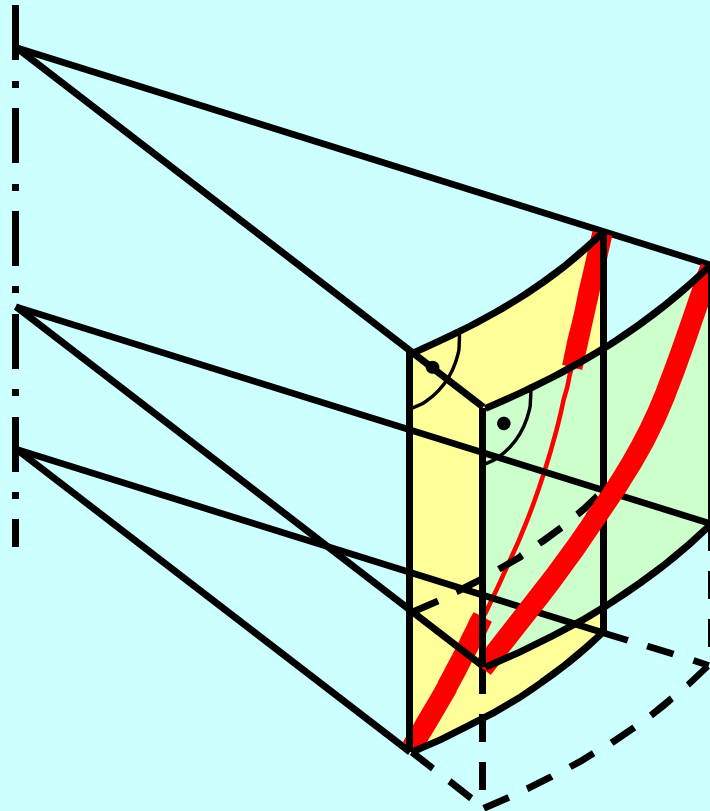


PŘÍZE A HEDVÁBÍ 3

„TAHOVÉ NAMÁHÁNÍ A PEVNOST“



Některé faktory ovlivňující tahové namáhání a pevnost

Vlákna: poměrná pevnost, tažnost a její variační koeficient, jemnost, délka, povrchové vlastnosti (součinitel tření).

Příze: jemnost, zákrut, hmotová nestejnomyšnost, zaplňení, charakter uspořádaní, zobloučkovaní a „parallelita“ vláken (technologie).

Způsob tahového namáhání (experimentální metoda):
upínací délka, rychlost napínání („trhání“)

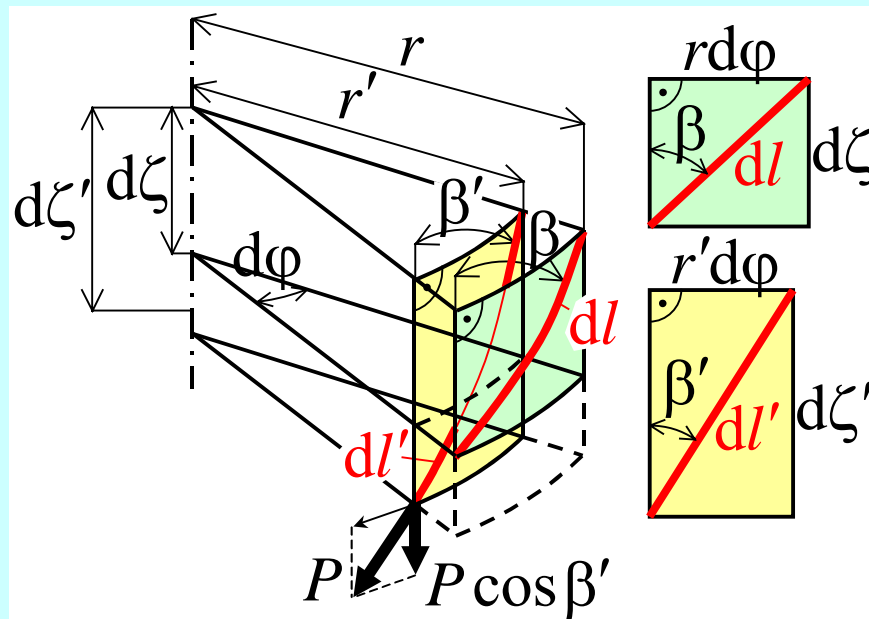
Příliš složité ⇒ **Obecné řešení zatím neexistuje!**

Tahová pracovní křivka zakrouceného svazku

za předpokladu ideálního šroubovicového modelu

Element šroubovicového vlákna (délka dl , úhel sklonu β) leží na válcové ploše na poloměru r a určuje elementární obdélník (zelený) o rozměrech $r d\varphi$, $d\zeta$.

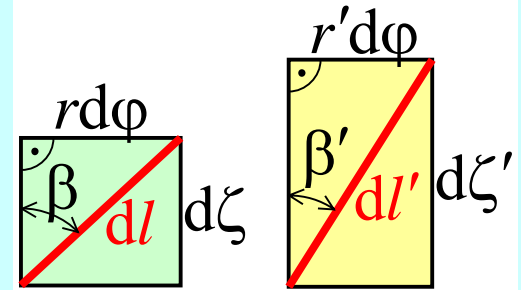
Prodloužením svazku elementární obdélník (žlutý) změní poloměr na r' a rozměry na $r' d\varphi$, $d\zeta'$. Element vlákna změní délku na dl' a úhel na β' . (*Pozn.:* $d\varphi$ se nezmění – princip continuity!)



