

## 4. přednáška

# Interakce mezi kapalinou a vláknenným materiálem

Smáčení jednoho vlákna - podmínka dokonalého  
smáčení při započítání Laplaceova tlaku

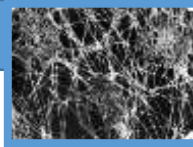
Doc. Ing . Eva Kuželová Košťáková, Ph.D.

Katedra chemie, FP, TUL

[Eva.kostakova@tul.cz](mailto:Eva.kostakova@tul.cz)

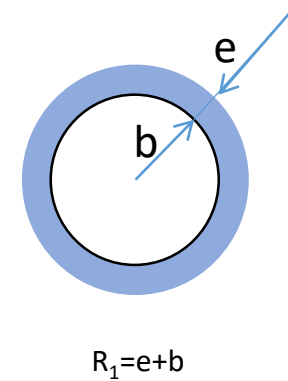
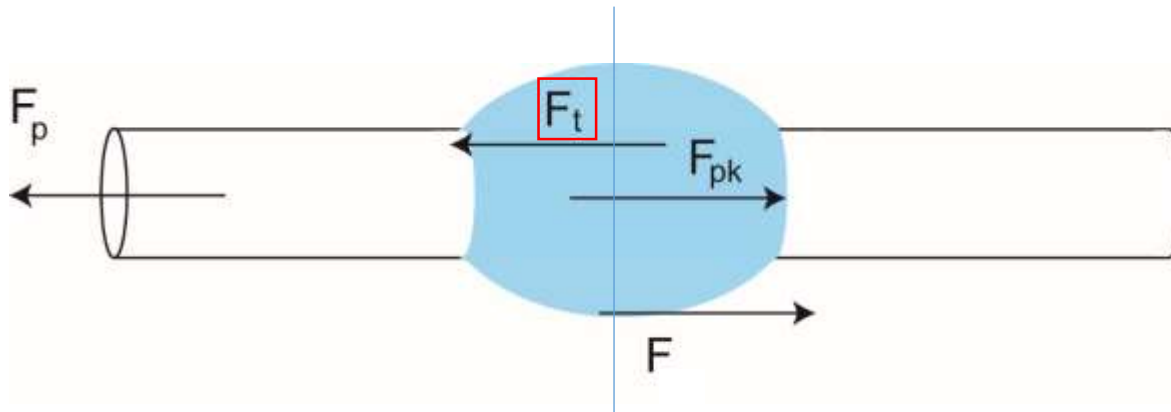
Tel.: 48 535 3489

Budova C, 3. patro



## Smáčení vlákna makroskopickým filmem

Započítán i vliv LAPLACEOVA (KAPILÁRNÍHO) TLAKU  $F_t$



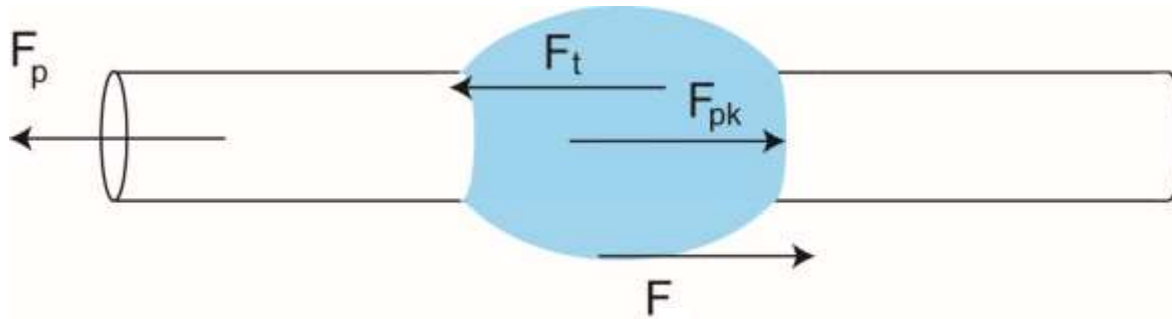
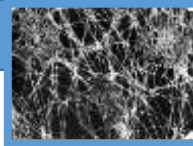
Síly působící podél osy vlákna

$$F_p = 2\pi b \gamma_p$$

$$F_t = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \pi (R_1^2 - b^2)$$

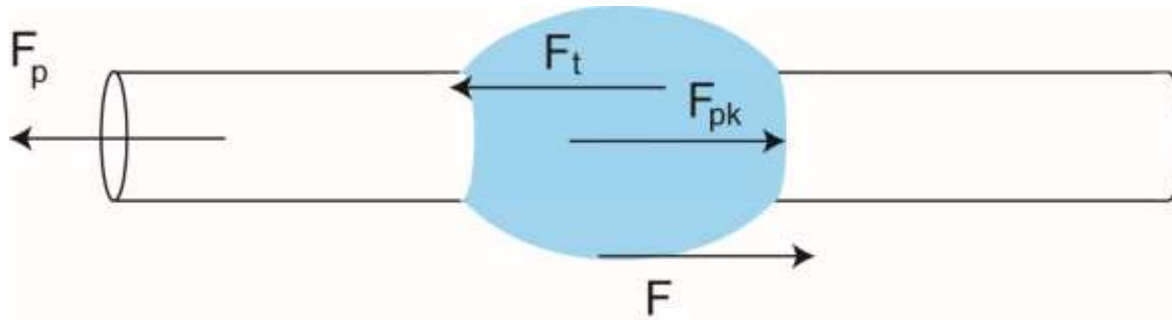
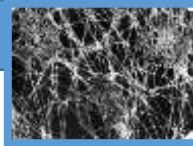
$$F_{kp} = 2\pi b \gamma_{kp}$$

$$F = 2\pi(b+e)\gamma$$



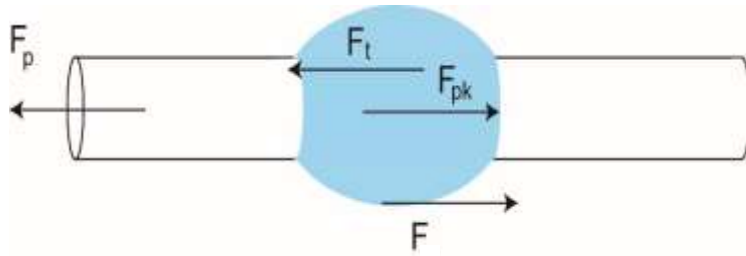
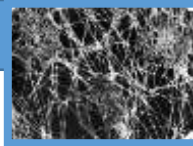
Kapalinové těleso na povrchu vlákna se nachází v rovnováze za následující podmínky rovnováhy sil

$$F_{kp} + F = F_p + F_t$$



Kapalinové těleso na povrchu vlákna se nachází v **rovnováze** za následující podmínky **rovnováhy sil**

$$F_{kp} + F = F_p + F_t$$



$$F_{kp} + F = F_p + F_t$$

$$2\pi b \gamma_{kp} + 2\pi R_1 \gamma = 2\pi b \gamma_p + \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \pi (R_1^2 - b^2)$$

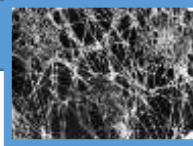
Rovnici výše vydělíme výrazem  $2\pi b$  a vyjádříme pomocí Harkinsonova roztíracího koeficientu

$$S + \gamma = \frac{\gamma}{b} R_1 - \frac{\gamma}{2b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (R_1^2 - b^2)$$

Vztah budeme dále upravovat za předpokladu, že kapalinové těleso je válcovité. Za tohoto předpokladu bude hodnota  $R_2$  nekonečně velká.

$$S = \frac{\gamma(R_1 - b)^2}{2bR_1} = \frac{\gamma(R_1^2 - 2bR_1 + b^2)}{2bR_1} = \gamma \left( \frac{R_1}{2b} + \frac{b}{2R_1} \right) > 0$$

Z této rovnice je patrné, že hodnota roztíracího koeficientu **S** je pro studovaný případ kapalinového tělesa vždy **kladná**.

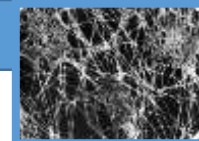


Vyjádříme-li poloměr kapalinového tělesa  $R_1$  pomocí poloměru vlákna  $b$  a tloušťky kapalinového filmu  $e$ , dostaneme po řadě matematických úprav podmínku dokonalého smáčení jednoho vlákna ve tvaru

$$S > \frac{\gamma e^2}{2b(b + e)}$$

Liší o podmínky dokonalého smáčení z minulé přednášky, protože zde se započítává i **vliv Laplaceova tlaku**.

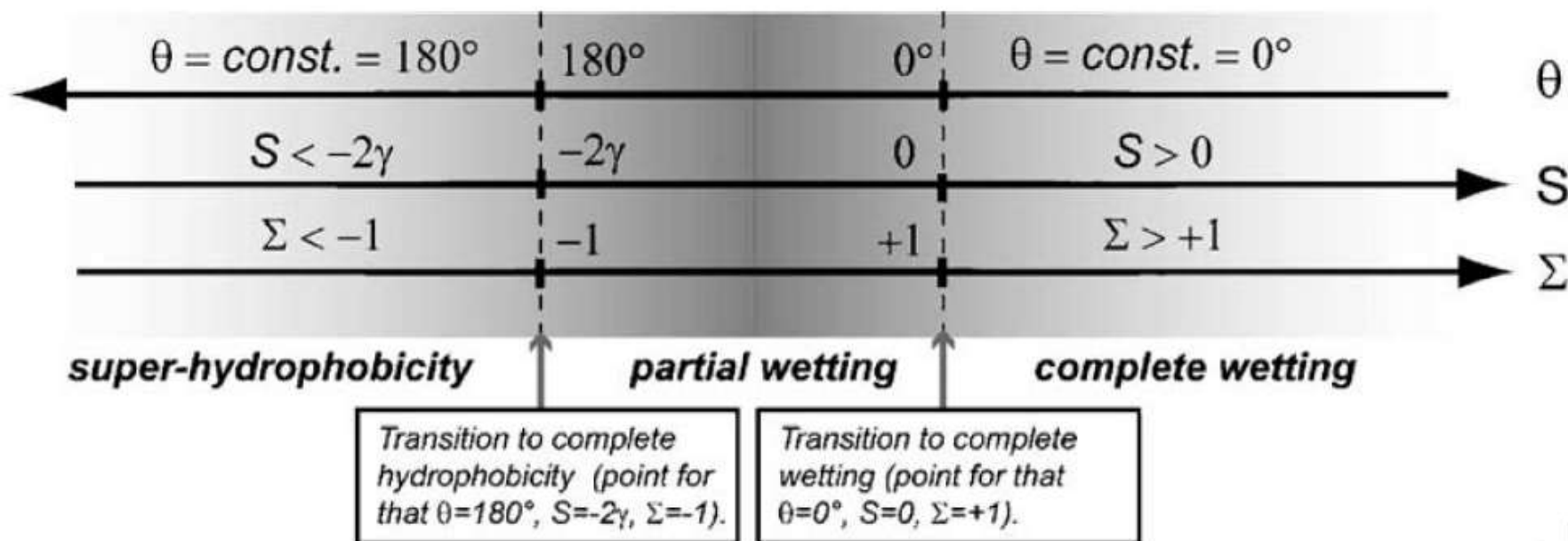
STEJNÉ PODMÍNKY == při započítání kapilárních tlaků == e mohou nabývat v rovnovážných stavech větších hodnot



