

Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci

Specifický cíl A3: Tvorba nových profesně zaměřených studijních programů

NPO_TUL_MSMT-16598/2022



Téma 4: Příklad 2 – Poissonovo rozdělení

Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D.

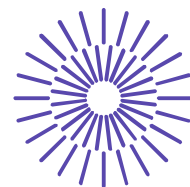


Financováno
Evropskou unií
NextGenerationEU



Národní
plán
obnovy

MSMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Zadání příkladu:

Bylo zjištěno, že na 1 000 m tkaniny je v průměru 5 kazů. Pro expedici jsou připraveny stometrové balíky tkaniny. Stanovte pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík:

- bude bez kazu
- bude mít méně než tři kazy
- bude mít nejméně dva kazy.

Řešení příkladu:

Náhodná veličina X je počet kazů na 100 m tkaniny. Vhodným modelem pro tuto náhodnou veličinu je Poissonovo rozdělení $Po(\lambda)$.

Stanovení parametru λ :

Na 1000 m tkaniny je v průměru 5 kazů. Na 100 m tkaniny je tedy v průměru 0,5 kazu.

$$\lambda = 0,5$$

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}$$

a) $\lambda = 0,5$; $x = 0$

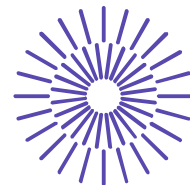
$$P(X = 0) = P(0) = e^{-0,5} \cdot \frac{0,5^0}{0!} \doteq 0,6065$$

b) $\lambda = 0,5$; $x = 3$

$$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = e^{-0,5} \cdot \frac{0,5^0}{0!} + e^{-0,5} \cdot \frac{0,5^1}{1!} + e^{-0,5} \cdot \frac{0,5^2}{2!} = 0,6065307 + 0,3032653 + 0,0758163 \doteq 0,9856$$

c) $\lambda = 0,5$; $x = 2$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(0) + P(1)] = 1 - (0,6065307 + 0,3032653) \doteq 0,0902$$

**Interpretace:**

- a) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude vzkazu, je 60,65 %. Tato pravděpodobnost je spíše větší.
- b) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude mít méně než tři kazy, je 98,56 %. Tato pravděpodobnost je značně velká.
- c) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude mít nejméně dva kazy, je 9,02 %. Tato pravděpodobnost je malá.

SPSS 28:

Nejprve je třeba do prázdného datového listu zadat alespoň jednu číslici, jinak nebude žádná procedura fungovat!

Transform – Compute Variable

a) $P(X = 0)$

Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (P0).

V poli *Function Group* vybrat položku PDF & Noncentral PDF.

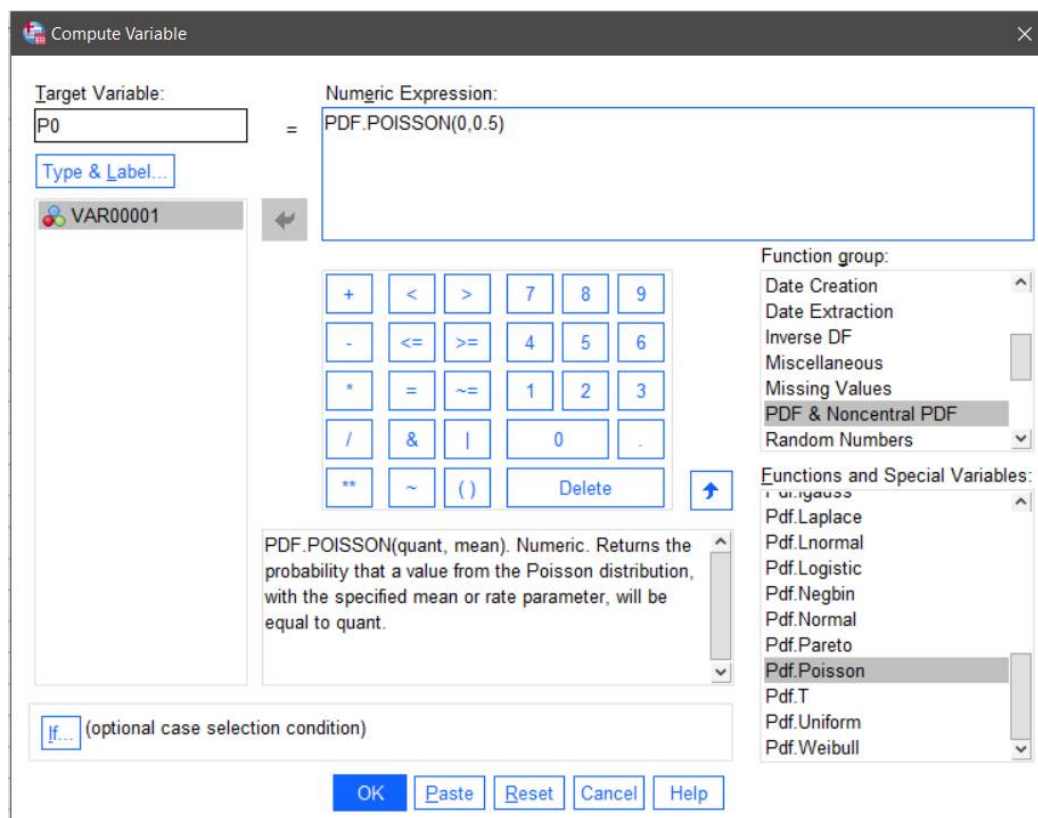
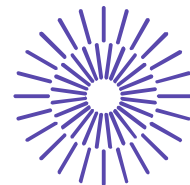
V poli *Function and Special Variables* vybrat položku Pdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně *Numeric Expression* zadat místo otazníků postupně hodnoty x , λ (0, 0.5).