Platí $\tan \beta = r \, d\varphi / d\zeta$ a $\tan \beta' = r' \, d\varphi / d\zeta'$

Poměrné prodloužení svazku... ε_a

$$\varepsilon_a = \frac{d\zeta' - d\zeta}{d\zeta} = \frac{d\zeta'}{d\zeta} - 1 \quad \text{a tedy} \quad d\zeta' = (1 + \varepsilon_a) d\zeta$$



Poměrné „prodloužení“ poloměru... ε_r

$$\varepsilon_r = \frac{r' - r}{r} = \frac{r'}{r} - 1 \quad \text{a tedy} \quad r' = (1 + \varepsilon_r) r \quad (\text{platí } \varepsilon_r \leq 0)$$

(Poissonův) **poměr příčné kontrakce...**

$$\eta = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_a}$$

Poměrné prodloužení vlákna... ε_l

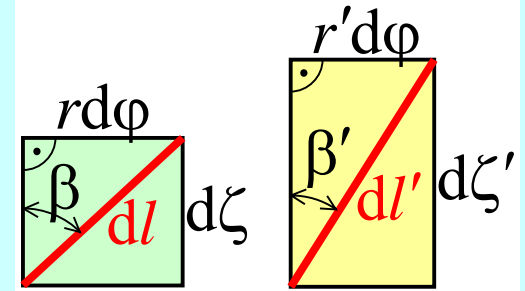
$$\varepsilon_l = \frac{dl' - dl}{dl} = \frac{dl'}{dl} - 1 \quad \text{a tedy} \quad \frac{dl'}{dl} = 1 + \varepsilon_l$$

Podle Pythagorovy věty platí

- Před protažením $d^2l = d^2\zeta + (r d\varphi)^2$

- Po protažení $d^2l' = d^2\zeta' + (r' d\varphi)^2$

Úpravou nalezneme



$$d^2l' = \overbrace{d^2\zeta'}^{=(1+\varepsilon_a)^2 d^2\zeta} + \overbrace{(r'd\varphi)^2}^{=(1+\varepsilon_r)^2 r^2 d^2\varphi} = (1+\varepsilon_a)^2 d^2\zeta + \left(1 + \overbrace{\varepsilon_r}^{=-\eta\varepsilon_a}\right)^2 (r d\varphi)^2 = (1+\varepsilon_a)^2 d^2\zeta + (1-\eta\varepsilon_a)^2 (r d\varphi)^2$$

A tedy

$$\begin{aligned} (1+\varepsilon_l)^2 &= \frac{d^2l'}{d^2l} = \frac{(1+\varepsilon_a)^2 d^2\zeta + (1-\eta\varepsilon_a)^2 (r d\varphi)^2}{d^2\zeta + (r d\varphi)^2} = \frac{(1+\varepsilon_a)^2 + (1-\eta\varepsilon_a)^2 \overbrace{\left(\frac{r d\varphi}{d\zeta}\right)^2}^{=\tan^2\beta}}{1 + \overbrace{\left(\frac{r d\varphi}{d\zeta}\right)^2}^{=\tan^2\beta}} = \\ &= \frac{(1+\varepsilon_a)^2 + (1-\eta\varepsilon_a)^2 \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} = \frac{(1+2\varepsilon_a + \varepsilon_a^2) + (1-2\eta\varepsilon_a + \eta^2\varepsilon_a^2) \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} = \\ &= \frac{1+2\varepsilon_a + \varepsilon_a^2 + \tan^2\beta - 2\eta\varepsilon_a \tan^2\beta + \eta^2\varepsilon_a^2 \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} = 1 + \frac{2\varepsilon_a - 2\eta\varepsilon_a \tan^2\beta}{\underbrace{1/\cos^2\beta}_{1 + \tan^2\beta}} + \frac{\varepsilon_a^2 + \eta^2\varepsilon_a^2 \tan^2\beta}{\underbrace{1/\cos^2\beta}_{1 + \tan^2\beta}} \end{aligned}$$

$$(1 + \varepsilon_l)^2 = 1 + 2\varepsilon_a (\cos^2 \beta - \eta \sin^2 \beta) + \varepsilon_a^2 (\cos^2 \beta + \eta^2 \sin^2 \beta)$$

Což je vztah mezi ε_a a ε_l .

Předpoklad (zjednodušující): Poměrná prodloužení (zakrouceného svazku i vláken) jsou malá; $\varepsilon_l^2 \rightarrow 0$, $\varepsilon_a^2 \rightarrow 0$.

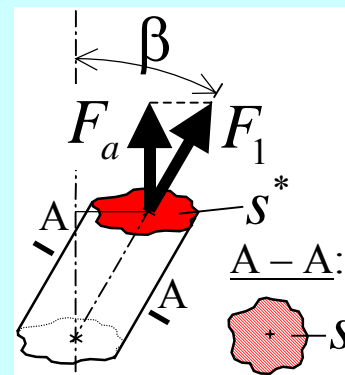
Pak $1 + 2\varepsilon_l + \overset{\rightarrow 0}{\varepsilon_l^2} = 1 + 2\varepsilon_a (\cos^2 \beta - \eta \sin^2 \beta) + \overset{\rightarrow 0}{\varepsilon_a^2} (\cos^2 \beta + \eta^2 \sin^2 \beta)$

$$\varepsilon_l = \varepsilon_a (\cos^2 \beta - \eta \sin^2 \beta) \quad (\text{Vztah pro } \eta = 0, \text{ tj. } \varepsilon_l = \varepsilon_a \cos^2 \beta, \text{ odvodil již } \textit{Gegauff 1907.})$$

Pozn.: Analyzujeme nejjednodušší variantu tohoto modelu, budeme předpokládat použitelnost posledního, jednoduššího vztahu. (Předpokládáme tedy malé deformace zakrouceného svazku – příze či hedvábí.)

Zavedeme další (zjednodušující) předpoklad: Tahová pracovní křivka vlákna je lineární; $\sigma = E\varepsilon_l$.

