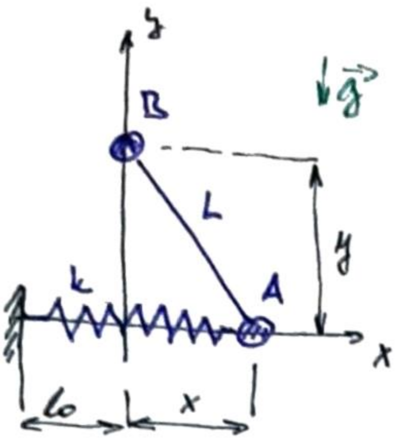
Soustava H.B.



Soustava H.B. spojených nehmotnou tyčí!

D: L, l_0, k (tuhost pružiny), m_A, m_B, g

$x_{A(0)} = 0$, $v_{A(0)} = v_{A0}$

U: $v_{A(x)}$, $v_{B(x)}$

Všechny síly jsou potenciální → Z.Z.M.E.

$$\sum_i K_i + \sum_i V_i = konst.$$

$$K_{A(0)} + V_{A(0)} + K_{B(0)} + V_{B(0)} = K_{A(x)} + V_{A(x)} + K_{B(x)} + V_{B(x)} \quad (1)$$

$K_{A(0)} = \frac{1}{2} m_A v_{A0}^2$

$V_{A(0)} = \frac{1}{2} k \cdot 0^2 + m_A \cdot g \cdot 0 = 0$

$K_{B(0)} = \frac{1}{2} m_B \boxed{v_{B0}^2}$! v_{B0} zatím neznáme

$V_{B(0)} = m_B \cdot g \cdot y_{(0)} = m_B \cdot g \cdot L$

$K_{A(x)} = \frac{1}{2} m_A \cdot v_{A(x)}^2$

$V_{A(x)} = \frac{1}{2} k x^2 + mg \cdot 0 = \frac{1}{2} k x^2$

$K_{B(x)} = \frac{1}{2} m_B \cdot v_{B(x)}^2$

$V_{B(x)} = m_B \cdot g \cdot y_{(x)}$

$y_{(x)} = ?$

$x^2 + y^2 = L^2 \to y = \sqrt{L^2 - x^2}$

$\frac{d}{dt}$: $2x\dot{x} + 2y \cdot \dot{y} = 0 \to \dot{y} = \frac{-x\dot{x}}{y} = \frac{-x\dot{x}}{\sqrt{L^2 - x^2}}$

$v_B(x) = \frac{-x \cdot v_A(x)}{\sqrt{L^2 - x^2}} \to \boxed{v_{B(0)}} = 0$

DOSAZENÍM DO (1)

$$\frac{1}{2} m_A v_{A0}^2 + m_B g \cdot L = \frac{1}{2} m_A \cdot v_{A(x)}^2 + \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m_B \frac{x^2 v_{A(x)}^2}{L^2 - x^2} + m_B g \cdot \sqrt{L^2 - x^2} \to v_{A(x)}$$

DVA BODY O HMOTNOSTI m_2, m_3 JSOU V KLIDU A MEZI NĚ JE VLOŽENA PRUŽINA STLAČENÁ O DÉLKU x_k.
JAKÁ BUDE RYCHLOST ~~DÉLES~~ BODŮ PO UVOLNĚNÍ PRUŽINY A JEJÍM NÁVRATU DO DÉLKY l_0.

hledáme dvě neznámé → potřebujeme dvě rovnice.

Jediná síla je v pružině a ta je potenciální → Z.Z.M.E.