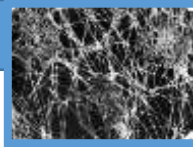
# Superhydrofóbní a superhydrofilní povrchy

## Supernesmáčivé a supersmáčivé povrchy

*D. Lukáš et al. / Physica A 371 (2006) 226–248*

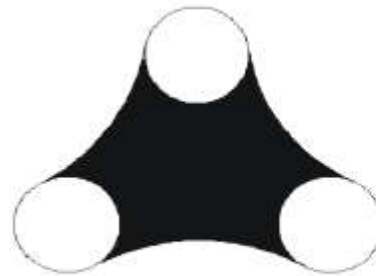
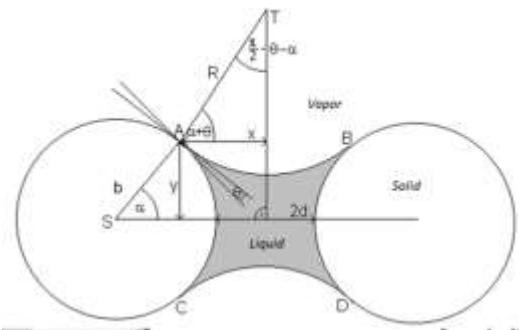


$$\Sigma = \frac{S}{\gamma} + 1$$

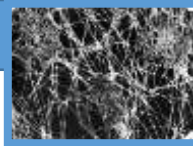


# Interakce mezi kapalinou a vláknenným materiálem

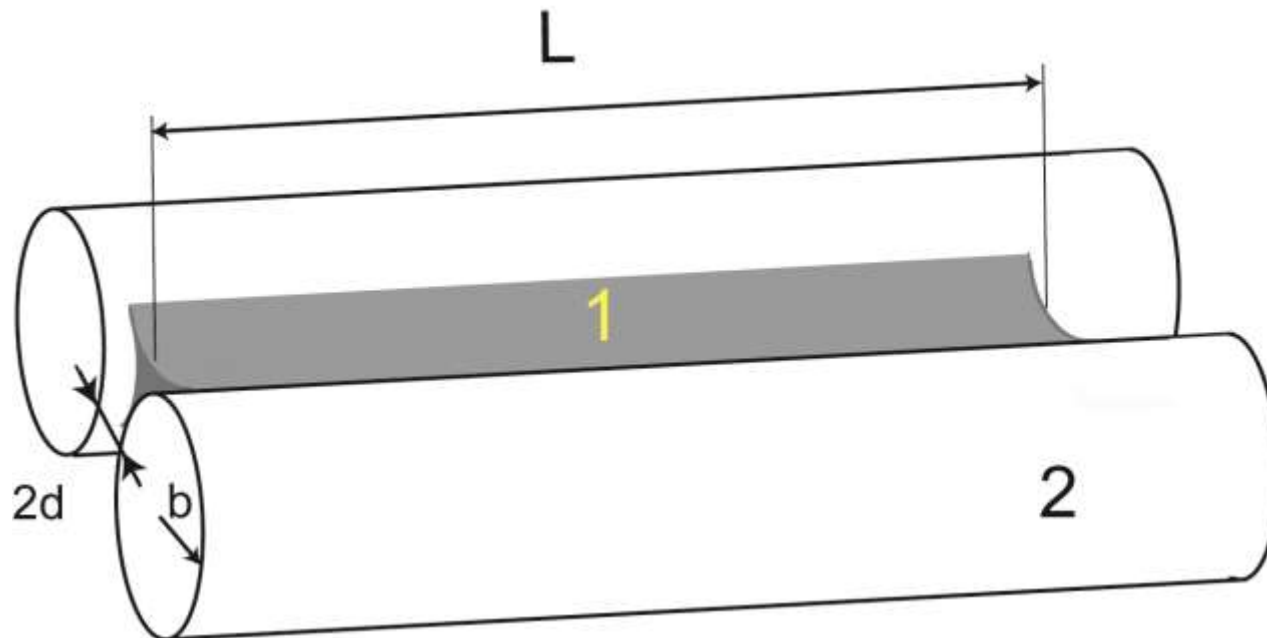
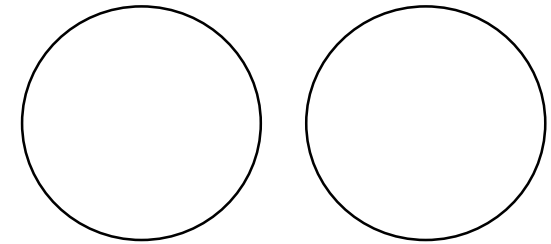
## Smáčení dvou a tří vláken

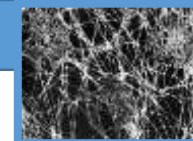






## Smáčení dvou válců – dvou vláken





## Capillary Phenomena in Assemblies of Parallel Cylinders

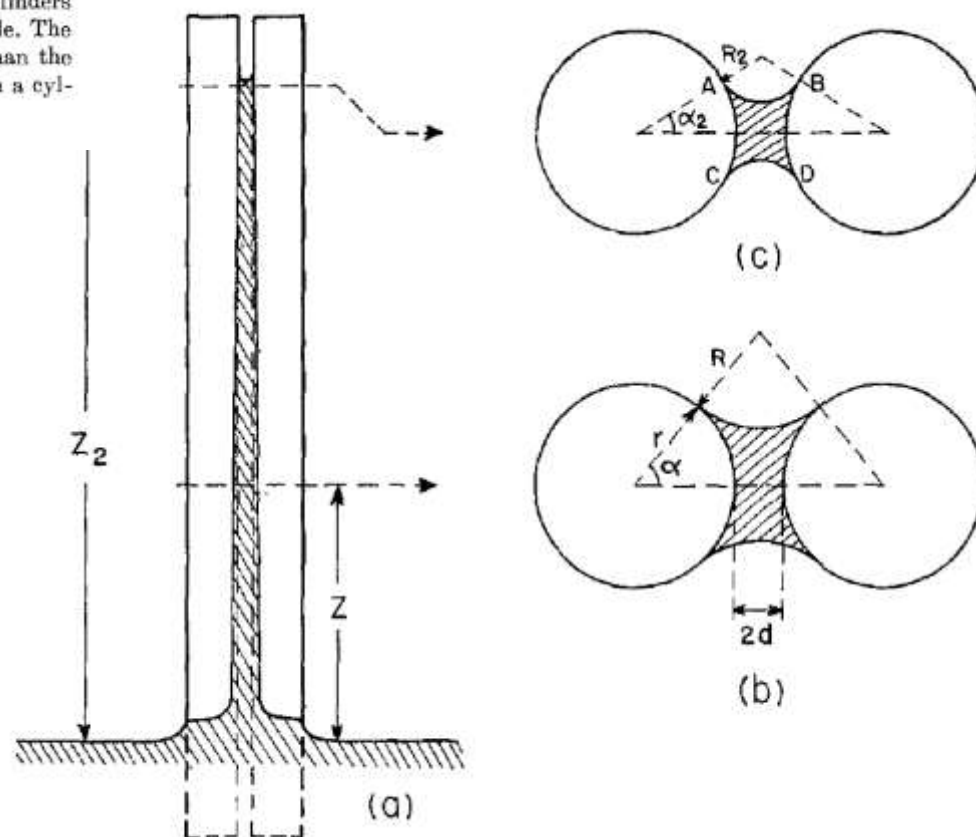
### I. Capillary Rise between Two Cylinders

