

Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci

Specifický cíl A3: Tvorba nových profesně zaměřených studijních programů

NPO_TUL_MSMT-16598/2022



Téma 4: Příklad 2 – Poissonovo rozdělení

Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D.



Financováno Evropskou unií NextGenerationEU







Zadání příkladu:

Bylo zjištěno, že na 1 000 m tkaniny je v průměru 5 kazů. Pro expedici jsou připraveny stometrové balíky tkaniny. Stanovte pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík:

- a) bude bez kazu
- b) bude mít méně než tři kazy
- c) bude mít nejméně dva kazy.

Řešení příkladu:

Náhodná veličina X je počet kazů na 100 m tkaniny. Vhodným modelem pro tuto náhodnou veličinu je Poissonovo rozdělení $Po(\lambda)$.

Stanovení parametru λ :

Na 1000 m tkaniny je v průměru 5 kazů. Na 100 m tkaniny je tedy v průměru 0,5 kazu.

$$\lambda = 0,5$$

Pravděpodobnostní funkce:

$$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}$$

a) $\lambda = 0,5; x = 0$

$$P(X = 0) = P(0) = e^{-0.5} \cdot \frac{0.5^{\circ}}{0!} \doteq 0.6065$$

b)
$$\lambda = 0.5; x = 3$$

 $P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = e^{-0.5} \cdot \frac{0.5^0}{0!} + e^{-0.5} \cdot \frac{0.5^1}{1!} + e^{-0.5} \cdot \frac{0.5^2}{2!} = 0.6065307 + 0.3032653 + 0.0758163 \doteq 0.9856$

c) $\lambda = 0.5; x = 2$ $P(X \ge 2) = 1 - P(X \le 1) = 1 - [P(0) + P(1)] = 1 - (0.6065307 + 0.3032653) \doteq 0.0902$

Financováno Evropskou unií NextGenerationEU





TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI



Interpretace:

- a) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude vzkazu, je 60,65 %. Tato pravděpodobnost je spíše větší.
- b) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude mít méně než tři kazy, je 98,56 %. Tato pravděpodobnost je značně velká.
- c) Pravděpodobnost, že náhodně vybraný balík bude mít nejméně dva kazy, je 9,02 %. Tato pravděpodobnost je malá.

SPSS 28:

Nejprve je třeba do prázdného datového listu zadat alespoň jednu číslici, jinak nebude žádná procedura fungovat!

Transform - Compute Variable

a)
$$P(X=0)$$

Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (P0).

V poli Function Group vybrat položku PDF & Noncentral PDF.

V poli Function and Special Variables vybrat položku Pdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně Numeric Expression zadat místo otazníků postupně hodnoty x, λ (0, 0.5).

$P(X=0) \doteq 0,6065$

Pozn 1: parametry zadávat vždy s desetinnou tečkou.

Pozn. 2: v datovém listu se v proměnné P0 objeví vypočtená pravděpodobnost. Vždy je zaokrouhlená pouze na dvě desetinná místa, pro více desetinných míst je třeba pole rozkliknout.







TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI



🔄 Compute Variable		×							
<u>I</u> arget Variable: P0 Type & Label	Numeric Expression: PDF.POISSON(0,0.5)								
🗞 VAR00001	★ + < > 7 8 9 - <= >= 4 5 6 * = ~= 1 2 3 / & 1 0 . ** ~ () Delete	Function group: Date Creation Date Extraction Inverse DF Miscellaneous Missing Values PDF & Noncentral PDF Random Numbers							
[f] (optional case selec	PDF.POISSON(quant, mean). Numeric. Returns the probability that a value from the Poisson distribution, with the specified mean or rate parameter, will be equal to quant.	Pdf.Laplace Pdf.Lnormal Pdf.Logistic Pdf.Negbin Pdf.Pareto ✓ Pdf.Poisson Pdf.T Pdf.Uniform Pdf.Weibull							

b) P(X < 3)

Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (F2).

V poli Function Group vybrat položku CDF & Noncentral CDF.

V poli Function and Special Variables vybrat položku Cdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně Numeric Expression zadat místo otazníků postupně hodnoty x, λ (2, 0.5).

 $P(X < 3) = P(X \le 2) = F(2) = 0,9856$







TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI



🍓 Compute Variable										×
<u>T</u> arget Variable: F2 Type & <u>L</u> abel	=	Num <u>e</u> r CDF.P	ic Expr OISSO	ession: N(2,0.5)					
💑 VAR00001	44	_								
	Function group:									
		+	<	>	7	8	9		All Arithmetic	^
		-	<=	>=	4	5	6		CDF & Noncentral CDF	
		*	=	~=	1	2	3		Current Date/Time	
		1	&	-	0			1	Date Creation	~
	** ~ () Delete 🗲							Eunctions and Special Variables:		
	CDF.POISSON(quant, mean). Numeric. Returns the cumulative probability that a value from the Poisson distribution, with the specified mean or rate parameter, will be less than or equal to quant.							Cdf.Igauss Cdf.Laplace Cdf.Logistic Cdf.Logistic Cdf.Negbin Cdf.Normal Cdf.Pareto Cdf.Poisson		
[f] (optional case selec	tion con	dition)							Cdf.Srange	~
		OF	C P	aste	<u>R</u> eset	Can	cel	Help		

c) $P(X \ge 2)$

Do Target Variable zadat název proměnné, do které SPSS uloží výsledek (F1).

V poli Function Group vybrat položku CDF & Noncentral CDF.

V poli Function and Special Variables vybrat položku Cdf.Poisson a dvakrát na ni kliknout.

V okně Numeric Expression zadat místo otazníků postupně hodnoty x, λ (1, 0.5).

 $P(X \ge 2) = 1 - P(X \le 1) = 1 - F(1) = 1 - 0,9098 = 0,0902$

Financováno Evropskou unií NextGenerationEU



