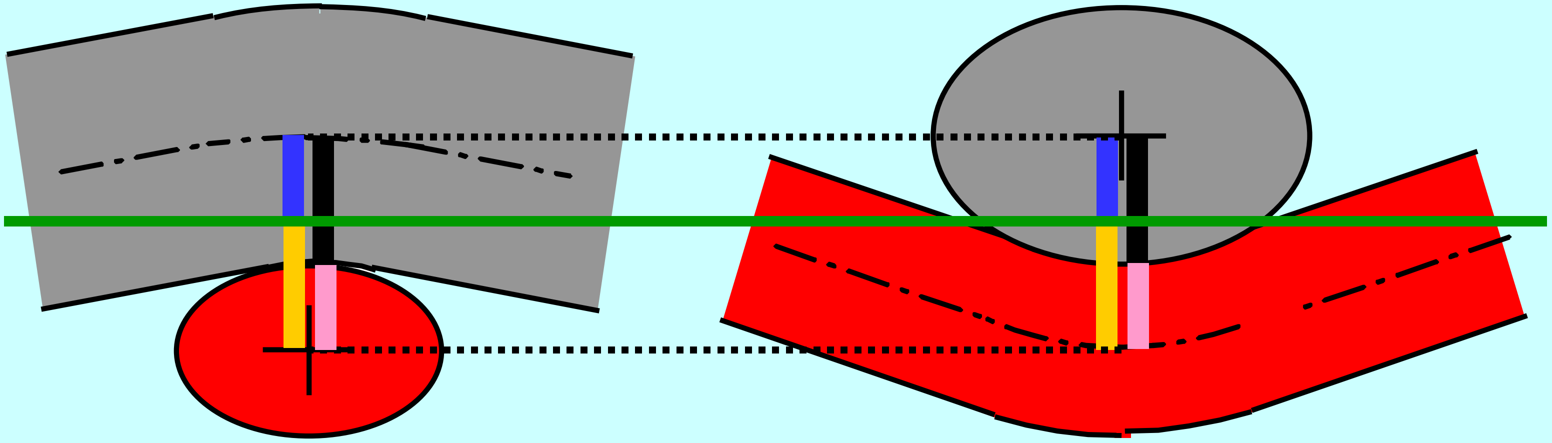
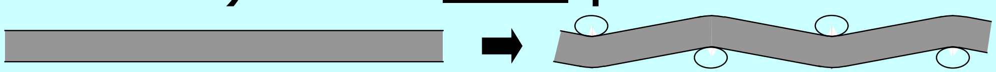
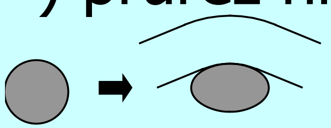
TKANINY 2

„MODELY GEOMETRIE“



TKANINY 2

Geometrie tkaniny – <u>tvar osnovních a útkových nití</u> a jejich <u>vzájemné prostorové uspořádání</u> ve tkanině

Pozorujeme ***změny geometrie výchozí*** („volné“) ***nitě*** způsobené přechodem do tkaniny, a to:
V podélném směru směru – původní „rovná“ (modelově přímková) nit se <u>zvlní</u> provázáním s ostatními nitěmi (). ZVLNĚNÍ nití je mj. vázáno podmínkou, že osnovní a útkové nitě se vzájemně dotýkají.
V příčném směru – původně osově symetrický („kruhový“) průřez nitě se <u>zploští</u>, zejména ve vazném bodě (). Tato PŘÍČNÁ (transverzální) DEFORMACE nitě je důsledkem vzájemného deformování osnovních a útkových nití ve tkanině.

Zvlnění tkaniny

Mezi zvlněním osnovy a útku je vztah, plynoucí z kontaktu osnovních a útkových nití ve vazném bodě.