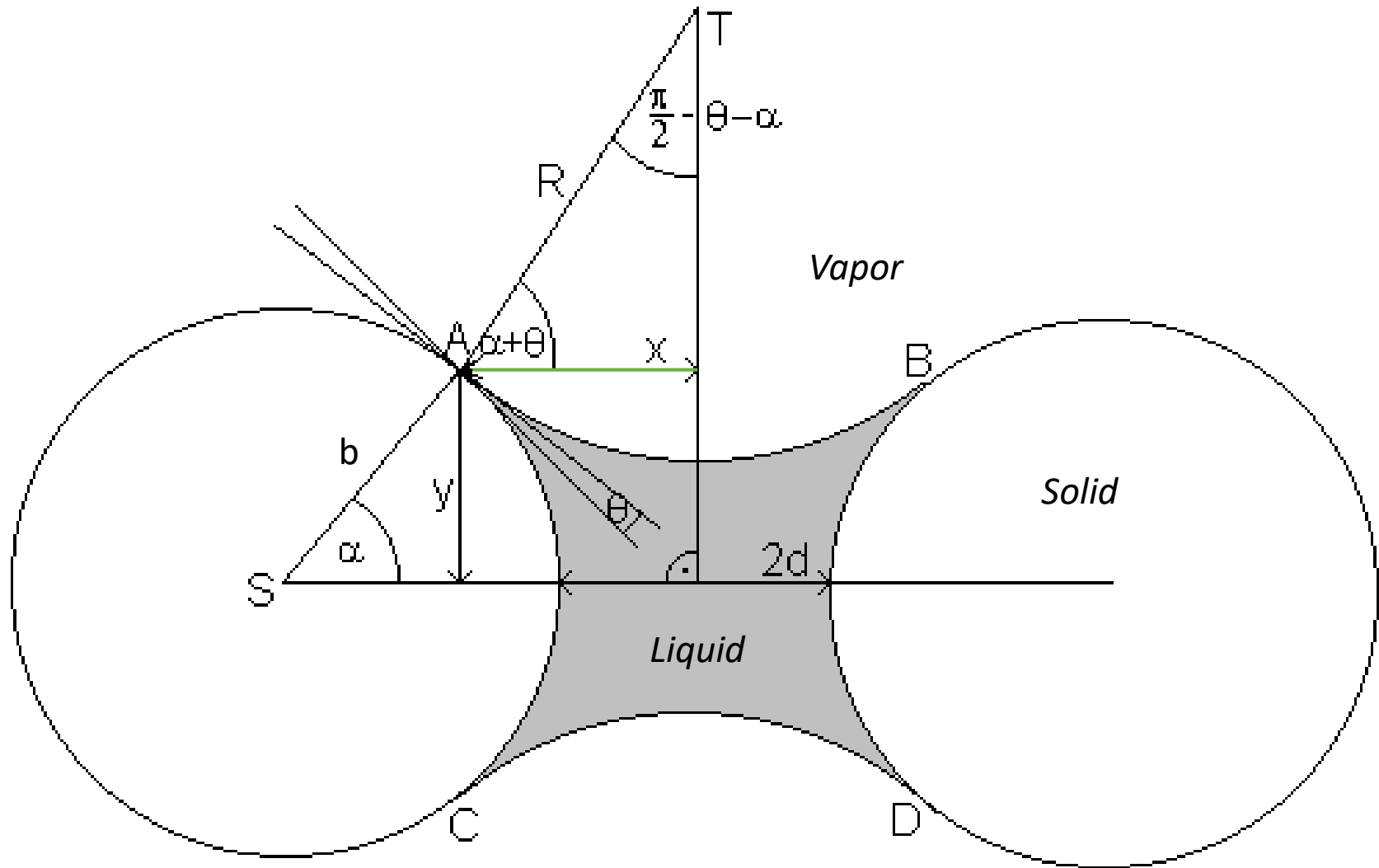
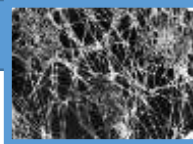
H. M. PRINCEN

*Lever Brothers Company, Research and Development Division, Edgewater, New Jersey 07020*

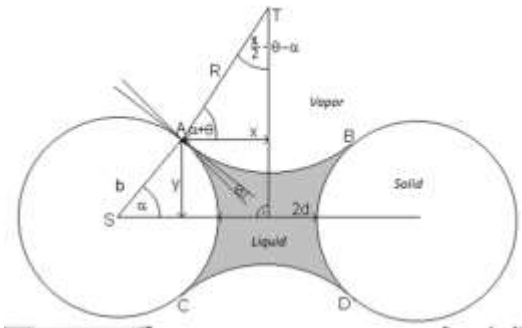
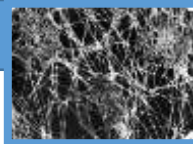
Received October 14, 1968

The capillary rise of liquid in the gap between two closely spaced parallel cylinders has been calculated as a function of distance of separation and contact angle. The solutions are valid only when the height of the meniscus is much greater than the radius of the cylinders. With the same restriction, the capillary rise between a cylinder and a flat plate has been evaluated.





$$R \cos(\alpha + \theta) = b \left( 1 + \frac{d}{b} - \cos \alpha \right)$$

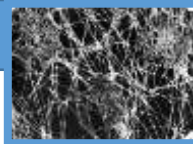


?

Zajímá nás vyjádření  $\frac{d}{b}$  v závislosti na  $a$  a  $\alpha$

**Tvar kapalinového tělesa předpovíme z rovnováhy složek sil působících na jeho čele rovnoběžně s osami vláken (válnů).**

$$F_p = F_{kp} + F + F_t$$



$$F_p = F_{kp} + F + F_t$$

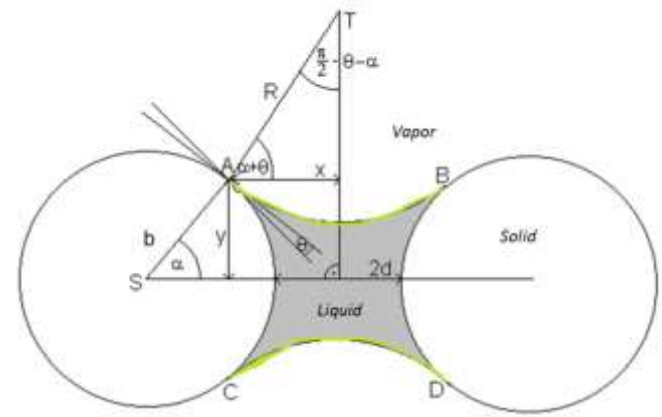
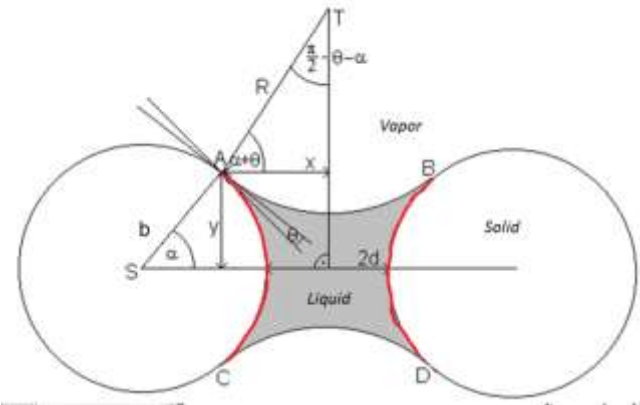
$$F_p = \gamma_p (L_{AC} + L_{BD}) = 2\gamma_p L_{AC}$$

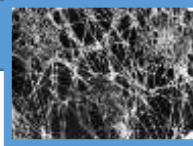
$$F_{kp} = 2\gamma_{kp} L_{AC}$$

$$F = 2\gamma L_{AB}$$

$$F_t = P \frac{\gamma}{R}$$

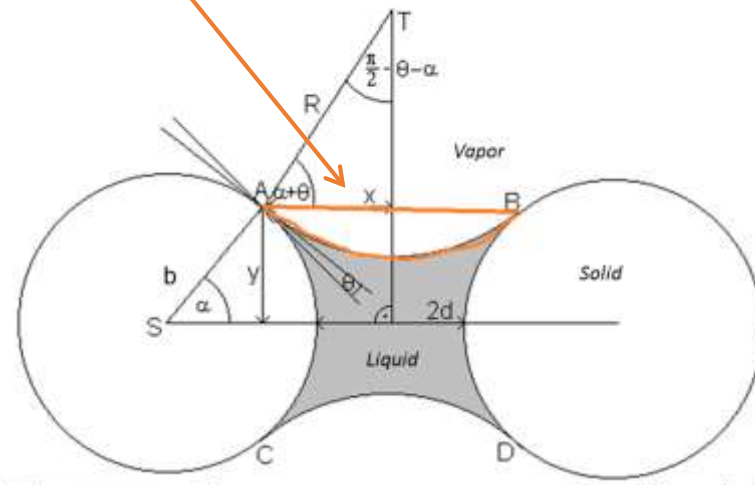
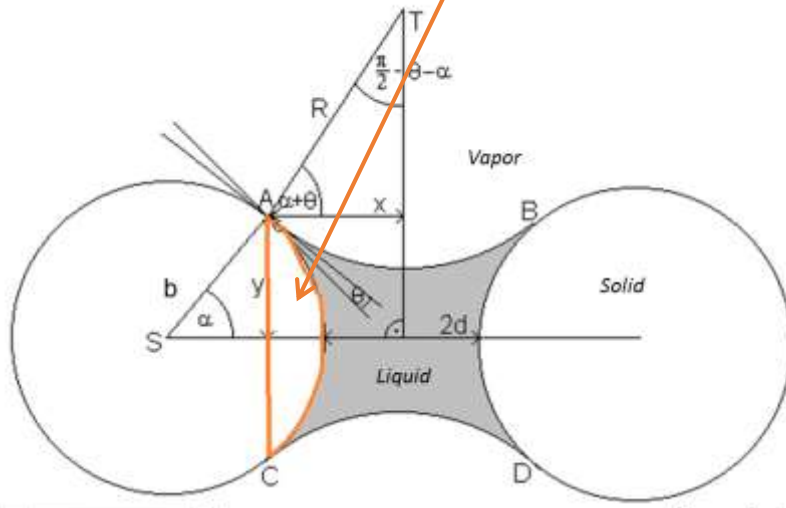
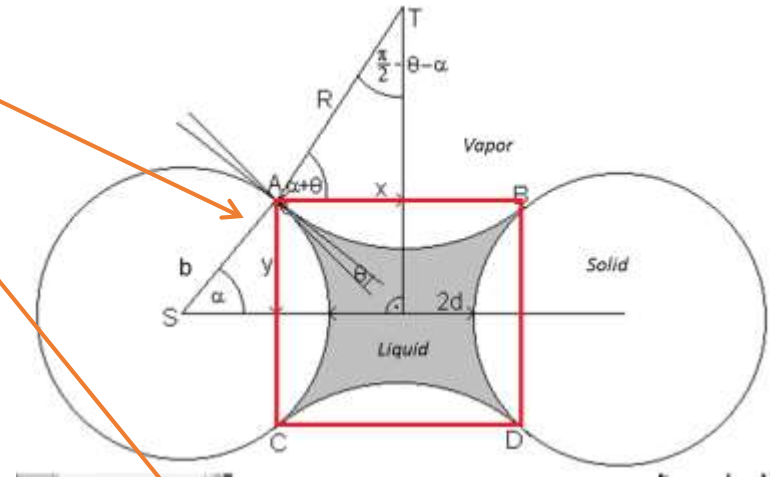
Kde **P** je plošný obsah řezu kapalinového tělesa mezi vlákny

