

Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci

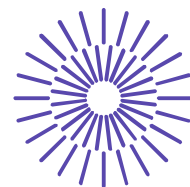
Specifický cíl A3: Tvorba nových profesně zaměřených studijních programů

NPO_TUL_MSMT-16598/2022



Téma 10: Příklad 1 – základní charakteristiky časových řad

Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D.



Zadání příkladu:

Máme k dispozici údaje o počtu dopravních nehod v ČR v letech 2007-2018. Charakterizujte vývoj počtu dopravních nehod pomocí:

- prvních diferencí,
- průměrného absolutního přírůstku,
- koeficientů růstu,
- průměrného koeficientu růstu.

Všechny výsledky interpretujte!

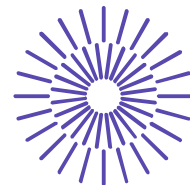
Doplňte též hodnoty druhých a třetích diferencí.

Rok	Počet nehod
2007	182 736
2008	160 376
2009	74 815
2010	75 522
2011	75 137
2012	81 404
2013	84 398
2014	85 859
2015	93 067
2016	98 864
2017	103 821
2018	104 764

Zdroj: Ročenka nehodovosti na pozemních komunikacích za rok 2018

Řešení příkladu:

Všechny požadované charakteristiky časových řad je poměrně jednoduché spočítat i na kalkulačce, proto je zde uveden postup ručního výpočtu a následně i pomocí programu SPSS (pro ty charakteristiky, které je možné tam spočítat).



- a) První diference jsou konstruovány jako rozdíl hodnoty ukazatele v časovém okamžiku t a hodnoty ukazatele v okamžiku bezprostředně předcházejícím časovému okamžiku t , tedy $t-1$: $\Delta_t^{(1)} = y_t - y_{t-1}$. Hodnoty všech počítaných charakteristik budou doplněny postupně do následující tabulky. První řádek zůstane nevyplněn, protože hodnota t je rok 2007 a předcházející údaj není k dispozici. Tečka v řádku značí, že údaj existuje, ale nejsou k dispozici data k jeho výpočtu.

Další hodnota je vypočtena jako $\Delta_2^{(1)} = y_2 - y_1 = 160376 - 182736 = -22360$.

Tímto způsobem pokračujeme dále: $\Delta_3^{(1)} = y_3 - y_2 = 74815 - 160376 = -85561$.

$$\Delta_4^{(1)} = y_4 - y_3 = 75522 - 74815 = 707$$

$$\Delta_5^{(1)} = y_5 - y_4 = 75137 - 75522 = -385$$

$$\Delta_6^{(1)} = y_6 - y_5 = 81404 - 75137 = 6267$$

$$\Delta_7^{(1)} = y_7 - y_6 = 84398 - 81404 = 2994$$

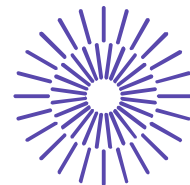
$$\Delta_8^{(1)} = y_8 - y_7 = 85859 - 84398 = 1461$$

$$\Delta_9^{(1)} = y_9 - y_8 = 93067 - 85859 = 7208$$

$$\Delta_{10}^{(1)} = y_{10} - y_9 = 98864 - 93067 = 5797$$

$$\Delta_{11}^{(1)} = y_{11} - y_{10} = 103821 - 98864 = 4957$$

$$\Delta_{12}^{(1)} = y_{12} - y_{11} = 104764 - 103821 = 943$$



t	Rok	Počet nehod y_t	$\Delta_t^{(1)}$
1	2007	182 736	•
2	2008	160 376	-22 360
3	2009	74 815	-85 561
4	2010	75 522	707
5	2011	75 137	-385
6	2012	81 404	6 267
7	2013	84 398	2 994
8	2014	85 859	1 461
9	2015	93 067	7 208
10	2016	98 864	5 797
11	2017	103 821	4 957
12	2018	104 764	943
Celkem			-77972

Interpretace:

Počet nehod v ČR se v roce 2008 snížil oproti roku 2007 o 22 360.

Počet nehod v ČR se v roce 2009 snížil oproti roku 2008 o 85 561.