Zde je σ ...tahové (normálové) napětí ve vlákně,
 ε ...poměrné prodloužení vlákna
 E ...Youngův modul pružnosti

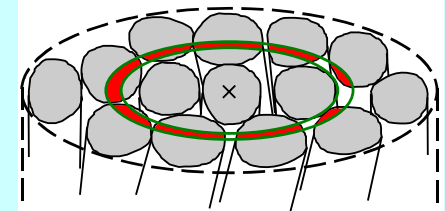


Osová síla ve vlákně je $F_1 = \sigma s = E\varepsilon_l s$ a její složka do směru osy příze je $F_a = F_1 \cos \beta = E\varepsilon_l s \cos \beta$. Protože plocha šikmého (červeného) řezu vláknem je $s^* = s / \cos \beta$ můžeme vyjádřit normálové napětí na (šikmé) řezné ploše vlákna

$$\sigma_a = \frac{F_a}{s^*} = \frac{E\varepsilon_l s \cos \beta}{s / \cos \beta} = E \underbrace{\varepsilon_l}_{=\varepsilon_a (\cos^2 \beta - \eta \sin^2 \beta)} \cos^2 \beta,$$

$$\sigma_a = E\varepsilon_a (\cos^4 \beta - \eta \sin^2 \beta \cos^2 \beta)$$

Pro řeznou plochu vláken (červenou) v diferenciálním mezikruží na průřezu příze jsme (dříve) odvodili $dS = 2\pi r dr \mu$. Přínos osových síly od tohoto mezikruží je $\sigma_a dS$. Celková osová síla P je „součtem“ (integrálem) takových přínosů ze všech diferenciálních mezikruží; $P = \int_{r=0}^{r=D/2} \sigma_a dS$



$$P = \int_{r=0}^{r=D/2} \underbrace{\sigma_a}_{=E\varepsilon_a(\cos^4\beta - \eta\sin^2\beta\cos^2\beta)} \underbrace{dS}_{=2\pi r dr \mu} = \int_0^{D/2} E\varepsilon_a (\cos^4\beta - \eta\sin^2\beta\cos^2\beta) 2\pi r dr \underbrace{\mu}_{\text{konstanta}},$$

$$P = 2\pi\mu E\varepsilon_a \int_0^{D/2} (\cos^4\beta - \eta\sin^2\beta\cos^2\beta) r dr$$

Pozn.: Připomeňme, že v poslední rovnici platí vztah

$$\cos\beta = 1/\sqrt{1 + \text{tg}^2\beta} = 1/\sqrt{1 + (2\pi rZ)^2} \quad (\text{odvozeno dříve})$$

PŘÍZE A HEDVÁBÍ 3

Matematická úprava tvaru $P = 2\pi\mu E\varepsilon_a \int_0^{D/2} (\cos^4 \beta - \eta \sin^2 \beta \cos^2 \beta) r dr$

$$P = 2\pi\mu E\varepsilon_a \int_0^{D/2} (\cos^4 \beta - \eta \sin^2 \beta \cos^2 \beta) r dr =$$

$$\text{Substituce: } r = \frac{\overbrace{2\pi r Z}^{=\tan\beta}}{2\pi Z} = \frac{D \tan \beta}{\underbrace{2\pi D Z}_{=\tan\beta_D}} = \frac{D \tan \beta}{2 \tan \beta_D}, \quad dr = \frac{D}{2 \tan \beta_D} \frac{d\beta}{\cos^2 \beta},$$

$$r dr = \left(\overbrace{\frac{D \tan \beta}{2 \tan \beta_D}}^{=r} \right) \left(\overbrace{\frac{D}{2 \tan \beta_D} \frac{d\beta}{\cos^2 \beta}}^{=dr} \right) = \left(\frac{D}{2 \tan \beta_D} \right)^2 \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} d\beta$$

$$= 2\pi\mu E\varepsilon_a \int_{\beta=0}^{\beta=\beta_D} (\cos^4 \beta - \eta \sin^2 \beta \cos^2 \beta) \left(\frac{D}{2 \tan \beta_D} \right)^2 \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} d\beta =$$

$$= 2\pi\mu E\varepsilon_a \left(\frac{D}{2 \tan \beta_D} \right)^2 \int_0^{\beta_D} (\cos^4 \beta - \eta \sin^2 \beta \cos^2 \beta) \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} d\beta$$

Obecně je η proměnná s poloměrem. Užijeme však (zjednodušující) předpoklad: $\eta = \text{konstanta} \dots$ parametr příze

PŘÍZE A HEDVÁBÍ 3

Pak
$$P = 2\pi\mu E\epsilon_a \left[D/(2 \tan \beta_D) \right]^2 \left[\int_0^{\beta_D} \sin \beta \cos \beta d\beta - \eta \int_0^{\beta_D} (\sin^3 \beta / \cos \beta) d\beta \right]$$

Výpočet neurčitých integrálů

$$\int \sin \beta \cos \beta d\beta = \int t dt = t^2/2 = \sin^2 \beta/2 = (1 - \cos^2 \beta)/2;$$

Substitute: $\sin \beta = t, \cos \beta d\beta = dt$

$$\int \frac{\sin^3 \beta}{\cos \beta} d\beta = \int \frac{(1 - \cos^2 \beta)}{\cos \beta} \sin \beta d\beta = \int \frac{(1 - t^2)}{t} (-dt) = - \int \frac{dt}{t} + \int t dt =$$

Substitute: $\cos \beta = t, -\sin \beta d\beta = dt$

$$= -\ln |t| + t^2/2 = -\ln |\cos \beta| + \cos^2 \beta/2;$$

$$\int \sin \beta \cos \beta d\beta - \eta \int \frac{\sin^3 \beta}{\cos \beta} d\beta = \frac{(1 - \cos^2 \beta)}{2} + \eta \ln |\cos \beta| - \eta \frac{\cos^2 \beta}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 + \eta - \eta - \cos^2 \beta + \eta \overbrace{2 \ln |\cos \beta|}^{= \ln \cos^2 \beta} - \eta \cos^2 \beta \right] = \frac{1}{2} \left[-\eta + (1 + \eta)(1 - \cos^2 \beta) + \eta \ln \cos^2 \beta \right]$$

Poslední integrál užijeme ve výrazu pro P .

