FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

PR7 – FYZ1 23/24 FS
Srážky těles, dynamika SHB

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

stepan.kunc@tul.cz

Srážky těles – Ráz těles

Rozlišujeme dva základní tipy srážek(rázů):

A: Pružné (elastické) – Jak mechanická energie, tak hybnost se při srážce 2 těles zachovává

Platí tedy ZZH(ZZMH) i ZZME

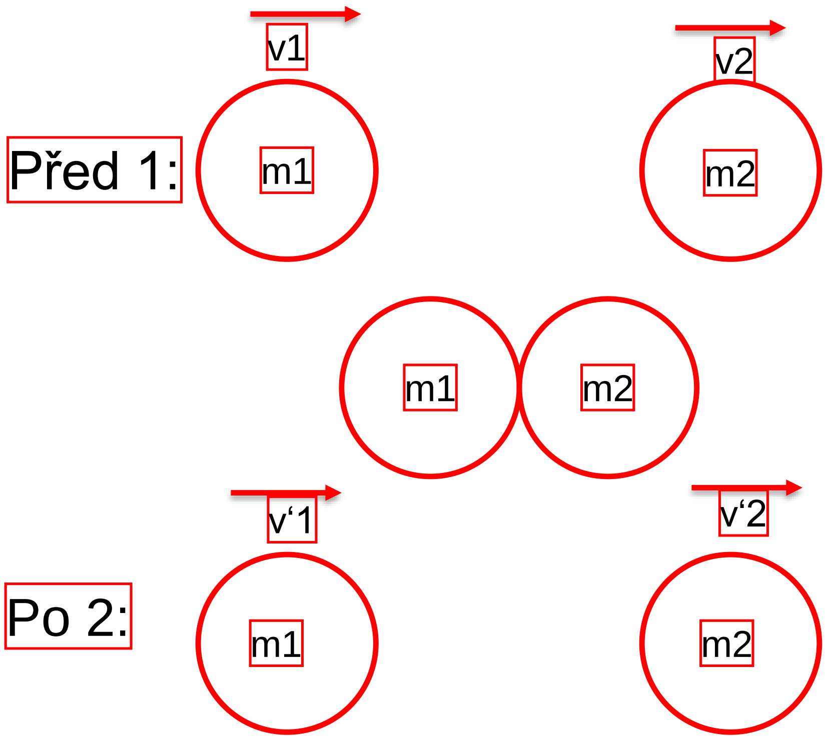
B: Nepružné (neelastické) – Nezachovává se mechanická (kinetická) energie, část energie se při srážce spotřebuje na deformaci.

Platí ZZH(ZZMH) ale neplatí ZZME
V izolované soustavě platí ZZE

Dokonale nepružná srážka – tělesa se po srážce spojí a pokračují jako jedno těleso o hmotnosti součtu hmotností původních těles

Při vyšetřování rázu těles nesledujeme detailní průběh interakčních sil, ale určujeme pouze jejich výsledný impuls, který zjistíme z rozdílu hybností jednotlivých těles před rázem a po rázu. Z takto zjištěného impulsu interakční síly můžeme určit její průměrnou velikost, když známe dobu trvání rázu.