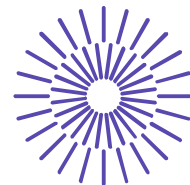
Počet nehod v ČR se v roce 2010 zvýšil oproti roku 2009 o 707.

Počet nehod v ČR se v roce 2011 snížil oproti roku 2010 o 385.

Počet nehod v ČR se v roce 2012 zvýšil oproti roku 2011 o 6267.

atp.





- b) Průměrný absolutní přírůstek je možné vyjádřit jako průměr prvních diferencí (tj. součet prvních diferencí dělených jejich počtem) nebo jako rozdíl poslední a první hodnoty časové řady dělený $n-1$. Oba způsoby výpočtu musejí dát pochopitelně stejný výsledek.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{t=2}^n \Delta_t^{(1)}}{n-1} = \frac{-77972}{11} = -7088,364$$

NEBO

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{104764 - 182736}{11} = -7088,364$$

Interpretace:

Počet nehod v ČR se v letech 2007-2018 v průměru snížil o 7088,364 nehody.

- c) Koefficient růstu je konstruován jako podíl hodnoty ukazatele v časovém okamžiku t a hodnoty ukazatele v časovém okamžiku $t-1$.

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

První řádek zůstane opět nevyplněn (jako u prvních diferencí), protože hodnota t je rok 2007 a předcházející údaj není k dispozici. Tečka v řádku značí, že údaj existuje, ale nejsou k dispozici data k jeho výpočtu.

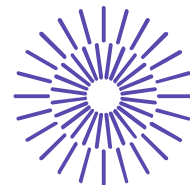
$$k_2 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{160376}{182736} = 0,8776$$

$$k_3 = \frac{y_3}{y_2} = \frac{74815}{160376} = 0,4665$$

$$k_4 = \frac{y_4}{y_3} = \frac{75522}{74815} = 1,0094$$

$$k_5 = \frac{y_5}{y_4} = \frac{75137}{75522} = 0,9949$$

$$k_6 = \frac{y_6}{y_5} = \frac{81404}{75137} = 1,0834$$



$$k_7 = \frac{y_7}{y_6} = \frac{84398}{81404} = 1,0368$$

$$k_8 = \frac{y_8}{y_7} = \frac{85859}{84398} = 1,0173$$

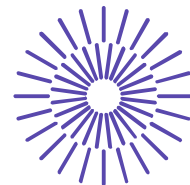
$$k_9 = \frac{y_9}{y_8} = \frac{93067}{85859} = 1,0840$$

$$k_{10} = \frac{y_{10}}{y_9} = \frac{98864}{93067} = 1,0623$$

$$k_{11} = \frac{y_{11}}{y_{10}} = \frac{103821}{98864} = 1,0501$$

$$k_{12} = \frac{y_{12}}{y_{11}} = \frac{104764}{103821} = 1,0091$$

t	Rok	Počet nehod y_t	k_t
1	2007	182 736	•
2	2008	160 376	0,8776
3	2009	74 815	0,4665
4	2010	75 522	1,0094
5	2011	75 137	0,9949
6	2012	81 404	1,0834
7	2013	84 398	1,0368
8	2014	85 859	1,0173
9	2015	93 067	1,0840
10	2016	98 864	1,0623
11	2017	103 821	1,0501
12	2018	104 764	1,0091

**Interpretace:**

Počet nehod v ČR se v roce 2008 snížil oproti roku 2007 o 12,24 % ($0,8776 \cdot 100 - 100$).

Počet nehod v ČR se v roce 2009 snížil oproti roku 2008 o 53,35 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2010 zvýšil oproti roku 2009 o 0,94 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2011 snížil oproti roku 2010 o 0,51 %.

Počet nehod v ČR se v roce 2012 zvýšil oproti roku 2011 o 8,34 %.

atp.

- d) Průměrný koeficient růstu je konstruován jako geometrický průměr koeficientů růstu. Lze ale také vypočítat jako $n-1$ ní odmocnina z podílu poslední a první hodnoty časové řady.