Nalezneme

$$\begin{aligned}
 P &= 2\pi\mu E\varepsilon_a \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{\tan^2 \beta_D} \left\{ \frac{1}{2} \left[-\eta + (1+\eta) \left(1 - \cos^2 \overset{=\beta_D}{\beta}\right) + \eta \ln \cos^2 \overset{=\beta_D}{\beta} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[-\eta + (1+\eta) \left(1 - \cos^2 \overset{=0}{\beta}\right) + \eta \ln \cos^2 \overset{=0}{\beta} \right] \right\} = \\
 &= 2\pi\mu E\varepsilon_a \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{\tan^2 \beta_D} \left\{ \frac{1}{2} \left[-\eta + (1+\eta) \left(1 - \cos^2 \overset{=\sin^2 \beta_D}{\beta_D}\right) + \eta \ln \cos^2 \beta_D \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[-\eta + (1+\eta) \left(1 - \cos^2 \overset{=0}{0}\right) + \eta \ln \cos^2 \overset{=0}{0} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Osová síla v zakrouceném svazku (přízi, hedvábí)

$$P = \pi\mu E\varepsilon_a \left(\frac{D}{2}\right)^2 \left[(1+\eta) \cos^2 \beta_D + \eta \frac{\ln \cos^2 \beta_D}{\tan^2 \beta_D} \right]$$

Nezakroucený svazek rovnoběžných vláken stejné jemnosti (má stejný substanční průřez S) musíme pro vyvození stejného poměrného prodloužení ε_a napnout silou P^* .

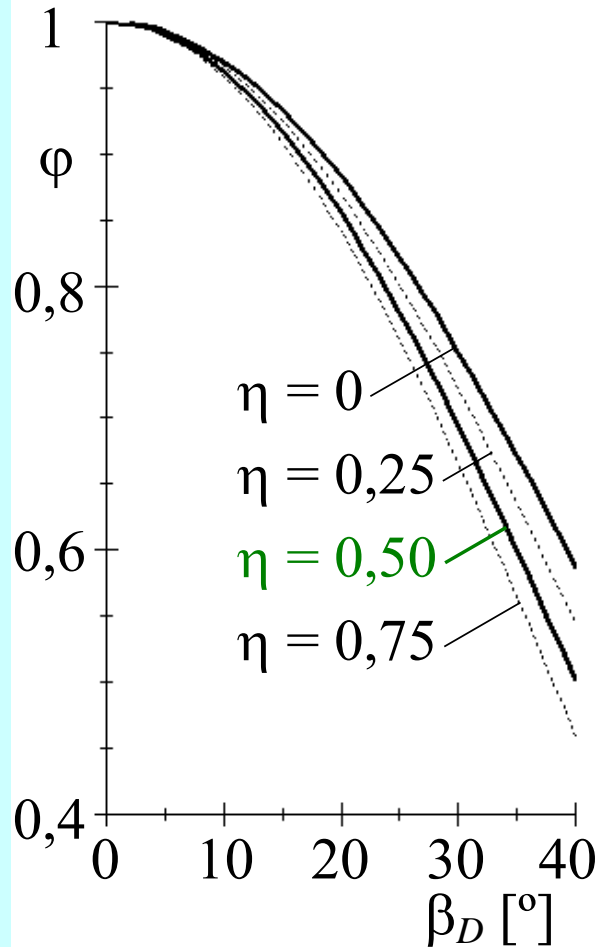
$$P^* = \underbrace{\sigma_a}_{=E\varepsilon_a} \cdot \underbrace{S}_{=\mu S_c = \mu \pi D^2/4} = \pi \mu E \varepsilon_a \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