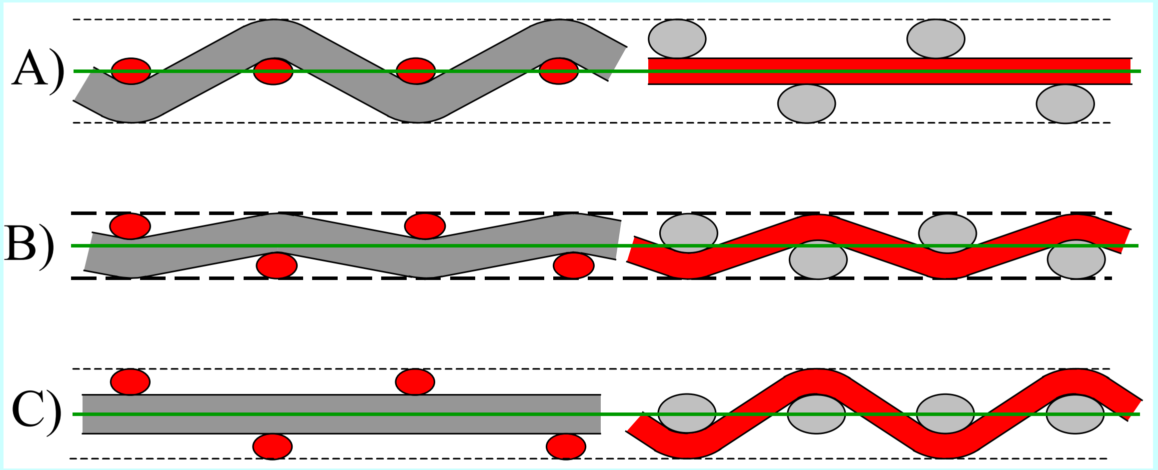
A) *1. krajní případ* – rovná osnova (tyč) ⇒ maximální zvlnění útku.

C) *2. krajní případ* – rovný útek (tyč) ⇒ maximální zvlnění útku.

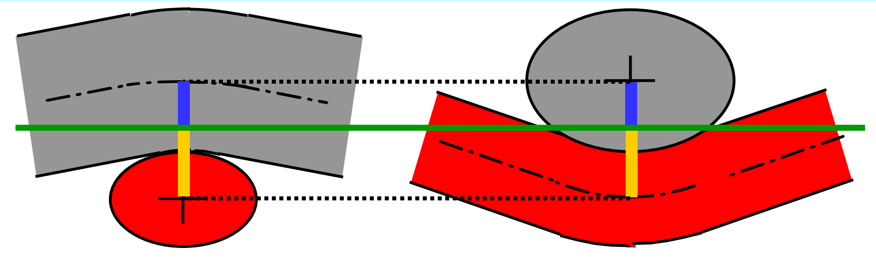
B) VYROVNANÁ TKANINA – osnovní i útkové body leží v jedné rovně.

(Častý předpoklad jednodušších teoretických modelů)

Pozn.: — **střední rovina tkaniny**



Mírou zvlnění nitě je **výška vazné vlny** – největší vzdálenost osy od střední roviny

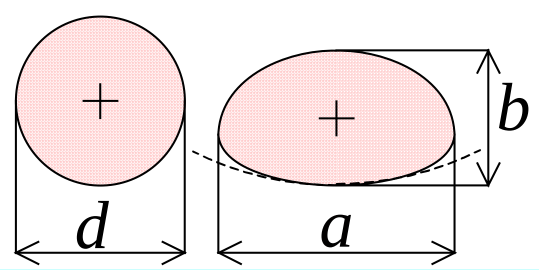


Výška vazné vlny **osnovy**… h_o (|)
Výška vazné vlny **útku**… h_u (|)