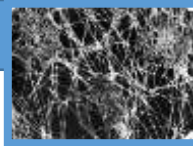




Plošný obsah řezu kapalinového tělesa **P** se spočítá z následujících složek:

- Plocha obdélníku ABCD
- Plocha kruhové úseče AB
- Plocha kruhové úseče AC





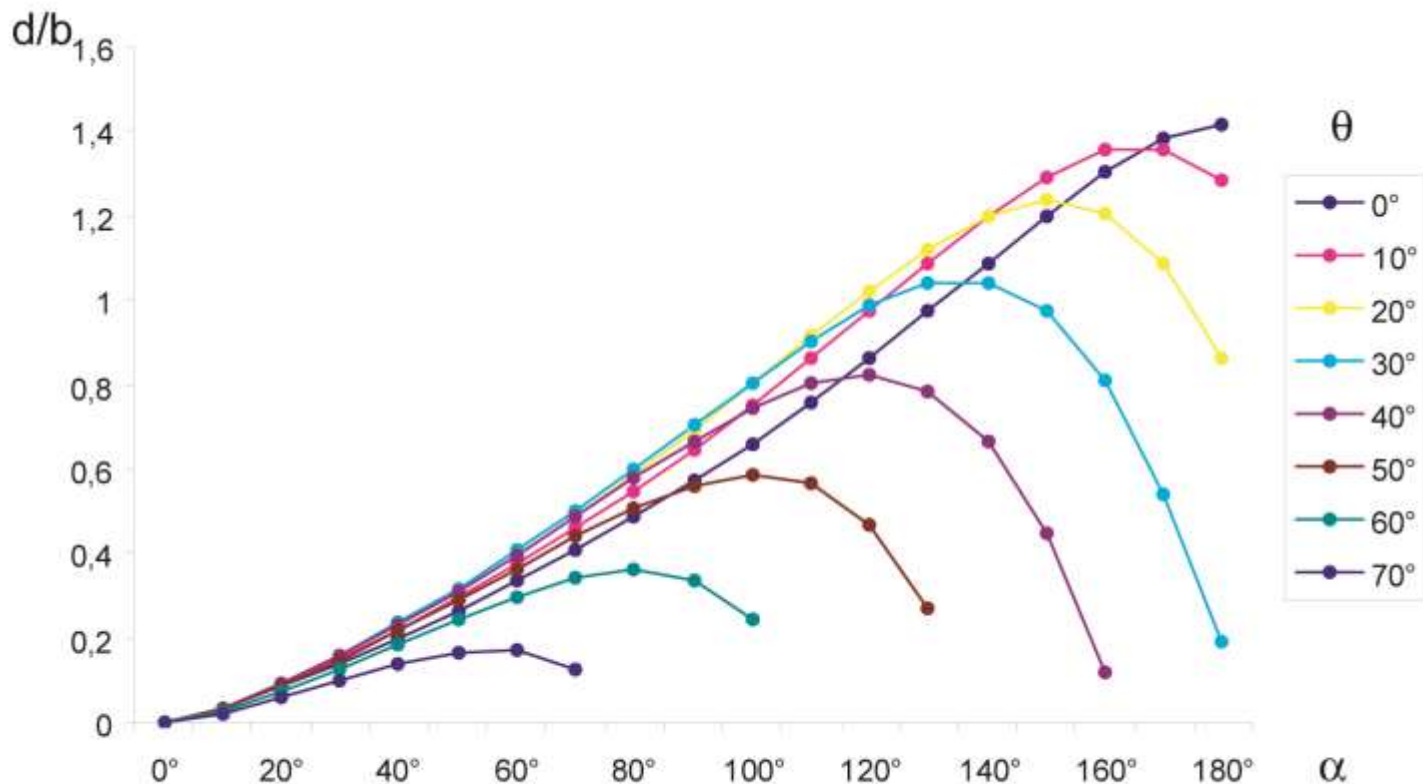
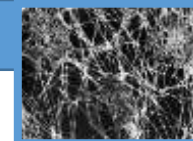
$$F_p = F_{kp} + F + F_t$$

Dosazením všech vyjádřených sil spolu s rovnicí odvozenou v počátku hledáním úsečky  $x$  dostaneme následující funkci  $\frac{d}{b}(\theta; \alpha)$

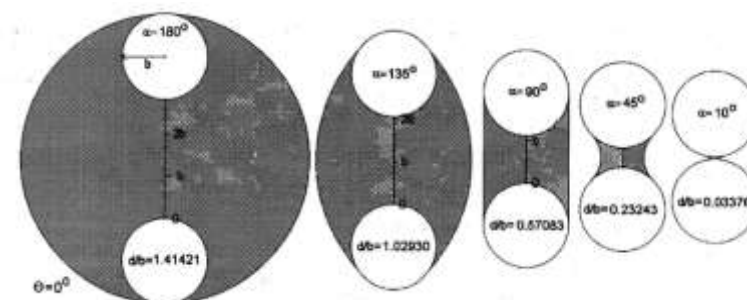
$$\left(\frac{d}{b}\right)_{1,2} = \left\{ \frac{\alpha \cos \theta - \sin \alpha \cos(\theta + \alpha) \pm \sqrt{[\sin \alpha \cos(\theta + \alpha) - \alpha \cos \theta]^2 - \left[ \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + \sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \alpha) \right] (\sin \alpha \cos \alpha - \alpha)}}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + \sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \alpha)} \right\}$$

\*  $\cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1$

Fyzikální význam mají jen ta řešení, kde před odmocninou vystupuje kladné znaménko a hodnota  $d/b$  je kladná .



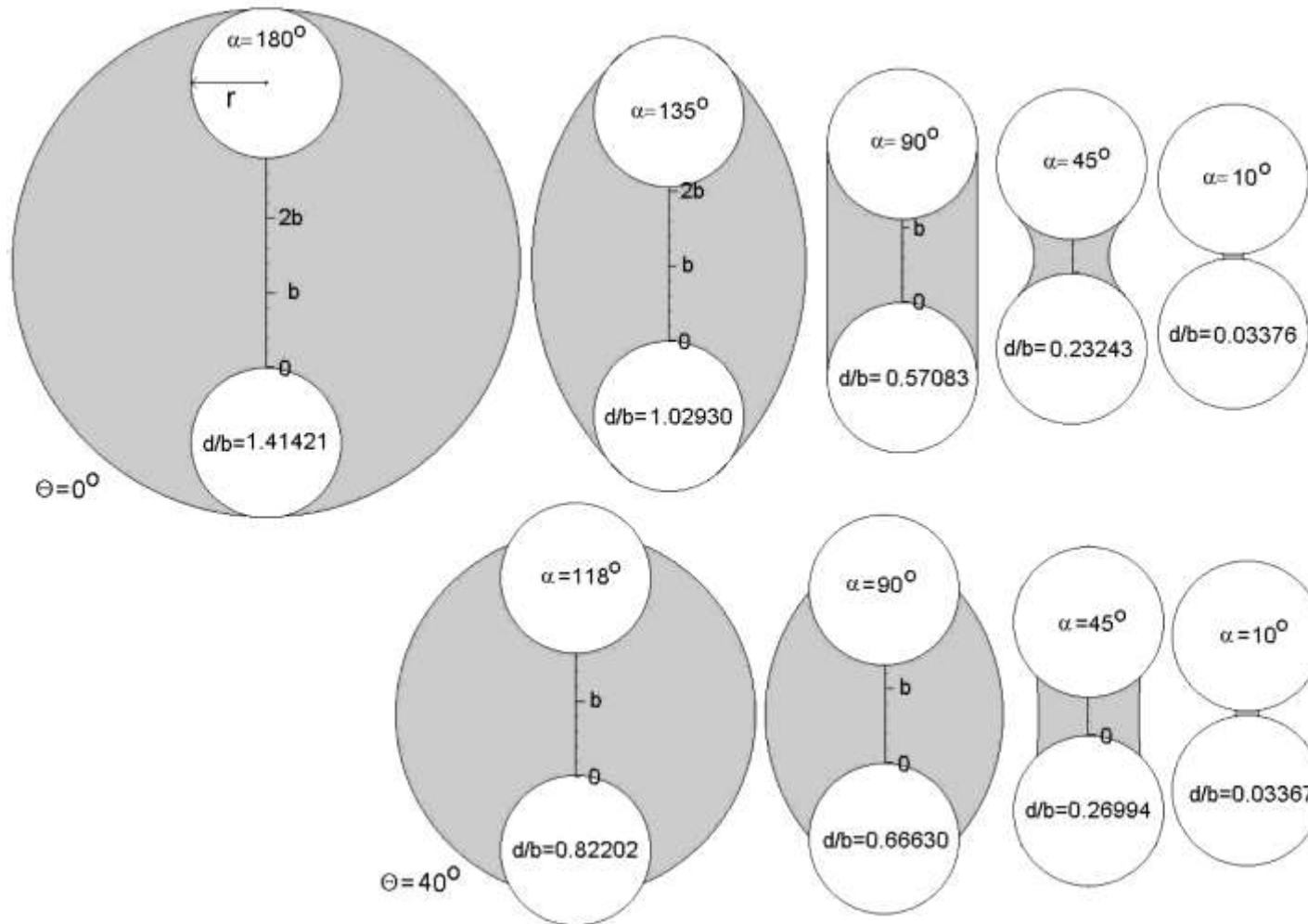
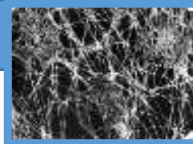
Výpočty po dosazení do vztahu  $\frac{d}{b}$  ( $\theta; \alpha$ )



Stabilní kapalinová tělesa existují jen ve **stoupajících částech grafů**.

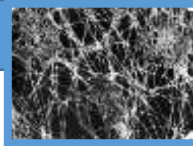
Hodnoty  $\alpha$  v klesajících částech grafů se u reálných systémů nevyskytují. Ačkoli jsou popsány jako rovnovážné nejsou stabilní.





Tvary průřezů kapalinových těles dokumentující výraznou závislost objemu kapaliny vázané na jednotkovou délku válců v závislosti na vzdálenosti mezi nimi.

