ČASOVÉ ŘADY – 1. ČÁST

- posloupnosti věcně a prostorově srovnatelných pozorování, která jsou jednoznačně uspořádána z hlediska času
- ČŘ ekonomických ukazatelů vykazují určité specifické rysy, takže je třeba znát adekvátní postupy, vhodné k jejich zpracování
- existují různé typy časových řad.

A. Rozdělení ČŘ podle časového hlediska rozhodného pro zjišťování údajů

1. ČŘ intervalové:

- řady intervalových ukazatelů (Např.: počet rozvodů za rok v ČR)
- intervalový ukazatel: ukazatel, jehož velikost závisí na délce intervalu, za který je sledován
- lze vytvořit součty (resp. průměry), je nutná stejná délka intervalů
- pokud jsou intervaly různě dlouhé, je třeba provést přepočet na jednotkový interval (tzv. očišťování od důsledků kalendářních variací).

2. ČŘ okamžikové (stavové):

- řady okamžikových (stavových) ukazatelů (Např.: počet obyvatel ČR k 31.12.)
- okamžikový ukazatel: ukazatel, jehož hodnoty se vztahují ke konkrétnímu časovému okamžiku
- součet nedává reálný smysl, průměr nelze stanovit běžným způsobem
- k průměrování používáme *průměr chronologický*.

Shrnování údajů okamžikových ČŘ

1. Pokud jsou vzdálenosti mezi časovými okamžiky (d_i) konstantní, použijeme ***prostý chronologický průměr***:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \ldots.. + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}$$

2. Pokud nejsou vzdálenosti mezi časovými okamžiky (d_i) konstantní, použijeme ***vážený chronologický průměr***:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} \cdot d_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot d_2 + \ldots\ldots. + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot d_{n-1}}{d_1 + d_2 + \ldots\ldots. + d_{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{y}_i d_i}{\sum_{i=1}^{n-1} d_i}$$

$(d_i)\ldots$ vzdálenost mezi dvěma časovými okamžiky (délka intervalu).

B. Rozdělení ČŘ podle periodicity

1. ČŘ roční (dlouhodobé):

- jejich periodicita je jeden rok a více
- aplikace jiných postupů než u ČŘ krátkodobých.

2. ČŘ krátkodobé:

- jejich periodicita je kratší než jeden rok
- ČŘ čtvrtletní, měsíční, týdenní, atd.

C. Rozdělení ČŘ podle způsobu vyjádření ukazatelů

1. ČŘ naturálních ukazatelů:

- hodnoty jsou vyjádřeny v naturálních jednotkách (Např.: ukazatele produkce)
- mají omezenou možnost agregace.

2. ČŘ peněžních ukazatelů:

- hodnoty jsou vyjádřeny v peněžní formě
- je nutno zajistit souměřitelnost hodnot v čase (změny cenové hladiny).

Základní charakteristiky k posouzení vývoje časových řad

Absolutní diference

- charakterizují absolutní změnu (přírůstek nebo úbytek) hodnoty ukazatele v časovém okamžiku t oproti období předcházejícímu $(t-1)$.

1. diference: $\Delta_t^{(1)} = y_t - y_{t-1}\ ,\quad t = 2, 3, \ldots, n$

2. diference: $\Delta_t^{(2)} = \Delta_t^{(1)} - \Delta_{t-1}^{(1)},\quad t = 3, 4, \ldots, n$

3. diference: $\Delta_t^{(3)} = \Delta_t^{(2)} - \Delta_{t-1}^{(2)},\quad t = 4, 5, \ldots, n$, atd.

Průměrná absolutní diference

- aritmetický průměr jednotlivých prvních diferencí.

$$\overline{\Delta}_t = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

Tempo růstu

- tempo růstu = koeficient růstu = řetězový index
- udává, kolikrát vzrostla (resp. klesla) hodnota ukazatele v časovém okamžiku t oproti období předcházejícímu
- hodnota $k_t \cdot 100 - 100$ pak udává, o kolik procent vzrostla (resp. klesla) hodnota ukazatele v časovém okamžiku t oproti období předcházejícímu.

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \quad , \quad t = 2, 3, \ldots, n$$

Průměrné tempo růstu

- stanovujeme ho jako geometrický průměr jednotlivých temp růstu.

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \ldots\ldots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

Základní koncepce modelování časových řad

- cílem modelování ČŘ je jejich analýza a prognóza jejich vývoje
- snaha pochopit mechanismus chování ČŘ na základě abstrakce
- existuje celá řada přístupů k modelování ČŘ.

1. Jednorozměrný model

- nejjednodušší koncepce modelování ČŘ
- reálná hodnota ČŘ (y_t) je funkcí času (t).

$$y_t = f(t; \varepsilon_t) \ , \quad Y_t = f(t) \ , \quad t = 1, 2, \ldots, n$$

$$y_t = Y_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = y_t - Y_t$$

t … časová proměnná

y_t … reálná hodnota ukazatele v čase t

Y_t … modelová (teoretická) hodnota ukazatele v čase t

ε_t … nepravidelná (náhodná) složka (porucha) v čase t

Klasický (formální) model

- zkoumá vliv časového faktoru na analyzovaný ukazatel
- nezkoumá věcné příčiny dynamiky ČŘ

- spočívá v rozkladu ČŘ na čtyři složky časového pohybu
- popisuje jednotlivé formy pohybu
- ČŘ může, ale nemusí všechny tyto složky obsahovat.