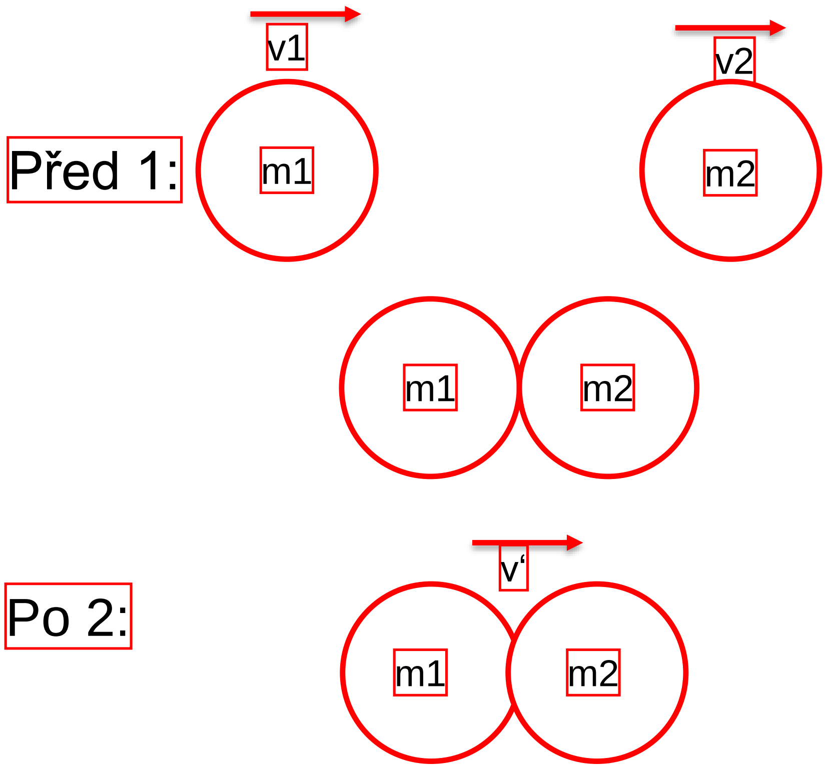
Pružný ráz – dokonale pružná srážka



Před 1:	Po 2:
$E1+E2 =$	$E'1+E'2 \quad ZZME$
$p1+p2 =$	$p'1+p'2 \quad ZZH$
$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2 =$	$\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad ZZME$
$m_1v_1+m_2v_2 =$	$m_1v'_1+m_2v'_2 \quad ZZH$

[Srážky pružné aplet]

Nepružný ráz – dokonale nepružná srážka



Před 1:	Po 2:

$$\boldsymbol{E1 + E2 \neq E'1 + E'2} \quad \cancel{ZZME}$$

$$\mathbf{p1} + \boldsymbol{p2} = \boldsymbol{p'1 + p'2} \quad \boldsymbol{ZZH}$$

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{m_1 v_1^2} + \frac{1}{2}\boldsymbol{m_2 v_2^2} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{v'^2(m_1 + m_2) + E_D}\ \mathbf{ZZE}$$

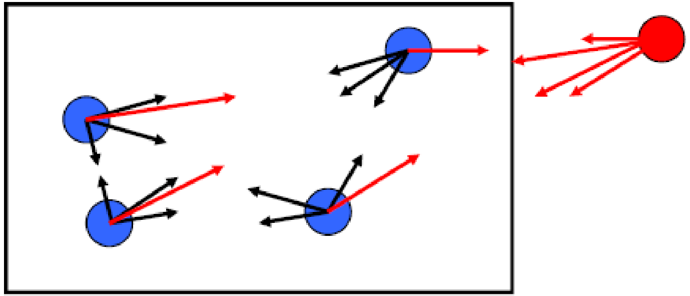
$$\boldsymbol{m_1 v_1 + m_2 v_2 = v'(m_1 + m_2)} \quad \boldsymbol{ZZH}$$

FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Nepružný ráz – dokonale nepružná srážka

Příklad – balistické kyvadlo

Dynamika soustavy hmotných bodů



$$\sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i^{vnitřní} + \sum_i \vec{F}_i^{vnější}$$

$$\sum_i \vec{F}_i^{vnitřní} = \vec{0}$$

Model soustavy hmotných bodů SHB

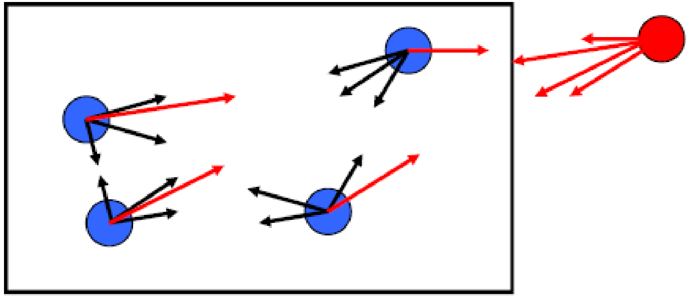
- Systém tvořený n hmotnými body
- Hmotný bod i má pak svoji
- **Hmotnost : m_i**
- **Polohu: r_i**
- **Rychlost: v_i**