Klesající  $\left(\frac{d}{b}\right)_{\max}$  == klesající  $\alpha$  == klesající objem kapaliny vázané na jednotkovou délku vláken



## Smáčení dvou vláken a oblast úplné hydrofobicity a hydrofilicity

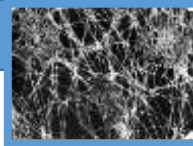
Princen se zabýval pouze oblastí  $0^\circ < \theta < 180^\circ$

Jestliže je úhel smáčení  $\theta = 0^\circ$  a , to jest  $S > 0$  , tj.  $\gamma_p - \gamma_{kp} > \gamma$  pak mluvíme o dokonalém smáčení.

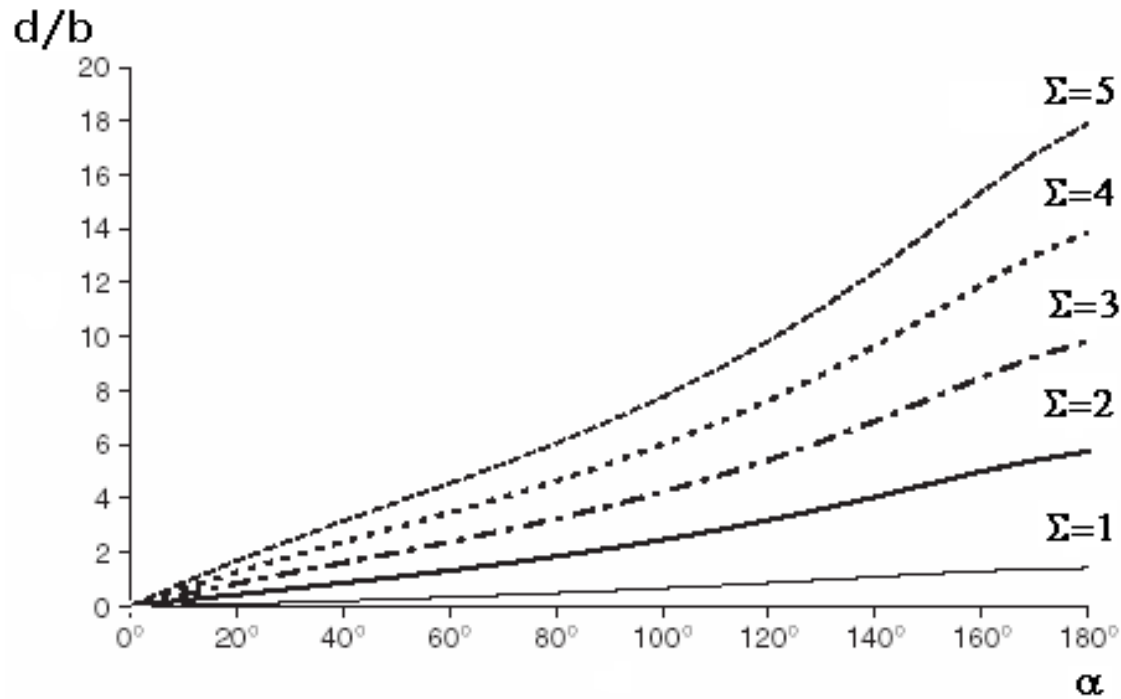
Naproti tomu pro úplnou hydrofobicitu uvažujeme o úhlu smáčení  $\theta = 180^\circ$  a  $S < -2\gamma$  nebo jinak o  $\gamma_{kp} - \gamma_p > \gamma$ .

Dále jsme zavedli parametr , který byl definován jako  $\Sigma = S / \gamma + 1$

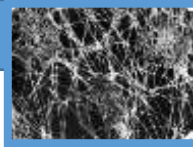




$$\theta = 0^\circ$$



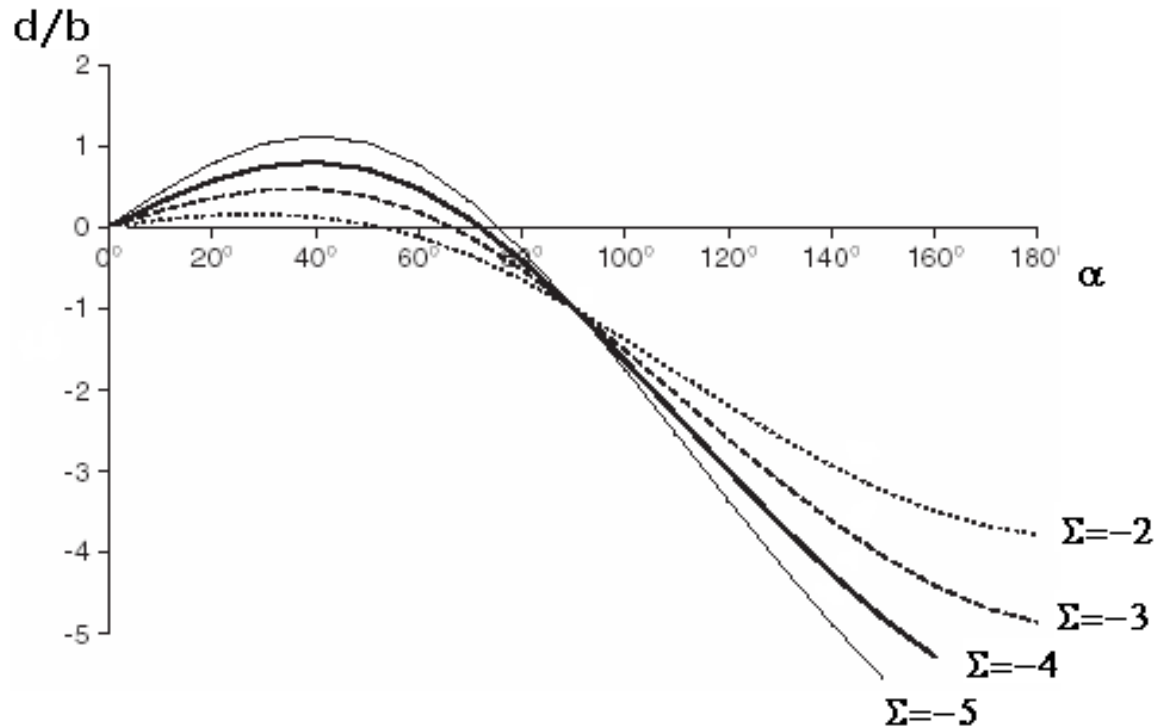
Graf ukazuje posun oproti Princenovi do oblastí  $S > 0$ , tedy  $\Sigma > 1$



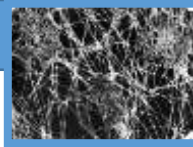
$$\theta = 180^\circ$$



Pro  $(d/b) < 0$  nemá řešení fyzikální smysl.

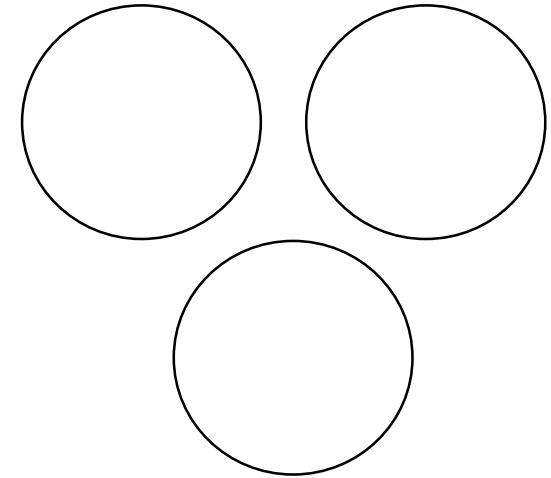


Graf ukazuje posun oproti Princenovi do oblastí  $S < -2\gamma$ , tedy  $\Sigma < -1$  ==  
 == Supernesmáčení



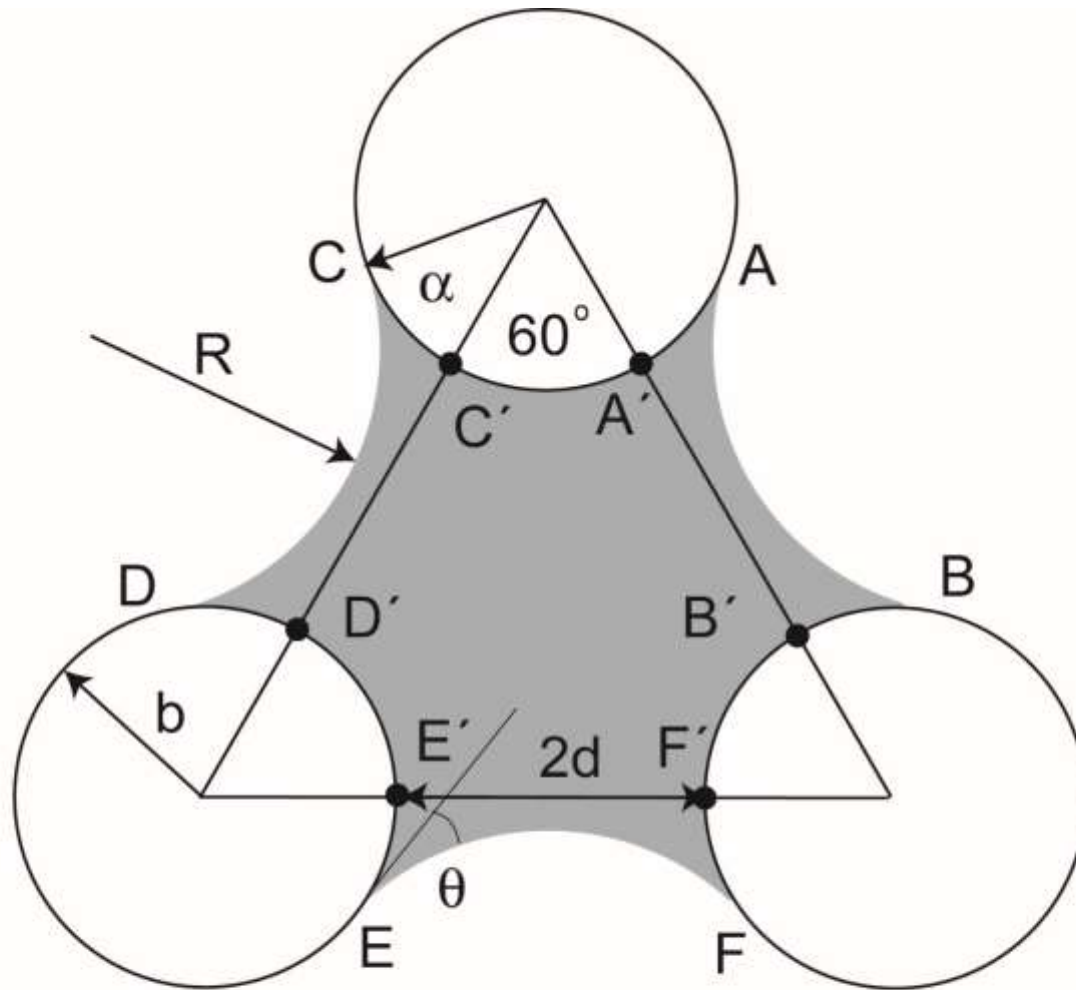
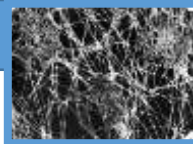
## Smáčení tří válců – tři vláken