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n}$$

$$\bar{k} = \sqrt[11]{0,8776 \cdot 0,4665 \cdot 1,0094 \cdot \dots \cdot 1,0091} = 0,9507$$

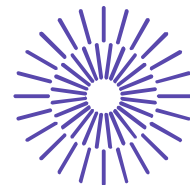
NEBO

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$\bar{k} = \sqrt[11]{\frac{104764}{182736}} = 0,9507$$

Interpretace:

Počet nehod v ČR se v letech 2007-2018 v průměru snížil o 4,93 %.



Druhé a třetí difference

Druhé difference jsou definovány jako rozdíl sousedních prvních diferencí.

$$\Delta_t^{(2)} = \Delta_t^{(1)} - \Delta_{t-1}^{(1)}$$

První dva údaje není možné z dat, která máme k dispozici, vypočítat, proto opět píšeme do prvních dvou řádků puntík. Další hodnoty vypočítáme následovně:

$$\Delta_3^{(2)} = \Delta_3^{(1)} - \Delta_2^{(1)} = -85561 - (-22360) = -63201$$

$$\Delta_4^{(2)} = \Delta_4^{(1)} - \Delta_3^{(1)} = 707 - (-85561) = 86268$$

$$\Delta_5^{(2)} = \Delta_5^{(1)} - \Delta_4^{(1)} = -385 - 707 = -1092$$

$$\Delta_6^{(2)} = \Delta_6^{(1)} - \Delta_5^{(1)} = 6267 - (-385) = 6652$$

$$\Delta_7^{(2)} = \Delta_7^{(1)} - \Delta_6^{(1)} = 2994 - 6267 = -3273$$

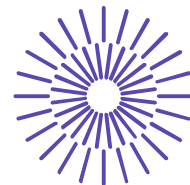
$$\Delta_8^{(2)} = \Delta_8^{(1)} - \Delta_7^{(1)} = 1461 - 2994 = -1533$$

$$\Delta_9^{(2)} = \Delta_9^{(1)} - \Delta_8^{(1)} = 7208 - 1461 = 5747$$

$$\Delta_{10}^{(2)} = \Delta_{10}^{(1)} - \Delta_9^{(1)} = 5797 - 7208 = -1411$$

$$\Delta_{11}^{(2)} = \Delta_{11}^{(1)} - \Delta_{10}^{(1)} = 4957 - 5797 = -840$$

$$\Delta_{12}^{(2)} = \Delta_{12}^{(1)} - \Delta_{11}^{(1)} = 104764 - 103821 = -4014$$



t	Rok	Počet nehod y_t	$\Delta_t^{(1)}$	$\Delta_t^{(2)}$
1	2007	182 736	•	•
2	2008	160 376	-22 360	•
3	2009	74 815	-85 561	-63 201
4	2010	75 522	707	86 268
5	2011	75 137	-385	-1 092
6	2012	81 404	6 267	6 652
7	2013	84 398	2 994	-3 273
8	2014	85 859	1 461	-1 533
9	2015	93 067	7 208	5747
10	2016	98 864	5 797	-1 411
11	2017	103 821	4 957	-840
12	2018	104 764	943	-4014

Třetí diference jsou definovány jako rozdíl sousedních druhých diferencí.

$$\Delta_t^{(3)} = \Delta_t^{(2)} - \Delta_{t-1}^{(2)}$$

První tři údaje není možné z dat, která máme k dispozici, vypočítat, proto opět píšeme do prvních tří řádků puntík. Další hodnoty už je možné spočítat.

$$\Delta_4^{(3)} = \Delta_4^{(2)} - \Delta_3^{(2)} = 86268 - (-63201) = 149469$$

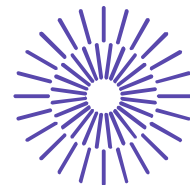
$$\Delta_5^{(3)} = \Delta_5^{(2)} - \Delta_4^{(2)} = -1092 - 86268 = -87360$$