Využití tahové síly v zakrouceném svazku... $\varphi = P/P^*$

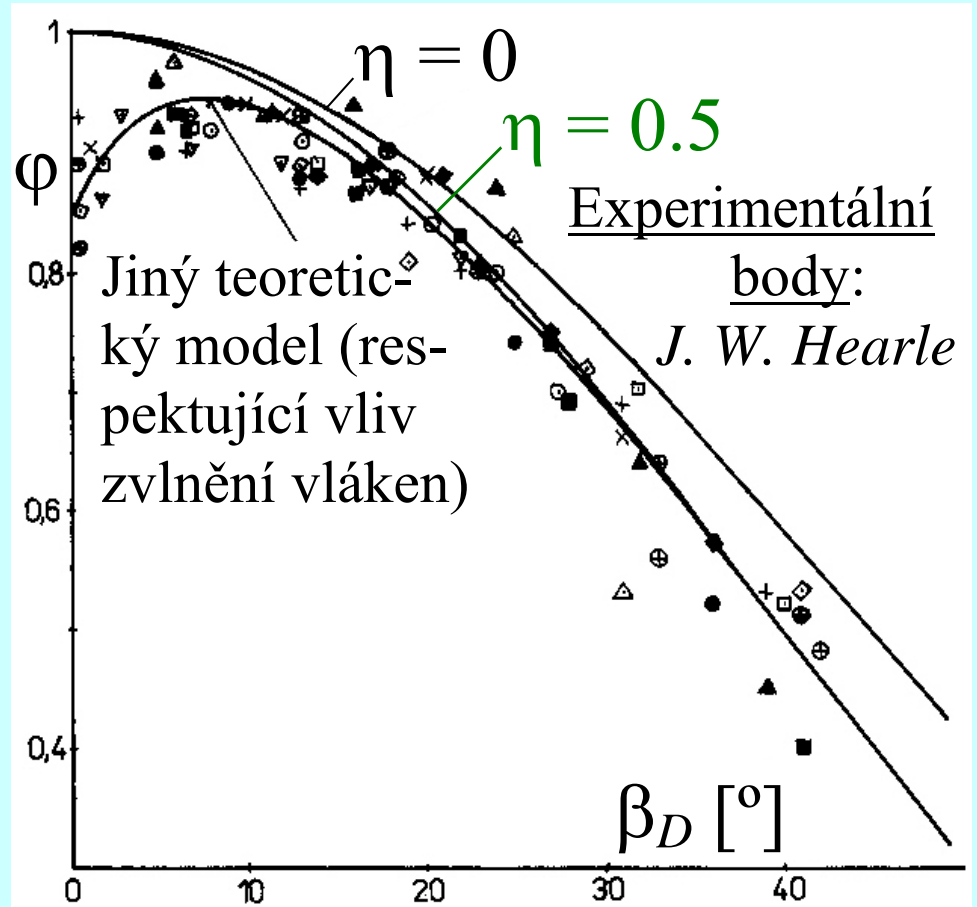
$$\varphi = \frac{\underbrace{\pi \mu E \varepsilon_a \left(\frac{D}{2} \right)^2}_{P} \left[(1+\eta) \cos^2 \beta_D + \eta \frac{\ln \cos^2 \beta_D}{\tan^2 \beta_D} \right]}{\underbrace{\pi \mu E \varepsilon_a \left(\frac{D}{2} \right)^2}_{P^*}},$$

$$\varphi = (1 + \eta) \cos^2 \beta_D + \eta \frac{\ln \cos^2 \beta_D}{\tan^2 \beta_D}$$

Grafický průběh:



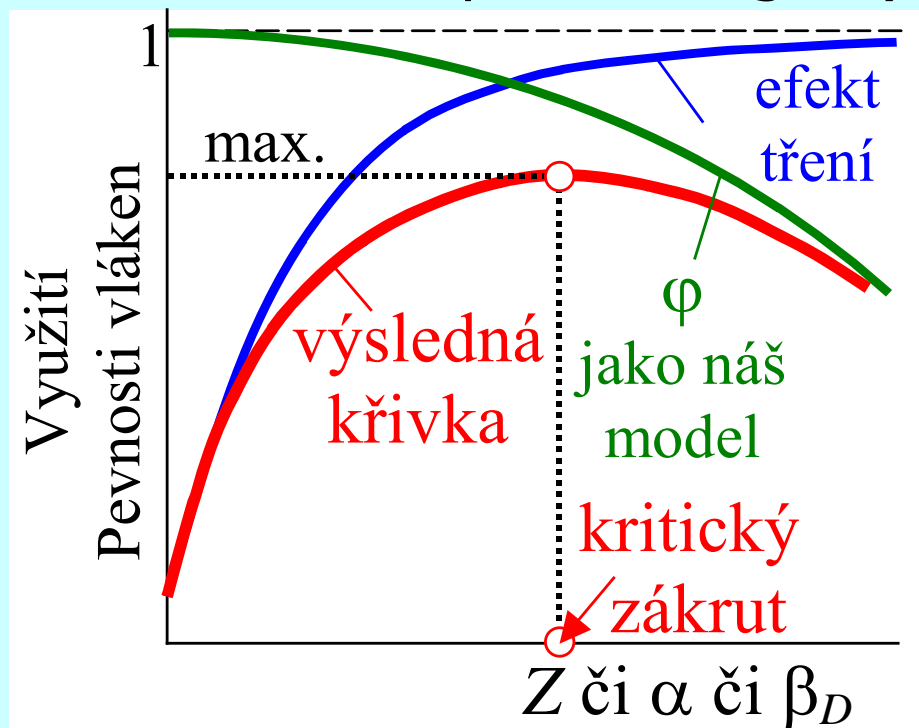
Hedvábí, různý materiál,
 jemnost, zákrut:



Výpočet pevnosti

Zakroucené hedvábí – Z pevnosti vláken vypočteme pevnost nezakrouceného hedvábí a násobíme výsledek vypočteným využitím φ . (Přibl. řešení, viz předchozí graf.)

Příze – **problém!** Vliv sklonu vláken zákrutem známe - φ - ale neznáme model třecích sil v přízi.
 „Prozatímní“ řešení – empirické vzorce



Pevnost staplové příze podle empirického modelu Solověva

Poměrná pevnost příze... p_P , poměrná pevnost vlákna... p_V

Podle Solověva platí

$$p_P = p_V f_n f_l f_\alpha \eta$$

kde bezrozměrné veličiny

f_n ... vliv počtu vláken v řezu (jemnosti) příze,

f_l ... vliv délky staplových vláken,

f_α ... vliv zákrutu,

η ... součinitel kvality technologického parku
(neznáme-li nic bližšího, pak $\eta = 1$).

Součinitel f_n : Solověv navrhnul tvar
kde C, H ...dodatečně empiricky dodané

$$f_n = 1 - CH - k \sqrt{\frac{t}{T}}$$

konstanty pro korekci kvality technologického
procesu (původně vliv nestejnoměrnosti –
„Неповнота“ – příze)

k ... vhodná konstanta pro materiál a technologii

t, T ... jemnost vláken a příze

Příklad:

- Bavlněné příze mykané... $f_n = 1 - 0,18 - 2,65 \sqrt{t_{[\text{tex}]} / T_{[\text{tex}]}}$

- Bavlněné příze česané... $f_n = 1 - 0,14 - 2,65 \sqrt{t_{[\text{tex}]} / T_{[\text{tex}]}}$

Pozn.: Jádro vzorce, totiž $f_n = 1 - k \sqrt{t/T}$, vyplynulo z hrubé,
leč exaktní úvahy.