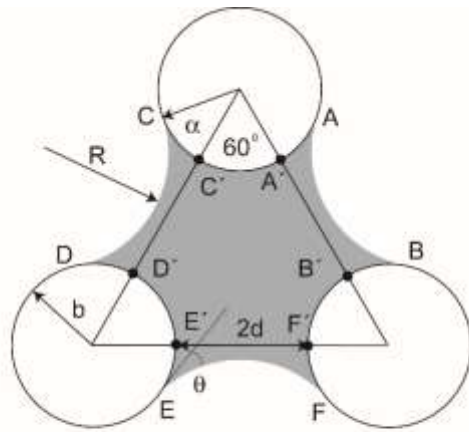
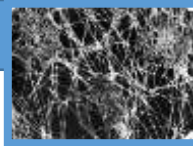
Kapalinová tělesa mezi třemi pevnými válci (vlákny) v rovnovážném stavu



Osy válců tvoří na kolmém řezu vrcholy rovnostranného trojúhelníku o délce strany  **$2d+2b$**

**$2d$**  je nejkratší vzdálenost spojující povrchy sousedních válců





Rovnováha sil na čele kapalinového tělesa

$$F_p = F_{kp} + F + F_t$$

$$F_p = (6\gamma_p \alpha + \pi\gamma_p) \cdot b$$

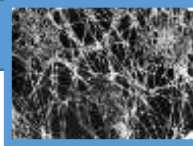
$$F_p = \gamma_p 3L_{AC}; \quad L_{AC} = (2\alpha + (\pi/3))b;$$

$$F_{kp} = (6\gamma_{kp} \alpha + \pi\gamma_{kp}) \cdot b$$

$$F = 3\gamma L_{AB}$$

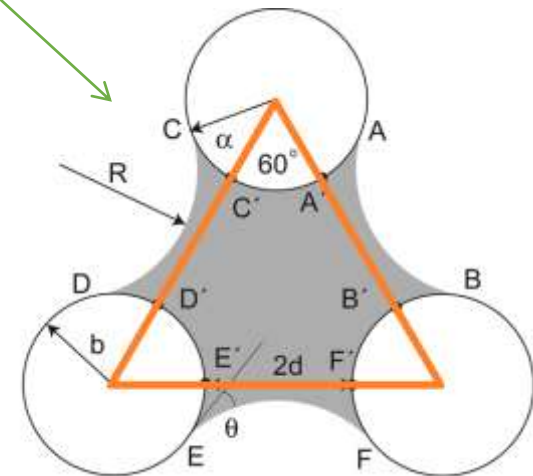
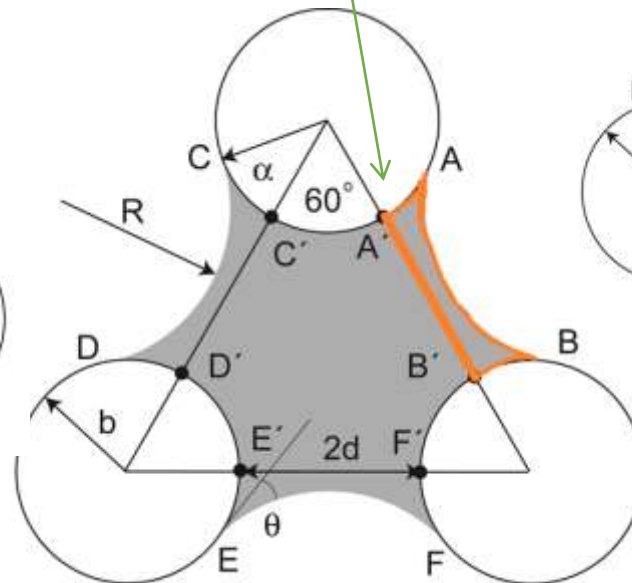
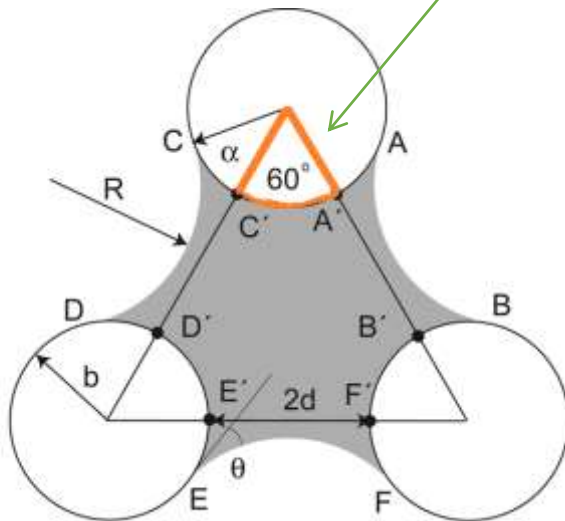
$$F_t = P' \frac{\gamma}{R}$$

Plošný obsah čela kapalinového tělesa mezi třemi válci –  $P'$

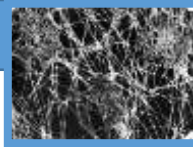


Plošný obsah čela kapalinového tělesa mezi třemi válci  $P'$  se dopočítá z:

- Obsahu rovnostranného trojúhelníku
- Obsahu rovných polovině plošného obsahu kolmého řezu kapalinového tělesa mezi dvěma válci  $P$
- Kruhové výseče vláken







$$F_p = F_{kp} + F + F_t$$

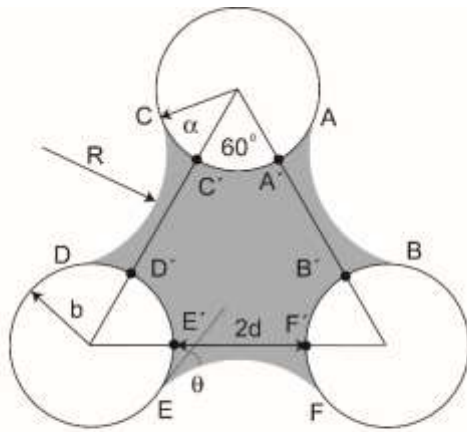
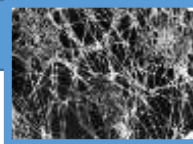
Dosazením všech vyjádřených sil dostaneme funkci  $\frac{d}{b}(\theta; \alpha)$

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{1,2} = \left(\frac{-q \pm \sqrt{q^2 - pr}}{p}\right) \cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1$$

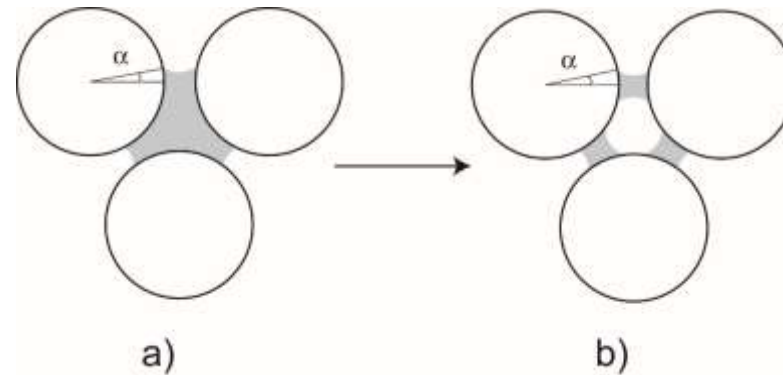
$$q = 3 \cos(\theta + \alpha) \sin \alpha + \sqrt{3} \cos(\theta + \alpha) \cos \alpha - 3\alpha \cos \theta - \frac{\pi}{2} \cos \theta$$

$$r = \sqrt{3} \cos^2 \alpha - \frac{\pi}{2} + 3 \sin \alpha \cos \alpha - 3\alpha$$

$$p = 3\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + 3 \sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \alpha) + \sqrt{3} \cos^2(\theta + \alpha)$$