Dva druhy sil vzhledem k soustavě:

1: **Vnější síly** $\vec{F}_i^{vnější}$,mají svoje centrum mimo soustavu

2: **Vnitřní (interakční) síly** $\vec{F}_i^{vnitřní}$ které Reprezentují vzájemné působení mezi jednotlivými hmotnými body soustavy. Řídí se zákonem akce a reakce

Hmotný střed- soustavy hmotných bodů



Hmotný střed - soustavy hmotných bodů SHB

V homogenním tíhovém poli stejný jako **Těžiště**

Těžiště – fiktivní hmotný bod, jehož hmotnost je rovna celkové hmotnosti SHB, a jehož hybnost je rovna celkové hybnosti SHB.

Translaci SHB lze nahradit sledováním pouze těžiště – tuhé vazby.

Hmotnost T $m_T = \sum_i m_i$ **Hybnost T** $\vec{p}_T = \sum_i \vec{p}_i$

$$m_T \vec{v}_T = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

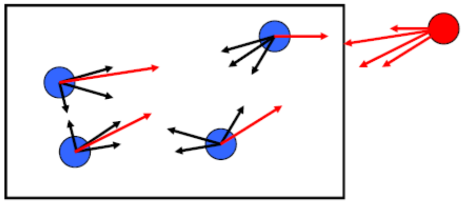
$$m_T \frac{d\vec{r}_T}{dt} = \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} \qquad m_T \vec{r}_T = \sum_i m_i \vec{r}_i$$

Rychlost T $\vec{v}_T = \frac{1}{m_T} \sum_i m_i \vec{v}_i$

Poloha T $\vec{r}_T = \frac{1}{m_T} \sum_i m_i \vec{r}_i$

Poloha těžiště má mimořádný význam pro tzv. Stabilní (labilní) rovnováhu těles

Energie soustavy hmotných bodů



Kinetickou energií soustavyhmotných bodů rozumíme součet kinetických energií jednotlivýchbodů soustavy.

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i\, v_i^2$$

Věta o přírůstku kinetické energie HB.
Kinetická energie se mění konáním práce

$$m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = \vec{F}\cdot\vec{v}\Delta t = \vec{F}\cdot\Delta\vec{x}$$

Věta o přírůstku kinetické energie SHB.
Kinetická energie SBH se mění prací vnitřních I vnějších sil

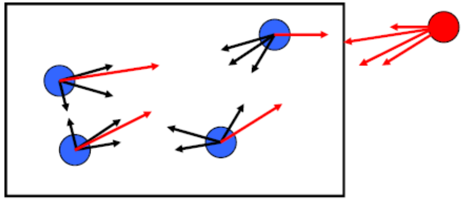
$$\Delta E_k = \mathrm{A} = A^{vnější} + A^{vnitřní}$$

$$A^{vnitřní} = -E_p$$ *V případně konzervativních sil*

[Text mff]

Zákon zachování energie

V izolované soustavě těles (HB) se zachovává celková energie soustavy



$$\Delta W^{celková} = \Delta(W_K + W_P) = A^{vnější} = 0$$

*Práce A **vnějších** sil působících na tuhé těleso (tuhou soustavu hmotných bodů) je rovna přírůstku kinetické energie tělesa.*

Jsou-li vnější síly působící na tuhé těleso konzervativní, je součet potenciální energie tělesa v poli vnějších sil a kinetické energie tělesa konstantní.

Změna mechanické energie soustavy je rovna celkové práci nekonzervativních interakčních sil soustavy a vnějších sil, jimiž na objekty soustavy působí její okolí.