$$P(X = 0) \doteq 0,6065$$

Pozn 1: parametry zadávat vždy s desetinnou tečkou.

Pozn. 2: v datovém listu se v proměnné P0 objeví vypočtená pravděpodobnost. Vždy je zaokrouhlená pouze na dvě desetinná místa, pro více desetinných míst je třeba pole rozkliknout.



$$b) P(X < 3)$$

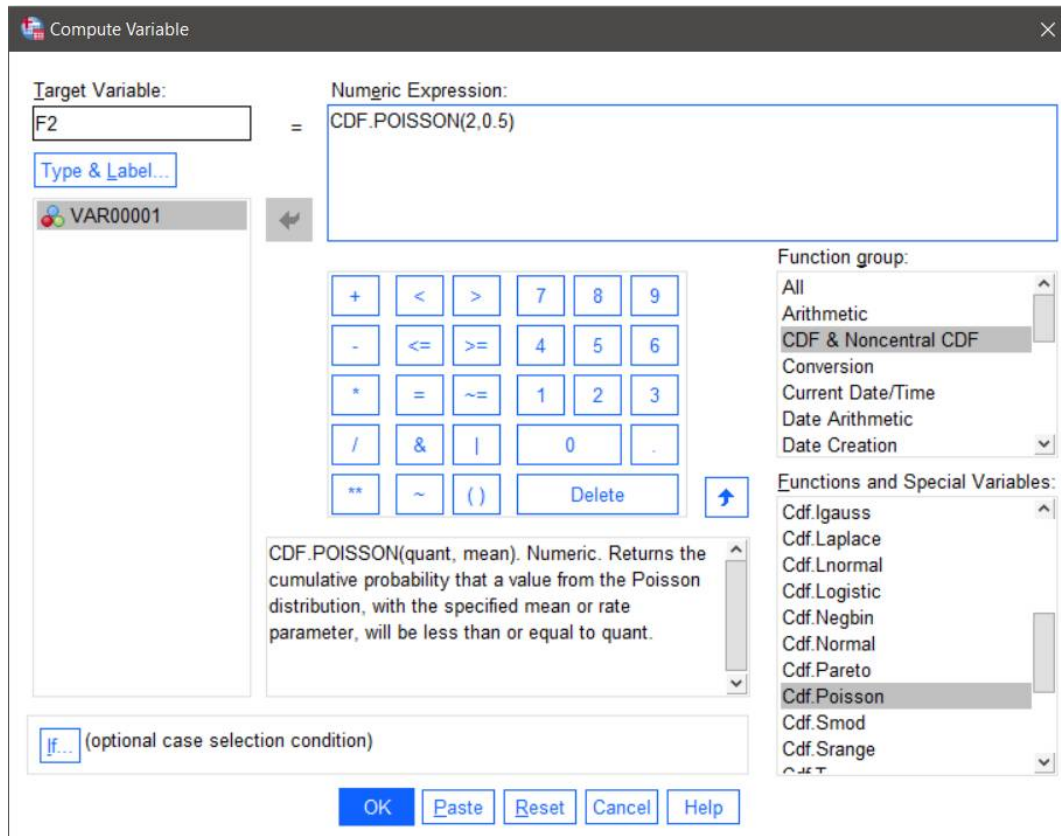
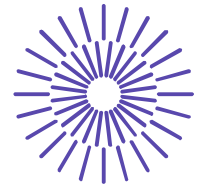
Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (F2).

V poli *Function Group* vybrat položku CDF & Noncentral CDF.

V poli *Function and Special Variables* vybrat položku Cdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně *Numeric Expression* zadat místo otazníků postupně hodnoty x , λ (2, 0.5).

$$P(X < 3) = P(X \leq 2) = F(2) = 0,9856$$



c) $P(X \geq 2)$

Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (F1).

V poli *Function Group* vybrat položku CDF & Noncentral CDF.

V poli *Function and Special Variables* vybrat položku Cdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně *Numeric Expression* zadat místo otazníků postupně hodnoty x , λ (1, 0.5).

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0,9098 = 0,0902$$