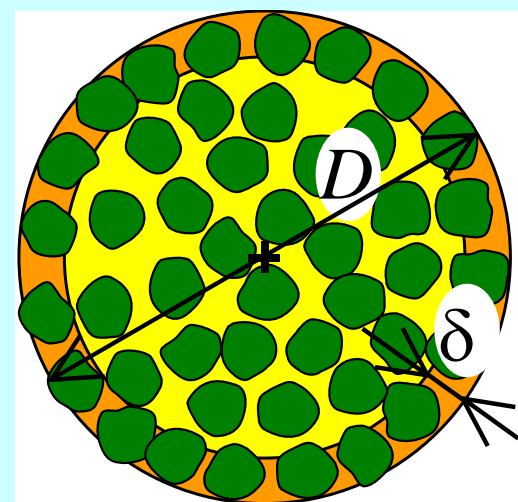
Idea: Vlákna na povrchu příze nejsou zvnějšku příze přitlačována, mohou proto snadno prokluzovat, a tedy nepřenáší „dobře“ tahovou sílu. Vlákna uvnitř příze jsou vzájemně stlačena a přenáší tak tahovou sílu „dobře“.

1. Předpoklad (zjednodušující): V povrchové vrstvě tloušťky δ vlákna tahovou sílu vůbec nepřenáší, ve vnitřní části přenáší vlákna tahovou sílu dokonale.

2. Předpoklad (zjednodušující): Zaplnění μ je ve všech místech příze stejné.

Potom celková plocha řezu přenášející tahové namáhání (žlutý kruh) je

$$S_{c,1} = \frac{\pi(D - 2\delta)^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - 2D\delta + \delta^2)$$

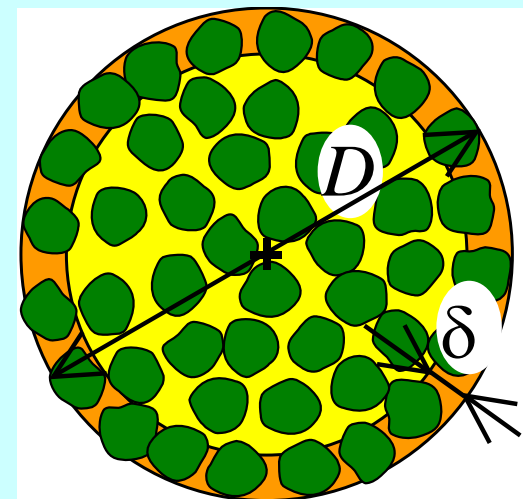


Plocha vláken v řezu přenášejícím tahové namáhání (ve žlutém kruhu) je $S_1 = S_{c,1} \mu = \frac{\pi\mu}{4} (D^2 - 2D\delta + \delta^2)$.

Celková plocha průřezu příze je $S_c = \pi D^2 / 4$ a plocha vláken v něm – substanční průřez – je $S = \mu S_c = \frac{\pi\mu}{4} D^2$.

Vliv počtu vláken v důsledku absence povrchové vrstvy je dán poměrem vláknenných ploch S_1/S .

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\frac{\pi\mu}{4} (D^2 - 2D\delta + \delta^2)}{\frac{\pi\mu}{4} D^2} = 1 - 2\frac{\delta}{D} + \left(\frac{\delta}{D}\right)^2$$



3. Předpoklad: Poměr δ/D je velmi malý.

Potom přibližně $S_1/S = 1 - 2\delta/D + (\delta/D)^2$,

$$\frac{S_1}{S} \doteq 1 - 2\frac{\delta}{D}$$

PŘÍZE A HEDVÁBÍ 3

Pro průměr příze uijeme nejjednodušší (Köchlinův) vztah $D = K\sqrt{T}$. Tloušťka „absentující“ vrstvy je „ideálně“ jednovláčenná, tj. je rovna průměru vlákna d . Poněkud obecněji uvažujme, že tato tloušťka je

$$\delta = \overbrace{C}^{\text{konstanta úměrnosti}} \cdot \overbrace{d}^{=\sqrt{4t/(\pi\rho)}} = C \sqrt{\frac{4t}{\pi\rho}} = \overbrace{C \sqrt{\frac{4}{\pi\rho}}}^{=Q \dots \text{parametr}} \sqrt{t} = Q\sqrt{t}$$

Užitím zmíněných vztahů nalezneme

$$S_1/S \doteq 1 - 2 \overbrace{\delta}^{=Q\sqrt{t}} / \overbrace{D}^{=K\sqrt{T}} = 1 - \overbrace{(2Q/K)}^{k \dots \text{parametr}} (\sqrt{t}/\sqrt{T})$$

$$\frac{S_1}{S} = 1 - k \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{T}} \dots \text{což je jádro výrazu pro } f_n \text{ dle Solověva}$$

Součinitel f_l : Solověv navrhnul tvar $f_l = 1 - \frac{h}{l}$

(nejjednodušší varianta Solověvova návrhu)

kde h ... vhodná konstanta pro materiál a technologii

l ... charakteristická délka vláken (např. střední délka, u bavlny staplová délka)

Příklad:

- Bavlněné příze mykané... $f_l = 1 - 5/l_{[\text{mm}]}$

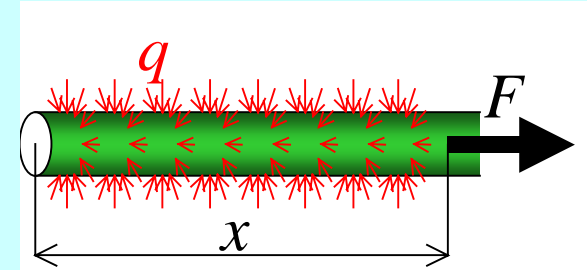
Pozn.: Tento vzorec vyplynul z hrubé, leč exaktní úvahy.