D: l_0, k, m_2, m_3, x_k

U: v_2, v_3

$$K_1 + V_1 = K_2 + V_2$$

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot 0^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot 0^2 + \frac{1}{2} k x_k^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + 0$$

Na soustavu nepůsobí žádná vnější síla

$$\int \vec{F}\, dt = \vec{0} \rightarrow \text{Z.Z.H.}$$

$$m_2 \cdot 0 + m_3 \cdot 0 = m_2 v_2 + m_3 v_3$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} k x_k^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_2^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_3 v_3^2$$

$$0 = m_2 v_2 + m_3 v_3 \rightarrow v_3 = -\frac{m_2}{m_3} \cdot v_2$$

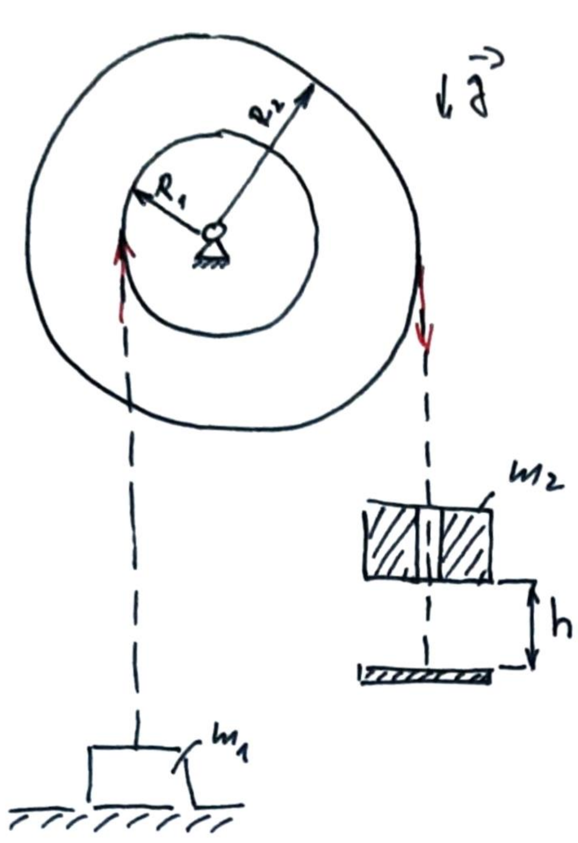
$$k x_k^2 = m_2 v_2^2 + \left(-\frac{m_2}{m_3} v_2\right)^2 \cdot m_3 = v_2^2 \left(m_2 + \frac{m_2^2}{m_3}\right)$$

$$v_2 = -\sqrt{\frac{k x_k^2}{m_2 + \frac{m_2^2}{m_3}}} \qquad v_3 = +\sqrt{\frac{k x_k^2}{m_3 + \frac{m_3^2}{m_2}}}$$

pohyb doleva

pohyb doprava

Dále lze např. dopočítat $\lim_{m_3 \to \infty}$, $\lim_{m_2 \to \infty}$.



DO JAKÉ VÝŠKY ~~DOPA DOLETÍ~~ DOVEDO

TĚLESO „1" PO DOPADU TĚLESA „2" NA DESKU. HMOTNOSTI DESKY, LAN A KLADKY ZANEDBEJTE.

D: g, R_1, R_2, m_1, m_2, h

~~Čas t~~ OKAMŽIK PŘED DOPADEM A PO DOPADU TRVÁ VELMI KRÁTCE A NA SOUSTAVU NEPŮSOBÍ ŽÁDNÝ VNĚJŠÍ MOMENT.

$$\int_{(t)} M\,dt = 0 \rightarrow \text{Z.Z.M.H.}$$

$$b^{I} = b^{II} = \text{konst.}$$

moment hybnosti před dopadem

$$b^{I} = m_1 \cdot v_1^{I} \cdot R_1 + m_2 v_2^{I} R_2 \quad , v_1^{I} = 0 \quad \text{„1" je v klidu}$$

v_2^{I} – ze zákona zachování mech. en.