$$\Delta_6^{(3)} = \Delta_6^{(2)} - \Delta_5^{(2)} = 6652 - (-1092) = 7744$$

$$\Delta_7^{(3)} = \Delta_7^{(2)} - \Delta_6^{(2)} = -3275 - 6652 = -9925$$

$$\Delta_8^{(3)} = \Delta_8^{(2)} - \Delta_7^{(2)} = -1533 - (-3275) = 1740$$

$$\Delta_9^{(3)} = \Delta_9^{(2)} - \Delta_8^{(2)} = 5747 - (-1533) = 7280$$



$$\Delta_{10}^{(3)} = \Delta_{10}^{(2)} - \Delta_9^{(2)} = -1411 - 5747 = -7158$$

$$\Delta_{11}^{(3)} = \Delta_{11}^{(2)} - \Delta_{10}^{(2)} = -840 - (-1411) = 571$$

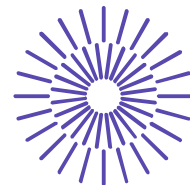
$$\Delta_{12}^{(3)} = \Delta_{12}^{(2)} - \Delta_{11}^{(2)} = -4014 - (-840) = -3174$$

t	Rok	Počet nehod y_t	$\Delta_t^{(2)}$	$\Delta_t^{(3)}$
1	2007	182 736	•	•
2	2008	160 376	•	•
3	2009	74 815	-63 201	•
4	2010	75 522	86 268	149 469
5	2011	75 137	-1 092	-87 360
6	2012	81 404	6 652	7 744
7	2013	84 398	-3 275	-9 925
8	2014	85 859	-1 533	1 740
9	2015	93 067	5747	7 280
10	2016	98 864	-1 411	-7 158
11	2017	103 821	-840	571
12	2018	104 764	-4014	-3 174

Druhé a třetí diference se využívají při hledání vhodného modelu trendu (je předmětem následujícího tématu).

Řešení v SPSS

Data o počtu nehod vložíme pod sebe do jednoho sloupce:



Pocet_nehod
182736
160376
74815
75522
75137
81404
84398
85859
93067
98864
103821
104764

Zvolíme **Transform – Create Time Series** a vstupní panel vyplníme následovně:

Create Time Series

Variable-> New name

Pocet_1=DIFF(Pocet_nehod 1)

Name and Function

Name: Pocet_1 Change

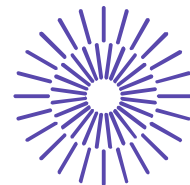
Function: Difference

Order: 1 Span: 1

Current Periodicity: None

OK Paste Reset Cancel Help





Jméno nové proměnné, která se nám zapíše do nového sloupce, se generuje automaticky. K výpočtu prvních diferencí slouží funkce *Difference*. Hodnoty prvních diferencí se zobrazí do nového sloupce vedle původní proměnné:

Pocet_nehod	Pocet_1
182736	-
160376	-22360
74815	-85561
75522	707
75137	-385
81404	6267
84398	2994
85859	1461
93067	7208
98864	5797
103821	4957
104764	943

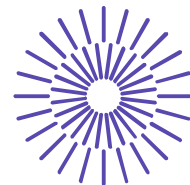
Hodnoty druhých diferencí zjistíme obdobně. Zvolíme opět **Transform – Create Time Series** a vstupní panel vyplníme takto:

Variable-> New name
Pocet_2=DIFF(Pocet_1 1)

Name and Function
Name: Change
Function: Difference
Order: Span:
Current Periodicity: None