Soustava hmotných bodů

Celková hybnost SHB

$$\sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \left(\vec{F}_i^{vnitřní} + \vec{F}_i^{vnější}\right) = \sum_i \vec{F}_i^{vnější}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \sum_i \vec{p}_i \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_i^{vnější}$$

Izolovaná soustava HB – nepůsobí žádné vnější síly $\vec{F}_i^{vnější} = \vec{0}$

V izolované soustavě HB se zachovává celková hybnost soustavy

Zákon zachování hybnosti SHB

Celková hybnost SHB $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \sum_i \vec{p}_i \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_i^{vnější}$

$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_i^{vnější}}$ První věta impulsová (věta o hybnosti soustavy)

Izolovaná soustava HB – nepůsobí žádné vnější síly $\vec{F}_i^{vnější} = \vec{0}$

$$\Delta\vec{P} = \vec{0}$$

V izolované soustavě HB se zachovává celková hybnost soustavy

Pohybová rovnice hmotného středu SHB

$$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

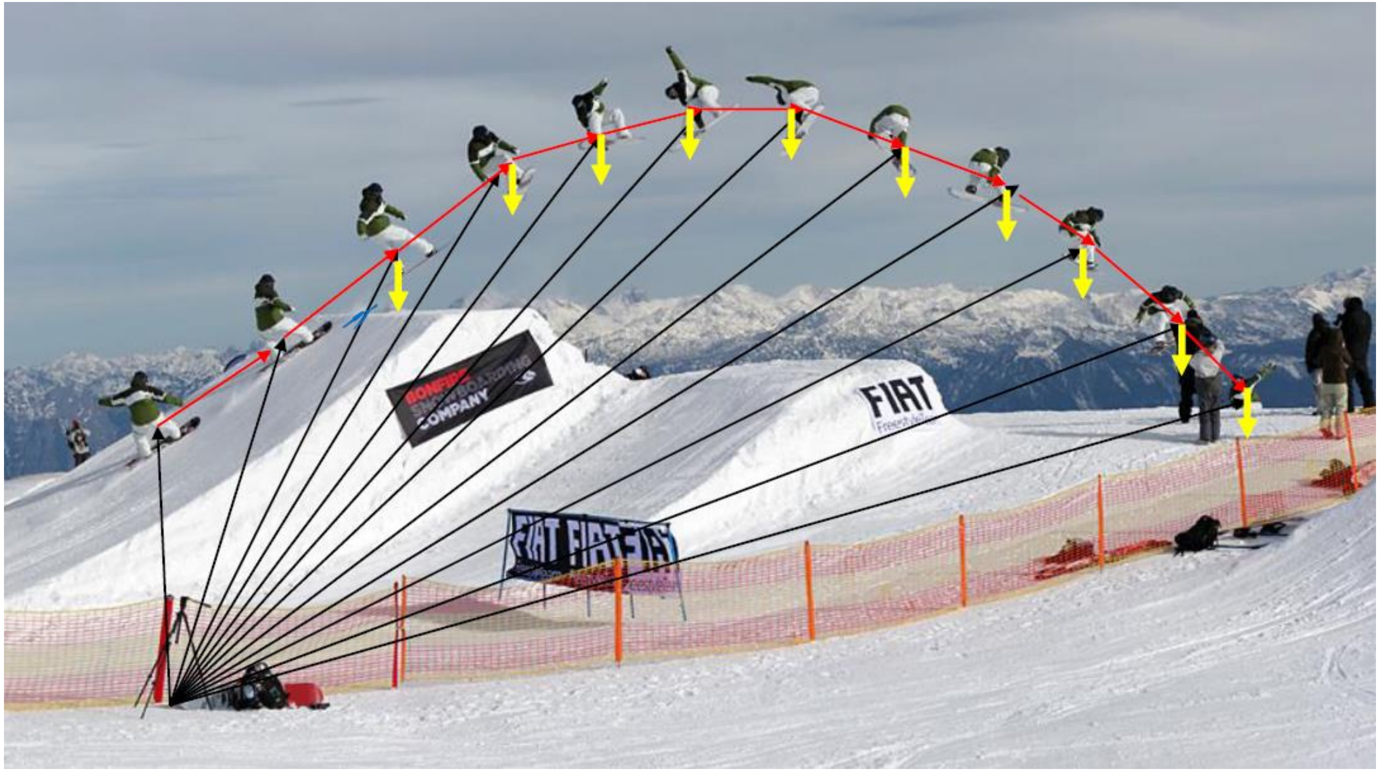
$$M\vec{r}_S = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$$