Příčná deformace nití

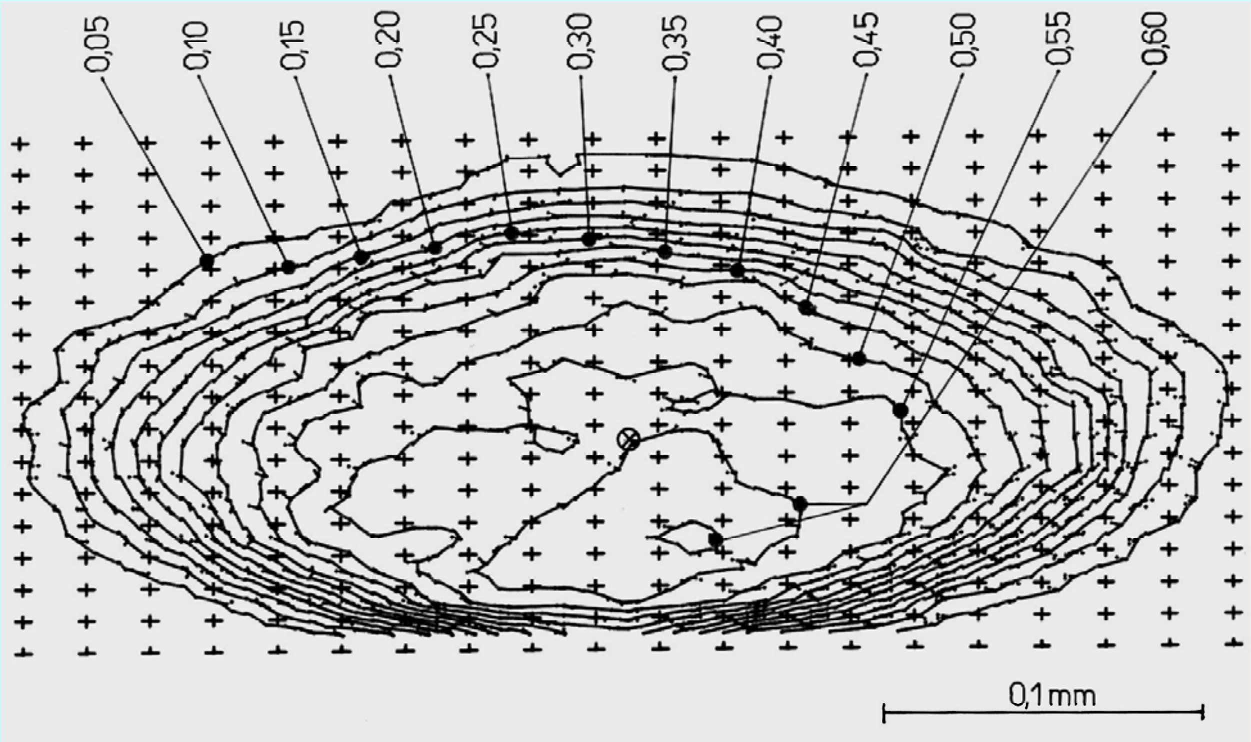
Výchozí (volná) nit s průměrem d se ve vazném bodě zdeformuje do zploštělého tvaru charakterizovaného **šířkou nitě** a a **výškou nitě** b. Obvykle (nikoli nutně) $a > d,\ b < d$. (Osa zdeformované nitě se obvykle uvažuje v polovině vzdáleností a, b.) Zavádí se též - **rozšíření nitě**… $\alpha = a/d$

- **stlačení nitě**… $\beta = b/d$



Příklad: Osnova, viskózová příze 25 tex, bavlnářský typ; tkanina – plátno, dostavy $D_o = D_u = 2470\ \mathrm{m}^{-1}$.

Experimentálně stanovené čáry – „izodenzy“ – spojují místa stejného zaplnění (viz uvedené hodnoty):



Vztah výšek vazných vln a výšek nití

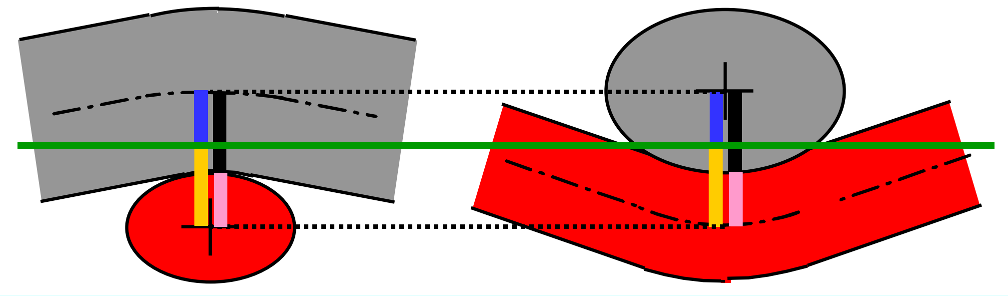
Ve vazném bodě je

Výška vazné vlny osnovy... h_o (|)

Výška vazné vlny útku... h_u (|)

Polovina výšky osnovní nitě... $b_o/2$ (|)

Polovina výšky útkové nitě... $b_u/2$ (|)



Vzdálenost os nití ve vazném bodě tkaniny je vyjádřena hodnotou $\boxed{h_o + h_u = \left(b_o + b_u\right)/2}$

Pozn.: Rovnost musí platit vždy, pro každý model tkaniny.

