustave de Coriolis
(*1792 - †1843)



A Projectile fired northward



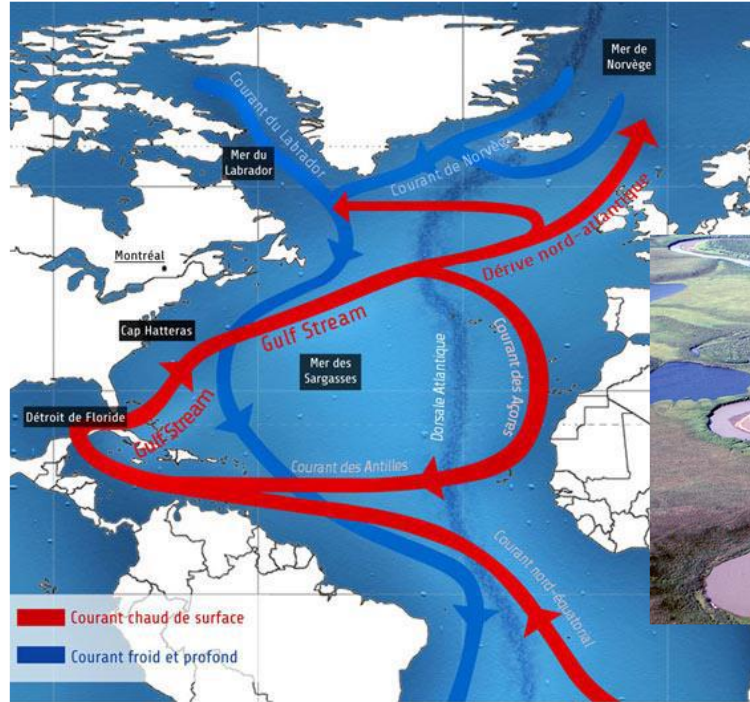
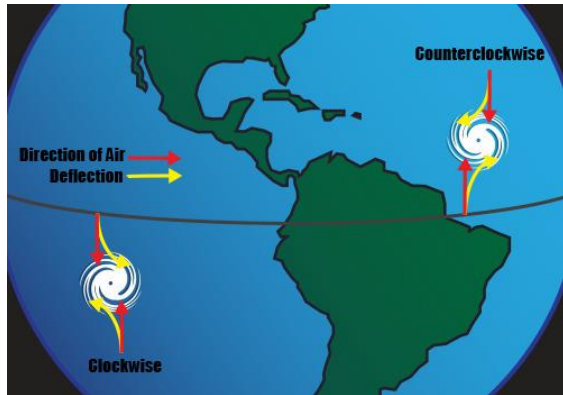
B Projectile fired southward



Coriolisovy síly brání míchání vzduchu na severní a jižní polokouli

Coriolisova síla

$$\vec{F} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$$



Parcours du Gulf Stream dans l'Océan Atlantique