FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

PR6 – FYZ1 23/24 FS
Práce a Energie

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

stepan.kunc@tul.cz

Silové pole

Silové pole v mechanice je vektorové pole charakterizované tzv. **intenzitou silového pole** (intenzitou síly)

$$\boxed{\vec{K} = \frac{\vec{F}}{m}\ [ms^{-2}]}$$

Intenzita **je totožná se zrychlení**, které silové pole v daném místě udělí **libovolnému tělesu**

Silové pole → **Pohyb těles**

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t) \qquad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

Silové pole působí na volné hmotné objekty tak, že je uvede do pohybu

Dráhový účinek síly - práce

Elementární práce: $\mathrm{d}A = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$

Síla, která přemístí určité těleso z jedné polohy (A) do polohy (B), **koná práci**
Dráhový účinek síly - **práce**

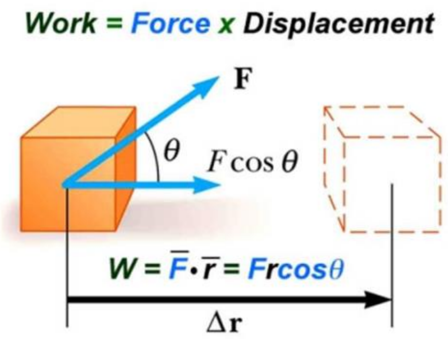
$$\mathrm{d}A = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\mathrm{d}\vec{r}\right| \cos\alpha = F_\tau \mathrm{d}\vec{r}$$

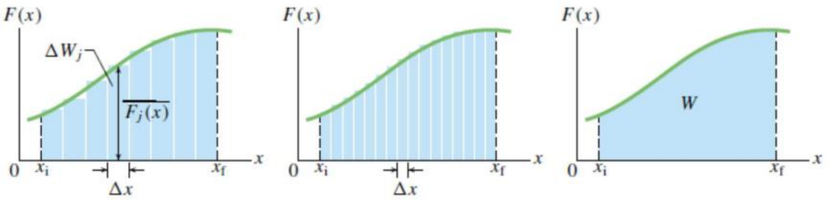
$$\Updownarrow$$

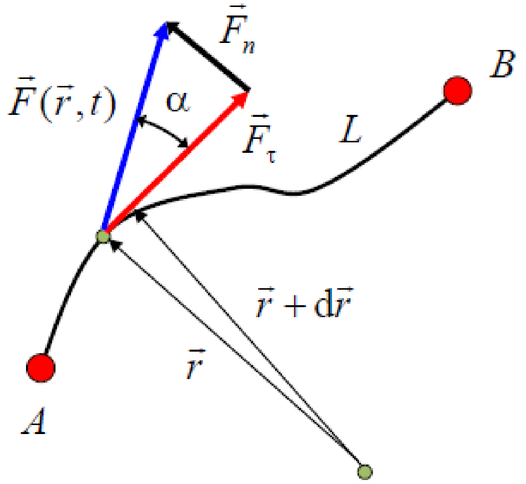
$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}s\cos\alpha$$

práci koná pouze tečná složka k trajektorii, tj. ve směru pohybu

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx F \cdot \Delta r \cos\theta$$ [J] - Joul







Práce při rotačním pohybu: $\mathrm{d}A = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F} \cdot (\mathrm{d}\vec{\varphi} \times \vec{r}) = \mathrm{d}\vec{\varphi} \cdot (\vec{r} \times \vec{F}) = \vec{M}\mathrm{d}\vec{\varphi}$

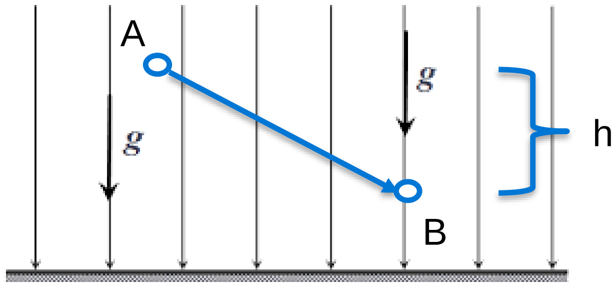
Práce konkrétních sil

Tíhová síla: $G = mg$

Práce tíhové síly: $A = mgh$

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx F \cdot \Delta r \cos\theta$$

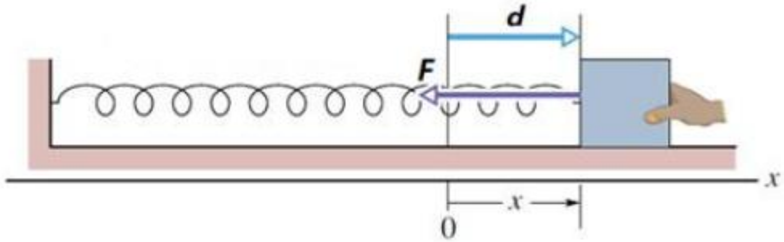
$$A = G \cdot \Delta r \cos\theta = \mathrm{mgh}$$