OK Paste Reset Cancel Help



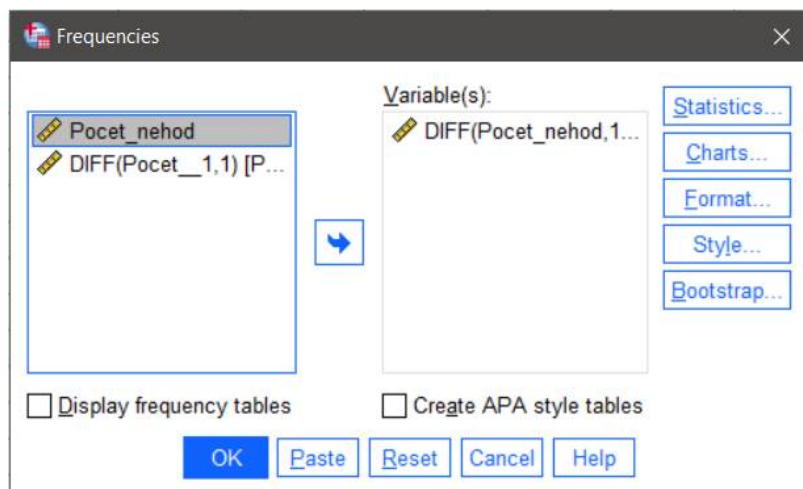


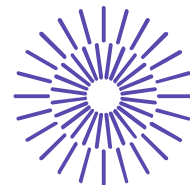
Poznámka: počítáme diference z proměnné DIFF_Pocet_nehod... (diference z prvních diferencí) a název nové vygenerované proměnné změníme na Pocet__2. Druhé diference se objeví v novém sloupečku v datovém listu vedle prvních diferencí:

Pocet_nehod	Pocet__1	Pocet__2
182736	-	-
160376	-22360	-
74815	-85561	-63201
75522	707	86268
75137	-385	-1092
81404	6267	6652
84398	2994	-3273
85859	1461	-1533
93067	7208	5747
98864	5797	-1411
103821	4957	-840
104764	943	-4014

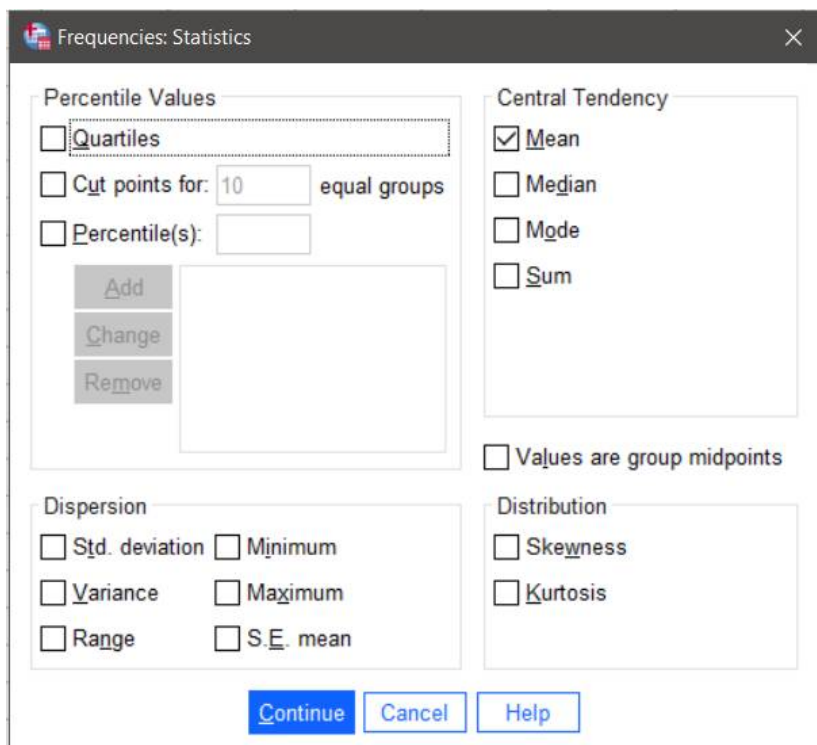
Podobně bychom postupovali i při výpočtu třetích diferencí, jen za vstupní proměnnou bychom dosadili druhé diference.

Pro výpočet průměrného absolutního přírůstku je potřeba zvolit **Analyze – Descriptive Statistics – Frequencies**. Vstupní panel vyplníme takto:





Víme, že průměrný absolutní přírůstek je aritmetickým průměrem prvních diferencí, proto v tlačítkové volbě *Statistics* vybereme položku **Mean**:



Ve výstupu odečteme hodnotu průměrného absolutního přírůstku pod označením Mean:

Statistics

DIFF(Pocet_nehod,1)

N	Valid	11
	Missing	1
Mean		-7088,36

Výpočet meziročních koeficientů růstu a průměrného koeficientu růstu není v SPSS zakomponován.