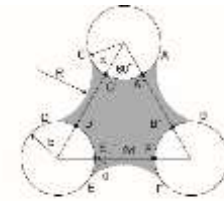
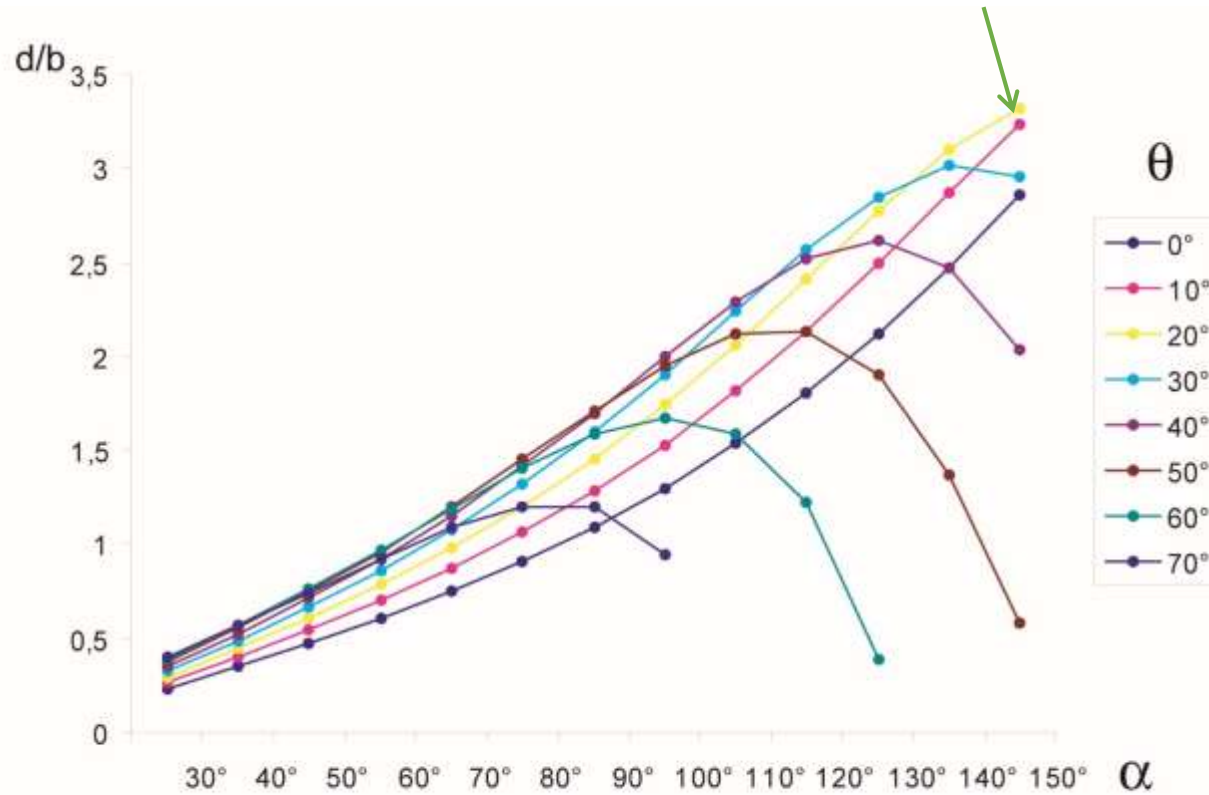
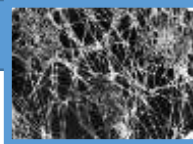
Řešení pro trojici válců, bude platit jen v případě, že nedojde k vytvoření tří oddělených kapalinových těles mezi každou dvojicí válců.



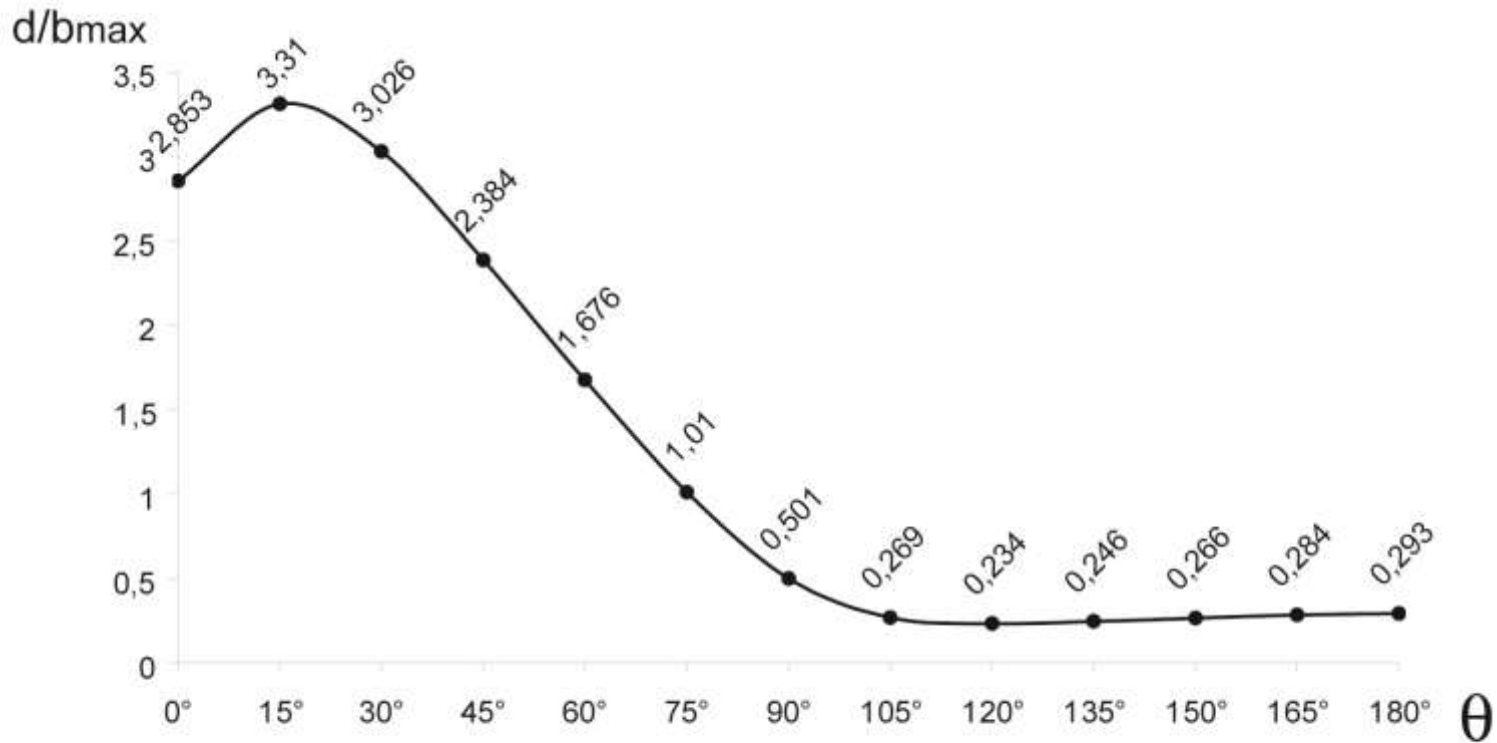
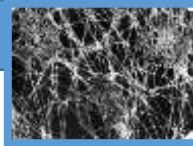
Tedy hodnota  $\alpha$  pro každou dvojici musí být větší než

$$\pi/6 = 30^\circ$$

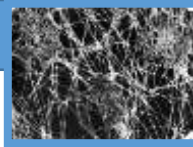
Zároveň je maximální velikost úhlu  $\alpha$  omezena shora hodnotou  $150^\circ$ .



Stabilní kapalinová tělesa existují jen ve **stoupajících částech** grafů.



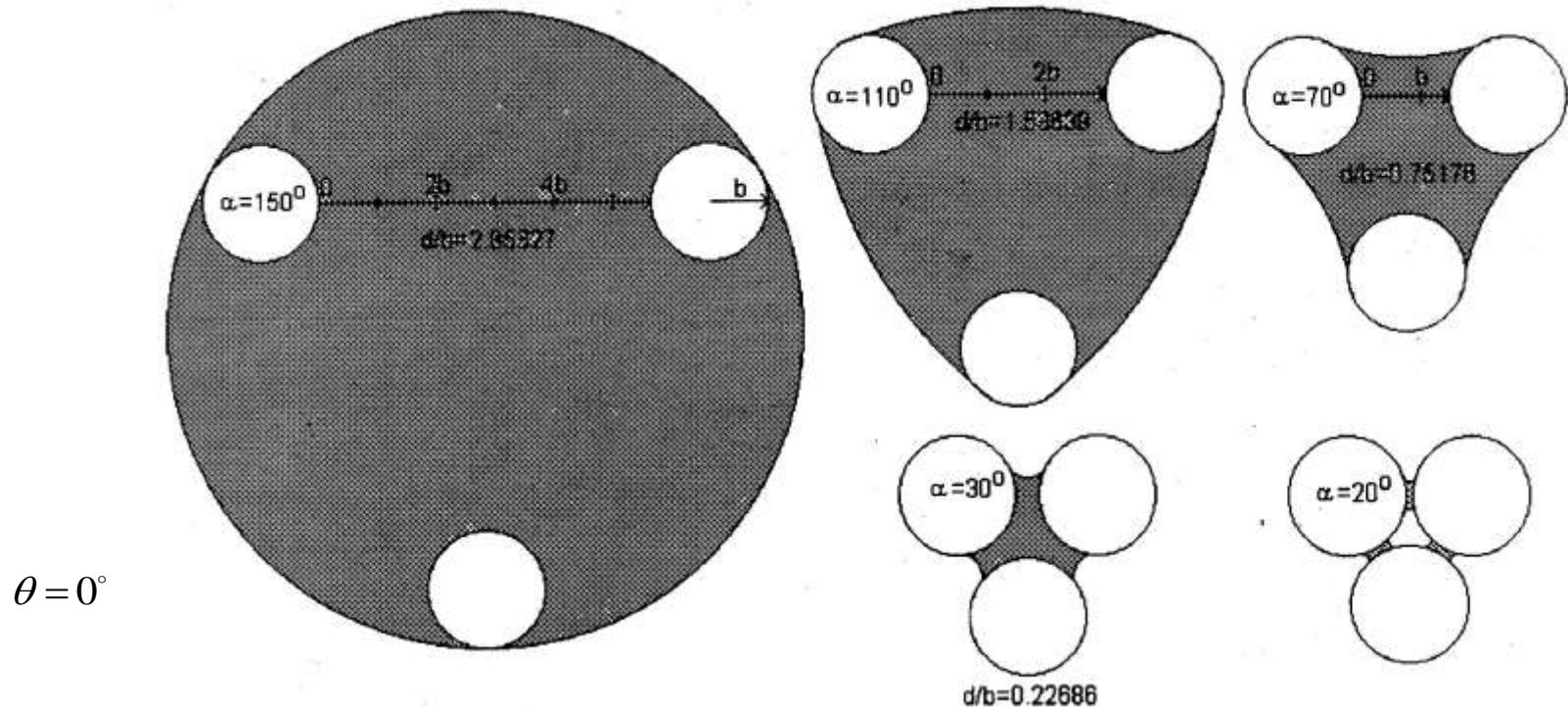
Graf závislosti maximálních hodnot  $d/b_{max}$  na úhlu smáčení  $\theta$ .