Idea: Při napínání příze konce vláken prokluzují, takže jsou méně prodlouženy a přenášejí menší sílu.

Předpoklad: Prokluzování konců vláken se řídí Coulombovým zákonem tření

PŘÍZE A HEDVÁBÍ 3

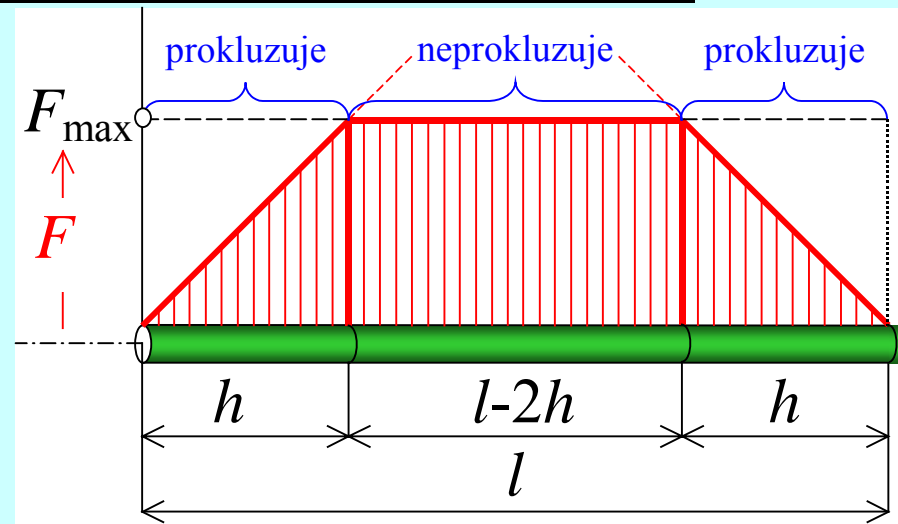
a) Uvažujme konec vlákna, sevřený svým okolím spojitým zatížením q na jednotku délky. (q nahrazuje sevření okolními vlákny.) Pro vytahování konce



ce délky x je třeba překonat třecí sílu

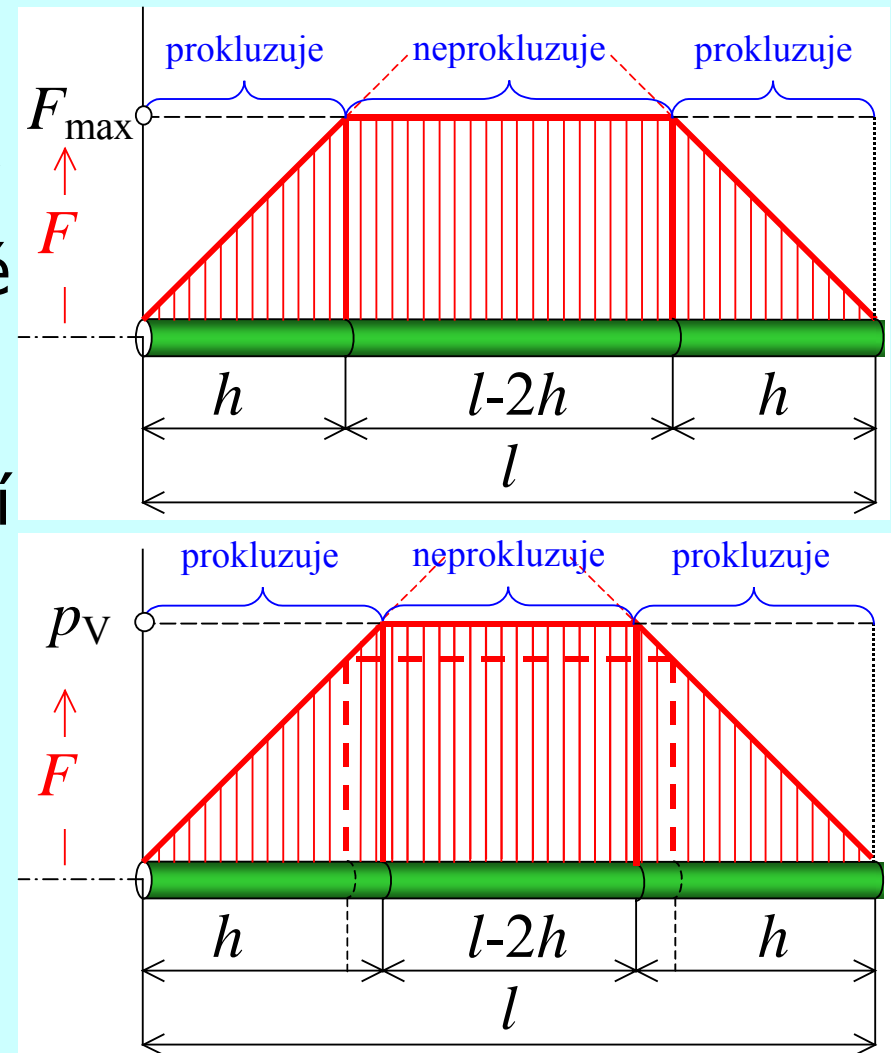
$$F = \underbrace{f}_{\text{součinitel tření}} \underbrace{qx}_{\text{souhrnná normálová síla}} \dots \text{síla } F \text{ roste lineárně se vzdáleností } x$$

b) Uvažujme celé vlákno sevřené okolními vlákny příze a spolu s nimi napínané. Oba konce délky h budou prokluzovat, avšak střední část prokluzovat nebude; bude se prodlužovat shodně s celým tělesem příze.