$g = \text{konst.}$

Elastická síla: $F = -kx$ $(Hookův\ zákon)$

Práce elastické síly:



$$A = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\, dx = \left[-\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$A = \int kxdx = \frac{1}{2}kx^2$$

Výkon síly

Časová změna práce, která je konaná danou silou F, se nazývá **okamžitý výkon**

Okamžitý výkon P:

$$\boxed{P = \frac{dA}{dt}\ [W]}$$

Platí:

$$\mathrm{d}A = \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\cdot\vec{v} \quad \Rightarrow$$

Práce se tedy koná pouze, když síla rychlost pohybu na sebe nejsou kolmé

Mechanická účinnost stroje:

$$\eta = \frac{P}{P_0}$$

Výkon síly – měří se vykonanou prací za čas

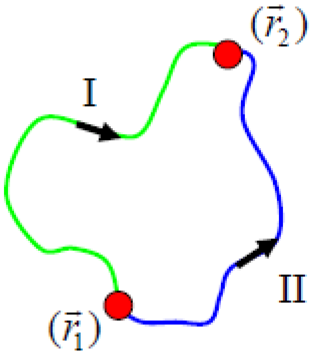
Příkon – měří se dodanou energií za čas

Práce se nekoná:

$$\vec{F} = \vec{0},\ \Delta\vec{r} = \vec{0}$$

$$\vec{F} \perp \Delta\vec{r}$$

Práce po uzavřené dráze - konzervativní



Práce vykonaná při pohybu po uzavřené dráze:

Konzervativní síly: Gravitační, tíhová, elastická, …

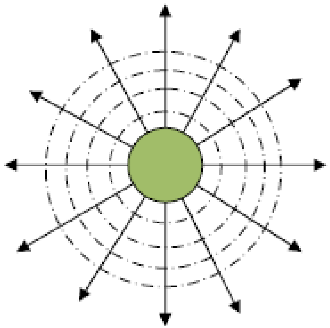
$$(A_{12})_{\mathrm{I}} = (A_{12})_{\mathrm{II}}$$

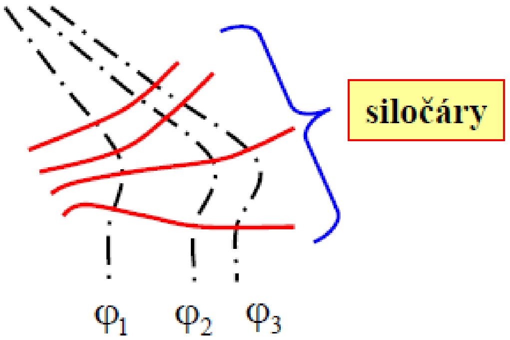
$$\boxed{A = \oint_L \left(\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}\right) = 0}$$

Práce konzervativní síly závisí jen na počáteční a koncové poloze tělesa, na uzavřené dráze je **nulová**

Konzervativní síla je: potenciálová - intenzitu lze vyjádřit potenciálem φ
stacionární – je nezávislá na čase, závisí pouze na poloze

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) \qquad \varphi = \varphi(\vec{r})}$$



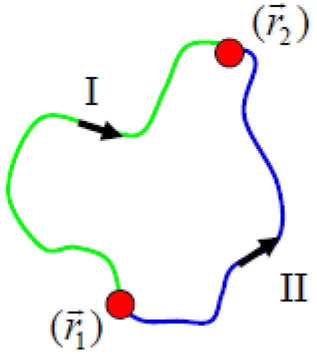


Práce po uzavřené dráze - nekonzervativní

Nekonzervativní síly: Tření, odpor prostředí, ….

$$\vec{F}^* = \vec{F}^*(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\oint_L \left(\vec{F}^* \cdot \mathrm{d}\vec{r}\right) < 0}$$

$$\left(A_{12}\right)_{\mathrm{I}} = \left(A_{12}\right)_{\mathrm{II}}$$



Nekonzervativní síla:
závisí nejen na poleze a času ale i na **rychlosti tělesa.** Vliv těchto sil se projevuje jako disipace energie. **Mechanická energie A se mění na teplo Q**

Práce nekonzervativních sil je rovna změně mechanické energie

V poli nekonzervativních sil neplatí zákon zachování mechanické energie

Energie kinetická

Skalární veličina, stav tělesa nebo HB.
Je **mírou schopnosti těles konat práci**

Změna energie E je rovna práci vnějších sil A $\Rightarrow$ $\Delta E = E_2 - E_1 = A_{12}$