Modely geometrie tkaniny - přehled

1. MECHANICKÉ – respektují, že nitě jsou ve tkanině zdeformovány (podél i napříč) mechanickými silami ⇒ fyzikálně nejsprávnější, ale složité, obtížné.

2. APRIORNĚ GEOMETRICKÉ – vycházejí z apriorních předpokladů o tvarech os nití a průřezůu nití:

a) **Osy nití** - složené jen z úseček
- složené z kruh. oblouků a úseček
- vytvořené jinými křivkami (harmonické aj.)

b) **Průřezy nití** ve vazném bodě tkaniny:
- kruhové
- jiné (elipsa, „čočka“, „Kempův průřez“ aj.)

c) **Zvlnění osnovy a útku**:
- vyrovnaná tkanina
- nevyrovnaná tkanina

PEIRCEŮV MODEL TKANINY

Typ: Apriorně geometrický. *Osy nití:* Oblouky a úsečky.
Průřezy: Kruhové. *Zvlnění:* Nevyrovnaná tkanina.

Předpokládejme, že jsou známé:

dostava osnovy… D_o, dostava útku… D_u,
průměr osnovní nitě… d_o, průměr útkové nitě… d_u,
výška vazné vlny osnovy… h_o, výška vazné vlny útku… h_u.

Protože průřezy nití ve vazných bodech jsou kruhové, je tloušťka každé nitě rovna jejímu průměru. Platí

$b_o = d_o,\; b_u = d_u$ a tedy

$$h_o + h_u = \left(\overbrace{b_o + b_u}^{=d_o+d_u}\right)\Big/2, \quad \boxed{h_o + h_u = \left(d_o + d_u\right)/2}$$

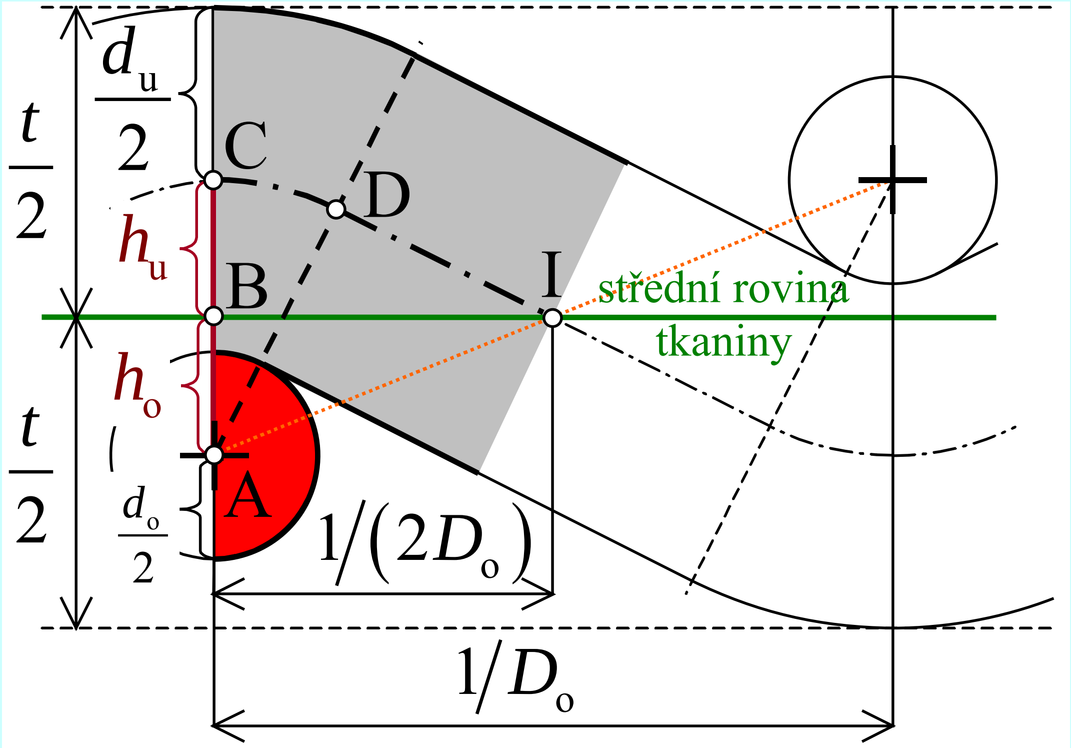
Pozn.: Postačí znát jenom 3 z hodnot h_o, h_u, d_o, d_u.
Čtvrtou hodnotu dopočteme z poslední rovnice.