Pozn.: Kdyby měl prokluzovat delší konec než h , musela by být použita síla větší než F_{\max} (červené čárkované přímky). Z principu minima energie dá vlákno „přednost“ shodnému prodloužení s tělesem příze, kdy v něm vznikne „jen“ síla F_{\max} .

Nejnapjatější stav vlákna
 - ve střední části je vlákno napnuté na úroveň své pevnosti p_V



Střední napjatost

v nejnepjatějším vlákně

Geometricky: Výška (žlutého) obdélníku, jehož plocha je stejná jako plocha (červeného) lichoběžníku.

$$2 \cdot hp_v / 2 + (l - 2h) p_v = \bar{p}l,$$

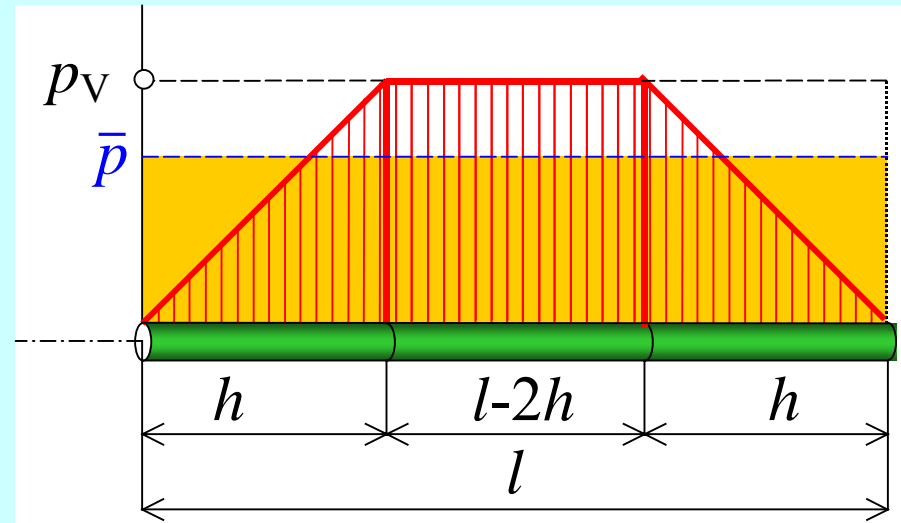
$$hp_v + lp_v - 2hp_v = \bar{p}l, \quad lp_v - hp_v = \bar{p}l,$$

$$p_v(l - h) = \bar{p}l, \quad p_v \left(1 - \frac{h}{l}\right) = \bar{p}$$

Využití pevnosti v důsledku prokluzů konců vláken je

$$\frac{\bar{p}}{p_v} = 1 - \frac{h}{l}$$

...což odpovídá výrazu pro f_l dle Solověva



Součinitel f_α : Solověv navrhnul postupovat ve 2 krocích

- stanovit kritický zákrut (zákrutový koeficient)
- určit f_α z rozdílu mezi skutečným a kritickým zákrutovým koeficientem

a) Kritický zákrutový koeficient

Pro Phrixův kritický zákrutový koeficient

lze (nejjednodušeji) psát, $a_{\text{krit}} = AT^B$

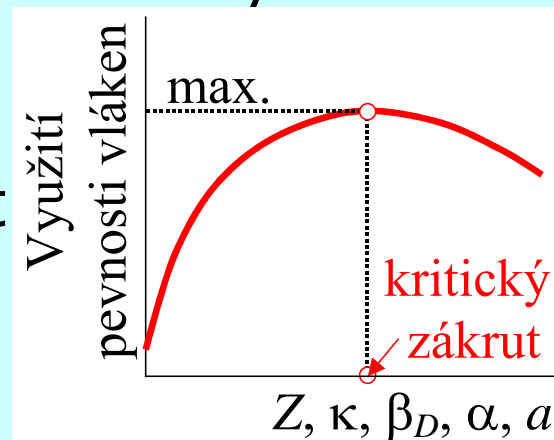
kde A, B ...parametry

Příklad: Bavlněné příze mykané ...

$a_{\text{krit}} \left[\text{m}^{-1} \text{ktex}^{2/3} \right] = 55 T_{[\text{tex}]}^{0,0908}$. Platí ovšem $Z = \alpha / \sqrt{T} = a / T^{2/3}$, $\alpha = a T^{-1/6}$,

$\alpha_{\text{krit}} = \underbrace{a_{\text{krit}}}_{=AT^B} T^{-1/6} = AT^{\underbrace{B-1/6}_{=C}}$, $\alpha_{\text{krit}} = AT^C$ kde A, C ...parametry

Příklad: Bavlněné příze mykané... $\alpha_{\text{krit}} \left[\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2} \right] = 173,9 T_{[\text{tex}]}^{-0,07587}$



b) Vlastní stanovení součinitele f_α

Je-li Köchlinův kritický zákrutový koeficient α_{krit} a Köchlinův zákrutový koeficient skutečné příze α , pak označíme

$$\delta_{\left[\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2} \right]} = \alpha_{\left[\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2} \right]} - \alpha_{\text{krit} \left[\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2} \right]}$$

a příslušný součinitel f_α určíme z přiložené empiricky stanovené tabulky (zpracována pro bavlněné příze)

δ [$\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2}$]	f_α	δ [$\text{m}^{-1} \text{ktex}^{1/2}$]	f_α
-50	0,70	10	0,99
-40	0,80	15	0,98
-30	0,86	20	0,96
-25	0,91	30	0,94
-20	0,94	40	0,91
-15	0,96	50	0,88
-10	0,98	60	0,85
-5	0,99	70	0,82
0	1	80	0,79