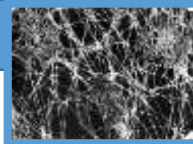


V soustavě tří válců můžeme ještě více než v soustavě dvou válců ovlivňovat množství kapaliny vázané na jejich jednotkovou délku tím, že měníme jejich vzájemnou vzdálenost.

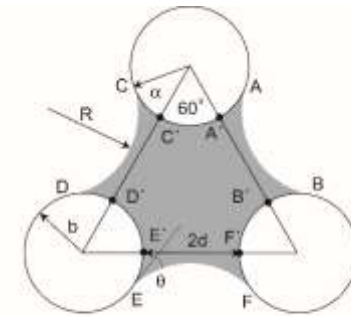
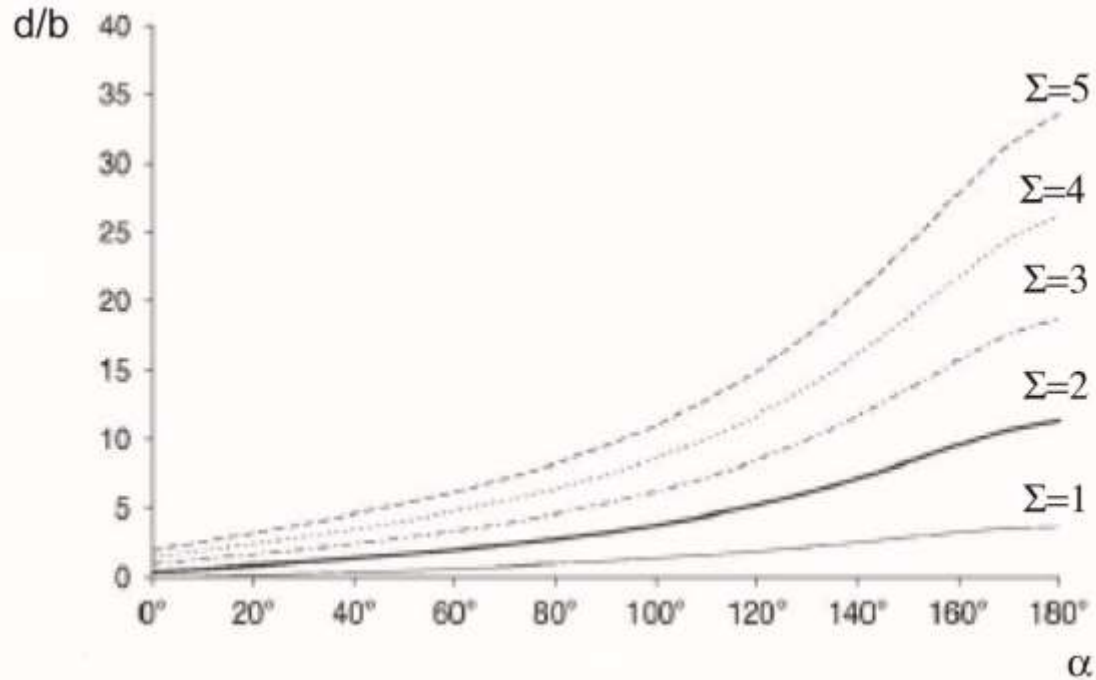
Vzdálenost třech válců s kapalinovým tělesem pro  $S = 0$  ( $\theta = 0^\circ$ ) může být víc než dvojnásobná v porovnání s dvojicí vláken.

Této vzdálenosti je dosaženo při nulovém úhlu smáčení, ale i pro hodnoty  $\theta$  blízké  $20^\circ$ .

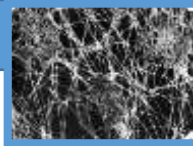




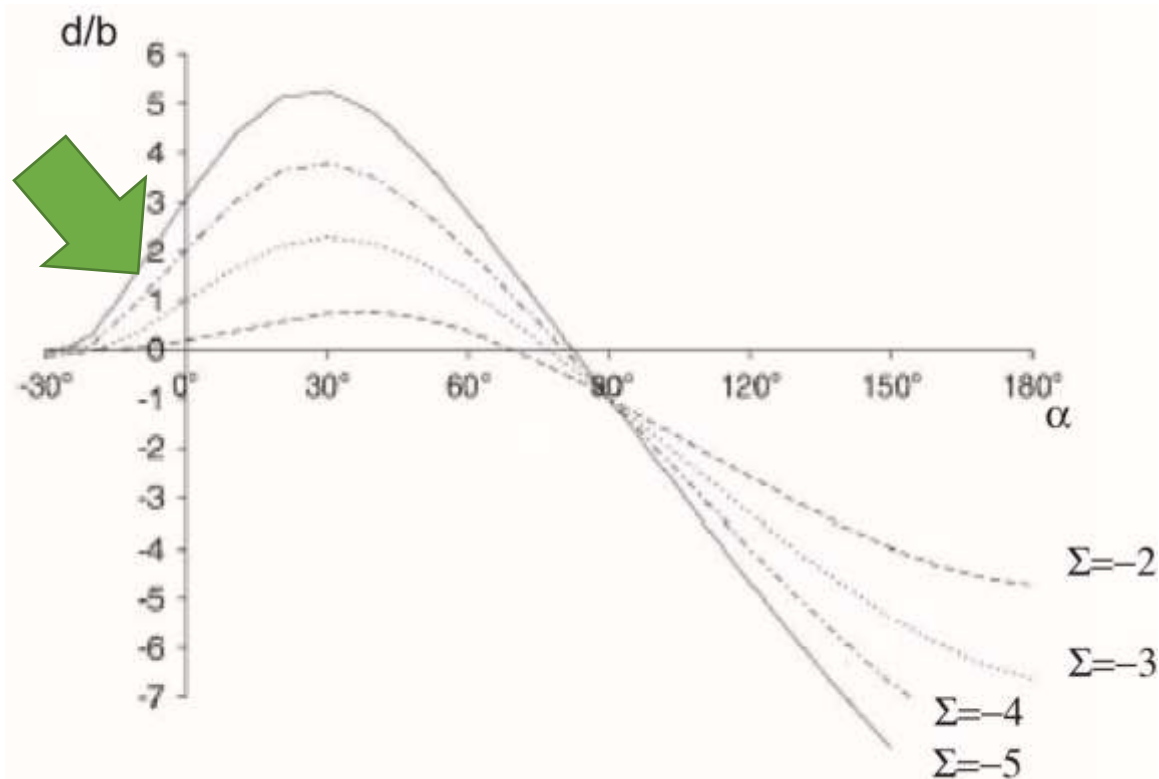
$$\theta = 0^\circ$$



Graf ukazuje posun  
oproti Princenovi do  
oblastí  $S > 0$ , tedy  $\Sigma > 1$  ==  
== Supersmáčení

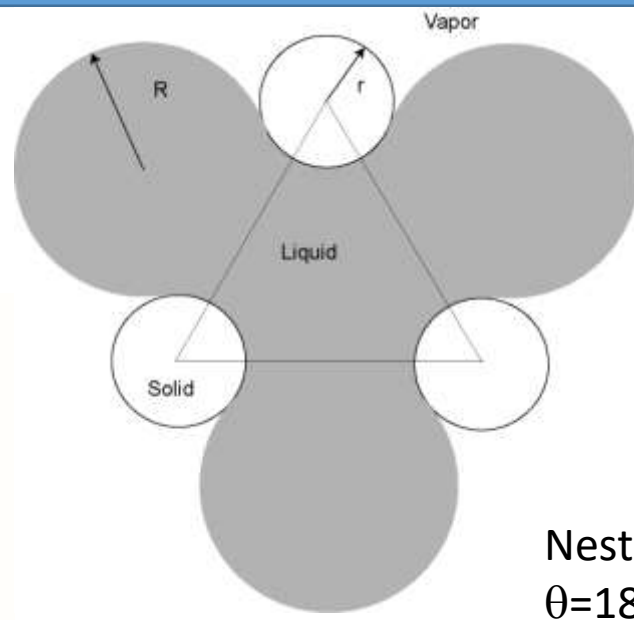
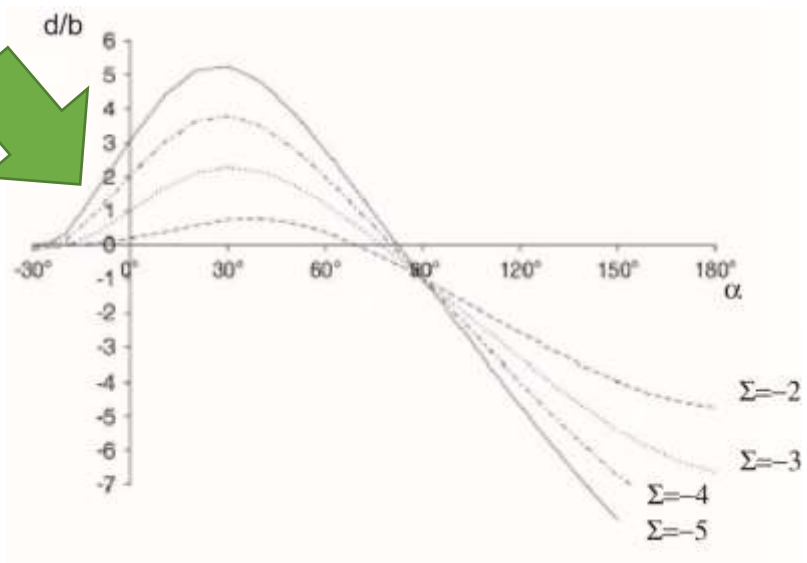
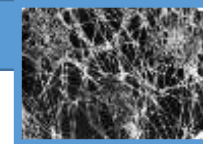


$$\theta = 180^\circ$$



Pro  $(d/b) < 0$  nemá řešení fyzikální smysl.

Graf ukazuje posun oproti Princenovi do oblastí  $S < -2\gamma$ , tedy  $\Sigma < -1$  ==  
== Supernesmáčení



Nestabilní těleso pro  $\theta = 180^\circ$