Práce konaná silou F při pohybu:

$$A_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(\vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}\right) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} m\left(\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} m\left(\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} m\left(\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{v}\right)\mathrm{d}t =$$

$$= \underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} m \frac{\mathrm{d}\left(v^2\right)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \int_{v_1}^{v_2} m\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}v^2\right) = \left(\frac{1}{2}mv_2^{\;2} - \frac{1}{2}mv_1^{\;2}\right) = \Delta E_k}_{\text{Změna tzv. kinetické (pohybové) energie}}$$

Kinetická energie E_k HB.:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Změna tzv. kinetické (pohybové) energie

Energie potenciální

V poli konzervativních sil, které mají potenciál φ, HB bod o hmotnosti m reprezentující těleso získává potenciální (polohovou) energii E_p

Práce konzervativní síly působící na HB mezi dvěma body je nezávislá na trajektorii
Závisí pouze na počáteční a koncové poloze lze jí vyjádřit pomocí změny potenciální energie

$$\boxed{A_{12} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p}$$

Práce se koná proti působení vnější síly

celková práce A_{12} konaná při přemístění tělesa z polohy 1 do polohy 2:

$$A_{12} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} dA = -\int_{\overrightarrow{E_{p1}}}^{\overrightarrow{E_{p2}}} dE_p = -\Delta E_p = \Delta E_k$$

Úbytek potenciální energie lze vyjádřit jako práci A_{12} potřebnou na přemístění tělesa z pozice 1 do pozice 2

Fyzikální význam má pouze změna potenciální energie. Lze libovolně volit nulovou hladinu

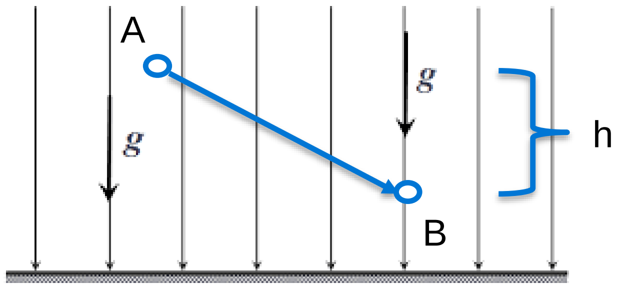
Energie potenciální - příklady

Tíhová síla: $G = mg$

Práce tíhové síly: $A = mgh$

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx F \cdot \Delta r \cos\theta$$

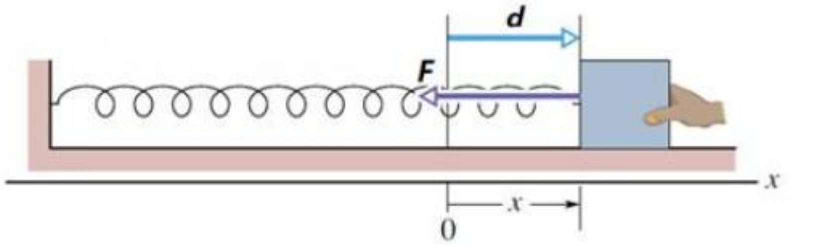
$$A = G \cdot \Delta r \cos\theta \boxed{= \mathrm{mgh}}$$



$g = \text{konst.}$

Elastická síla: $F = -kx \; (Hookův\ zákon)$

Práce elastické síly:



$$A = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\, dx = \left[-\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$A = \int kx dx \boxed{= \frac{1}{2}kx^2}$$

Energie potenciální - příklady

ZZME

Zákon zachování mechanické energie (konzervativní síly)

$$A_{12} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} dA = -\int_{\vec{E_{p1}}}^{\vec{E_{p2}}} dE_p = -\Delta E_p = \Delta E_k \Rightarrow$$

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{k2} - E_{k1}$$

$$\Downarrow$$

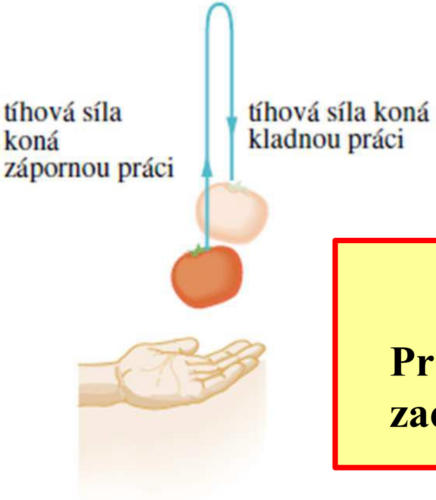
$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\Downarrow$$

$$E = E_p + E_k = konst.$$

Pro konzervativní silové pole platí zákon zachování mechanické energie

Konzervativní síly konají kladnou nebo zápornou práci
Každé místo silového pole je popsáno jednoznačnou hodnotou práce nutné k přesunutí tělesa do daného místa



ZZME - příklad

Potenciální gravitační vs. Kinetická energie kyvadla

V izolované soustavě může docházet ke změnám typů energie, které lze soustavě přisoudit. Celková energie zůstává zachována ZZE – zákon zachování energie