

Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci

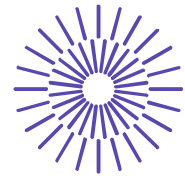
Specifický cíl A3: Tvorba nových profesně zaměřených studijních programů

NPO_TUL_MSMT-16598/2022



Časové řady – část 2

Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D.



Klouzavé průměry

- *adaptivní přístup* k modelování trendu ČŘ.
- rozsah období, v jehož rámci bude ČŘ vyrovnána, je výrazně kratší než období, za něž máme ČŘ k dispozici.
- tzv. *modely s proměnlivými parametry*.
- posloupnost empirických pozorování nahradíme řadou průměrů z těchto pozorování vypočtených.
- každý z těchto průměrů reprezentuje určitou skupinu pozorování.
- při postupném výpočtu průměrů postupujeme (kloužeme) vždy o jedno pozorování kupředu, přičemž nejstarší (tj. první) pozorování z dané skupiny vypouštíme.

! V prvé řadě je třeba stanovit počet pozorování, z nichž vypočteme jednotlivé klouzavé průměry (m).

Klouzavá část období interpolace (m): časový interval délky $m = 2p + 1$, který se posunuje po časové ose vždy o jednotku.

Volba délky klouzavé části období interpolace:

- nelze stanovit exaktními statistickými postupy.
- stanovujeme především na základě věcné analýzy (heuristicky).
- přednost dáváme průměrům nižšího řádu.
- u neperiodických ČŘ se nejčastěji volí délka klouzavé části 3, 5, 7.
- u ČŘ s periodickou složkou je délka klouzavých průměrů rovna periodě sezónních nebo cyklických výkyvů.

Identifikace jednotlivých klouzavých částí:

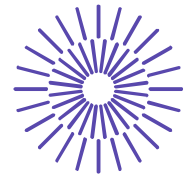
- jednotlivé klouzavé části reprezentujeme jejich středními body (angl. *target*).
- je-li m liché číslo, pak střední bod klouzavé části je číslo celé (t).
- je-li m sudé číslo, pak střední bod klouzavé části není celé číslo ($t + 0,5$).

Prosté klouzavé průměry

Předpoklad: na klouzavých částech o rozsahu $m = 2p + 1$ je definován lineární trend.

$$\bar{y}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=-p}^p y_{t,i} = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t+p-1} + y_{t+p}}{m}, \quad t = p+1, p+2, \dots, n-p.$$

- střední body klouzavých částí jsou celá čísla (t).
- při tomto postupu zůstane p hodnot na začátku ČŘ a p hodnot na konci ČŘ nevyrovnáno.



Vážené klouzavé průměry

Předpoklad: na klouzavých částech o rozsahu $m = 2p + 1$ je definován parabolický trend.

$$\bar{y}_t = \sum_{i=-p}^p W_i y_{t,i}, \quad t = p+1, p+2, \dots, n-p,$$

kde

$$W_i = \frac{3}{4m(m^2 - 4)} (3m^2 - 7 - 20i^2), \quad i = -p, \dots, -1, 0, 1, \dots, p.$$

Pro váhy platí: $\sum_{i=-p}^p W_i = 1$ a $W_i = W_{-i}$, tj. váhy jsou symetrické.

Centrované klouzavé průměry

- jsou speciálním případem vážených klouzavých průměrů.
- používáme je v případě, že rozsah klouzavé části je číslo *sudé*.
- střední body klouzavých částí již nejsou celá čísla, proto nelze přímo přiřadit hodnoty klouzavých průměrů k empirickým pozorováním ČŘ.

Postup výpočtu:

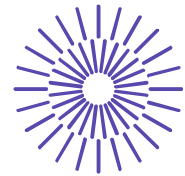
- první vypočtený klouzavý průměr přiřadíme střednímu bodu t , který není celočíselný.
- další klouzavý průměr přiřadíme střednímu bodu $t+1$, který opět není celočíselný.
- celočíselný, tedy interpretovatelný, je bod $t+0,5$, který leží mezi body t a $t+1$.
- hodnotu klouzavého průměru, odpovídající bodu $t+0,5$, vypočteme jako aritmetický průměr dvou sousedních klouzavých průměrů.

Např. čtyřčlenný centrovaný klouzavý průměr:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) + \frac{1}{4} (y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \right] = \frac{1}{8} (y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 + y_5)$$

Je možno použít vyjádření formou operátoru: $\frac{1}{8} [1, 2, 2, 2, 1]$.

Význam klouzavých průměrů: především při očišťování ČŘ od sezónních vlivů (viz další výklad).



Popis sezónní složky

- sezónní složka = periodicky se opakující obousměrné odchylky hodnot ČŘ od trendu.
- délka periody je maximálně jeden rok.
- oscilace vznikají v důsledku přímých či nepřímých příčin, které se rok co rok pravidelně opakují v důsledku koloběhu Země kolem Slunce (klimatické vlivy, zprostředkované vlivy – společenské standardy a zvyklosti ve stereotypch chování lidí, např. dovolené, víkendy, prázdniny, Vánoce)
- nejprve je třeba zjistit, zda ČŘ reálně vykazuje sezónní výkyvy (např. věcným rozbořem).

Další postup:

1. kvantifikace sezónních výkyvů.
2. očištění ČŘ, tj. vyloučení sezónní složky.

Cíl sezónního očištění:

- odkrytí základní dynamiky vývoje zkoumaných jevů.
- umožnění bezprostředního srovnání vývoje v jednotlivých sezónách v rámci roku.

1. Model konstantní sezónnosti (aditivní model):

$$y_{ij} = T_{ij} + S_{ij} + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, r.$$

kde i označuje pořadí roku

j označuje dílčí období v rámci roku (sezóny).

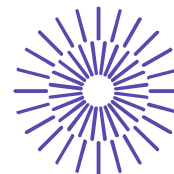
Kvantifikace sezónních výkyvů:

1. empirické sezónní rozdíly (odchylky) = $y_{ij} - \hat{T}_{ij}$;
2. průměrné sezónní rozdíly;
3. standardizované sezónní rozdíly (= sezónní faktory rozdílové).

Standardizace (normování): součet sezónních rozdílů v rámci roku musí být roven 0, tzn. v rámci roku se sezónní výkyvy kompenzují.

2. Model proporcionální sezónnosti (multiplikativní model):

$$y_{ij} = T_{ij} \cdot S_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, r.$$

**Kvantifikace sezónních výkyvů:**

1. empirické sezónní indexy = $\frac{y_{ij}}{\hat{T}_{ij}}$;

2. průměrné sezónní indexy;

3. standardizované sezónní indexy (= sezónní faktory indexní).

Standardizace (normování): součet sezónních indexů v rámci roku musí být roven r , tzn. v rámci roku se sezónní výkyvy kompenzují.

Sezónní očišťování:

1. vyrovnání ČŘ klouzavými průměry vhodného typu (možno i jiným způsobem, např. trendovou funkcí).
2. výpočet sezónních faktorů (rozdílových nebo indexních).
3. očištění údajů původní ČŘ:
 - a) *model konstantní sezónnosti:* od hodnot původní ČŘ **odečteme** příslušný rozdílový sezónní faktor.
 - b) *model proporcionální sezónnosti:* hodnoty původní ČŘ **vydělíme** příslušným indexním sezónním faktorem.