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} (v_2^{I})^2 \Rightarrow v_2^{I} = \sqrt{2gh}$$

$$b^{I} = m_2 \sqrt{2gh} \cdot R_2$$

moment hybnosti po dopadu

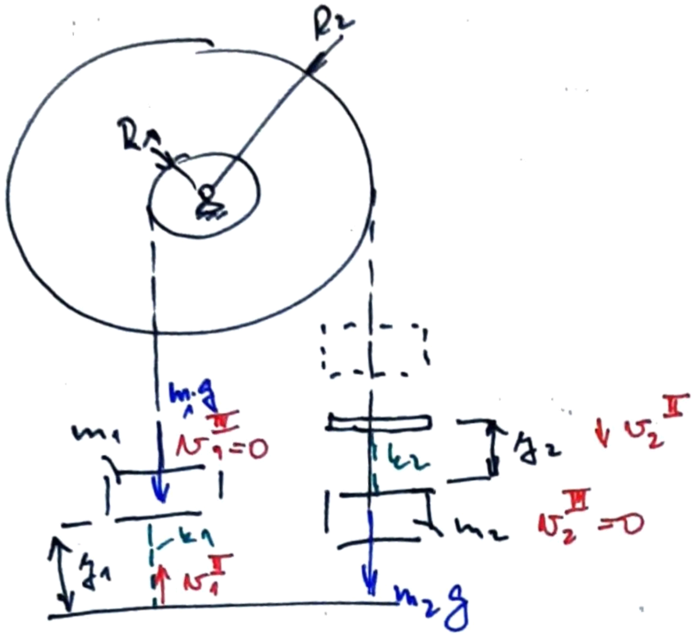
$$b^{II} = m_1 v_1^{II} R_1 + m_2 v_2^{II} R_2$$

z kin. $v_1^{II} = R_1 \omega \quad v_2^{II} = R_2 \cdot \omega \rightarrow \frac{v_1^{II}}{R_1} = \frac{v_2^{II}}{R_2} \rightarrow v_2^{II} = v_1^{I} \cdot \frac{R_2}{R_1}$

$$b^{I} = b^{II}$$

$$m_2 \sqrt{2gh} \cdot \cancel{R_2} = m_1 v_1^{II} \frac{R_1}{R_2} + m_2 \cdot v_1^{II} \frac{R_2}{R_1} \cdot \cancel{R_2}$$

$$v_1^{II} = \frac{m_2 \sqrt{2gh}}{m_1 \frac{R_1}{R_2} + m_2 \frac{R_2}{R_1}} \qquad v_2^{II} = \frac{m_2 \sqrt{2gh}}{m_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 + m_2}$$



Z VĚTY O ZMĚNĚ KIN. ENERGIE

vše se pohybuje pouze svisle

$$k_2 - k_1 = \int F\,dy$$

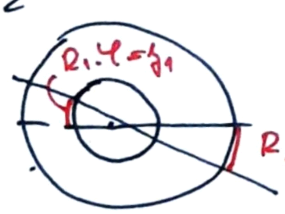
$k_2 = 0$ – poloha III, vše stojí!

$$k_1 = \frac{1}{2} m_1 (v_1^{II})^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2^{II})^2$$

$$\int_{(k_1,k_2)} \vec{F}\,dy = \oint_{(k_1)} F_1\,dy + \oint_{(k_2)} F_2\,dy = \int_0^{y_1} (-m_1 g)\,dy + \int_{y_2}^{0} (-m_2 g)\,dy$$

dvě trajektorie

$$-\frac{1}{2} m_1 (v_1^{II})^2 - \frac{1}{2} m_2 (v_2^{II})^2 = -m_1 g y_1 + m_2 g y_2$$



$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{R_2 \varphi}{R_1 \varphi} = \frac{R_2}{R_1} \to y_2 = y_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$-\frac{1}{2} m_1 (v_1^{II})^2 - \frac{1}{2} m_2 (v_2^{II})^2 = -m_1 g y_1 + m_2 g y_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$y_1 = \frac{-\frac{1}{2} m_1 (v_1^{II})^2 - \frac{1}{2} m_2 (v_2^{II})^2}{-m_1 g + m_2 g \frac{R_2}{R_1}}$$