T_t … ***trendová složka (trend)***

- dlouhodobá tendence ve vývoji hodnot analyzovaného ukazatele v čase

S_t … ***sezónní složka***

- pravidelně se opakující odchylky od trendu
- periodicita odchylek je v rámci jednoho roku

C_t … ***cyklická složka***

- kolísání okolo trendu v důsledku dlouhodobého vývoje
- periodicita delší než 1 rok

ε_t … ***náhodná složka***

- náhodné výkyvy, které nemají systematický charakter.

Podle způsobu rozkladu rozlišujeme dva základní typy modelu:

aditivní model: $y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$

multiplikativní model: $y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t$

Trendová analýza

- provádíme popis trendu (vyrovnání, vyhlazení) pomocí určité matematické (analytické, tzv. „hladké“) funkce
- bývá označována jako trendová funkce
- jde o tzv. modely s konstantními parametry
- poskytují informace o charakteru hlavní tendence ve vývoji ukazatele
- cílem je především modelování vývoje trendu v budoucnu, tedy stanovení očekávaných hodnot ukazatele
- předpověď = prognóza = predikce = extrapolace.

Předpoklady modelu: $S_t = 0; C_t = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_t = T_t; \; y_t = T_t + \varepsilon_t$

Lineární trend

- nejběžněji používaný typ trendu
- jeho předností je jednoduchost a snadná interpretace parametrů.

$T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t \quad , \quad t = 1,2, ..., \; n \, .$

Parametry modelu α_0 a α_1 odhadneme pomocí MNČ, čímž získáme výslednou rovnici odhadované trendové přímky:

$\widehat{T}_t = a_0 + a_1 t \ , \quad t = 1,2, ..., \ n \, .$

$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}$

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t\, y_t - \bar{t} \sum_{t=1}^{n} y_t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - n\,\overline{t^2}} = \frac{n \sum_{t=1}^{n} t\, y_t - \sum_{t=1}^{n} t \sum_{t=1}^{n} y_t}{n \sum_{t=1}^{n} t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n} t \right)^2} = \frac{\overline{t\, y_t} - \bar{t} \cdot \overline{y_t}}{\overline{t^2} - \bar{t}^2}$$

Interpretace parametrů lineárního modelu:

a_0 … počáteční hodnota $\widehat{T}_t$ pro $t = 0$

a_1 … průměrný absolutní přírůstek (resp. úbytek) hodnoty $\widehat{T}_t$ při zvýšení časové proměnné t o jednotku.

Další typy trendu

Parabolický (kvadratický) trend: $T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$

Exponenciální trend: $T_t = \alpha_0 \cdot \alpha_1^t$

Modifikovaná (posunutá) exponenciála: $T_t = K + \alpha_0 \cdot \alpha_1^t$

Logistický trend: $T_t = \dfrac{K}{1 + \alpha_0 \cdot \alpha_1^t}$

Existuje řada dalších typů trendových funkcí, v konkrétní situaci je třeba za pomoci vhodných kritérií vždy zvolit takový, který nejlépe vystihuje chování empirických dat.

Volba vhodného typu trendové funkce

- prvním krokem je věcná analýza zkoumaného jevu
- je třeba provést posouzení empirické časové řady (ex ante)
- lze využít také analýzu grafu (pozor na subjektivitu)
- nejvýznamnější jsou však míry, které úspěšnost zvolené trendové funkce kvantifikují.

Míry úspěšnosti zvolené trendové funkce

- tyto míry (charakteristiky) měří kvalitu zvoleného modelu (funkce) exaktním způsobem
- je jich celá řada, mají odlišné principy konstrukce.

Střední kvadratická (čtvercová) chyba odhadu: $M.S.E. = \dfrac{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - \widehat{T}_t\right)^2}{n}$

- často používané měřítko kvality modelu
- přednost dáváme modelu, který má hodnotu $M.S.E.$ nejnižší
- prostřednictvím této míry lze srovnávat pouze funkce se stejným počtem parametrů
- v případech, kdy se modely v počtu parametrů liší, je třeba zvolit jinou míru.

Index determinace: $I^2 = \dfrac{S_T}{S_y} = \dfrac{\sum\left(\widehat{T}_t - \overline{y}\right)^2}{\sum\left(y_t - \overline{y}\right)^2}$

- za vhodnější považujeme model, který má hodnotu I^2 nejvyšší
- prostřednictvím této míry lze srovnávat pouze funkce se stejným počtem parametrů
- v případech, kdy se modely v počtu parametrů liší, je třeba použít I^2_{adj} .

Statistika F: $F = \dfrac{\dfrac{S_T}{p-1}}{\dfrac{S_R}{n-p}} = \dfrac{\dfrac{\sum\left(\widehat{T}_t - \overline{y}\right)^2}{p-1}}{\dfrac{\sum\left(y_t - \widehat{T}_t\right)^2}{n-p}}$, kde $\overline{y} = \dfrac{\sum \widehat{T}_t}{n}$

- za nejlepší považujeme model, pro který je hodnota statistiky F nejvyšší.