$$M\frac{\mathrm{d}\vec{r}_S}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{N} m_i\frac{\mathrm{d}\vec{r}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \vec{P}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_i^{vnější} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}M\frac{\mathrm{d}\vec{r}_S}{\mathrm{d}t} = M\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_S}{\mathrm{d}t^2} = M\vec{a}_S = \vec{F}_i^{vnější}$$

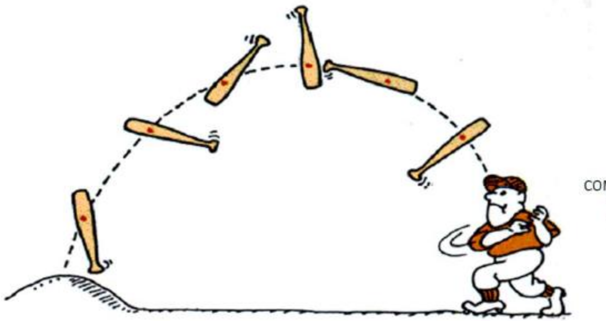
Pohybová rovnice hmotného středu SHB

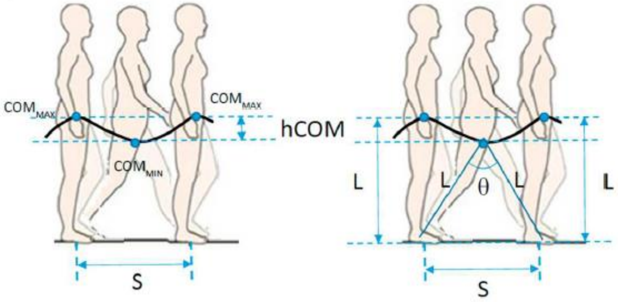
Pohybová rovnice hmotného středu SHB

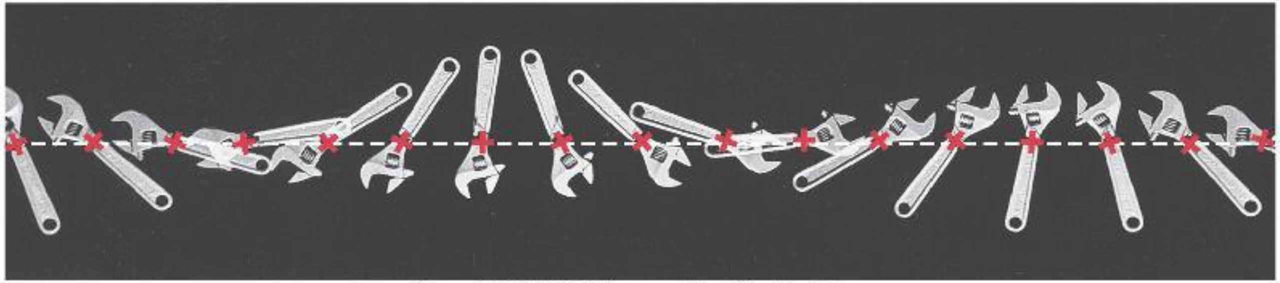


Pohybová rovnice hmotného středu SHB

Hmotný střed vykonává stejný pohyb jako HB, ale se soustředěnou hmotou celé SHB







Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.