Geometrie zakříženého úseku útkové nitě

Vzdálenost osnovních nití…$1/D_o$

Bod I…střed bodové symetrie („inflex-ní“ bod osy nitě). Leží ve střední rovině tkaniny a na spojici os osnovních nití, $BI = (1/D_o)/2$

Kruhový oblouk CD… střed v bodě A, poloměr $h_o + h_u$



Tloušťka tkaniny…t (V nevyrovnané tkanině je $t > d_o + d_u$.)

Pozn.: Dále bude užívána jen levá „půlvlna“ schématu.

<u>Výpočet úsečky</u> AI=b
z trojúhelníku ABI:

$$b^2 = h_o^2 + \left(\frac{1}{2D_o}\right)^2 =$$

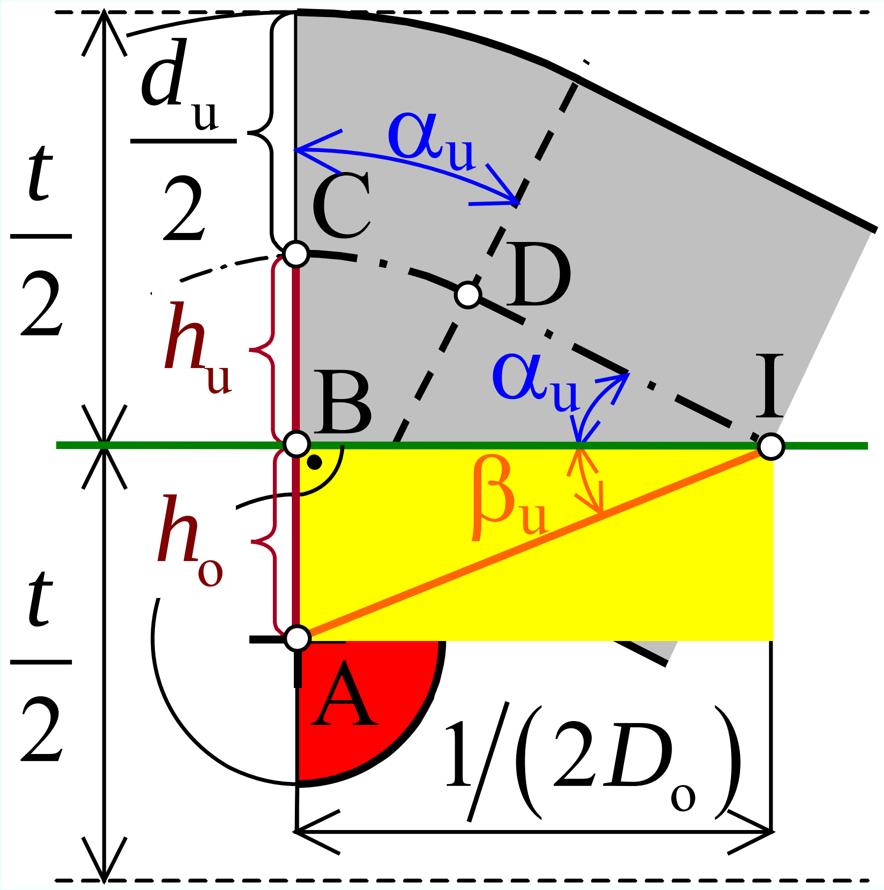
$$= h_o^2 + \frac{1}{4D_o^2},$$

$$\boxed{b = \sqrt{h_o^2 + \frac{1}{4D_o^2}}}$$

<u>Výpočet úhlu</u> β_u ($\widehat{AIB}$):

$$\mathrm{tg}\,\beta_u = \frac{h_o}{1/(2D_o)},$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\beta_u = 2D_o h_o}$$



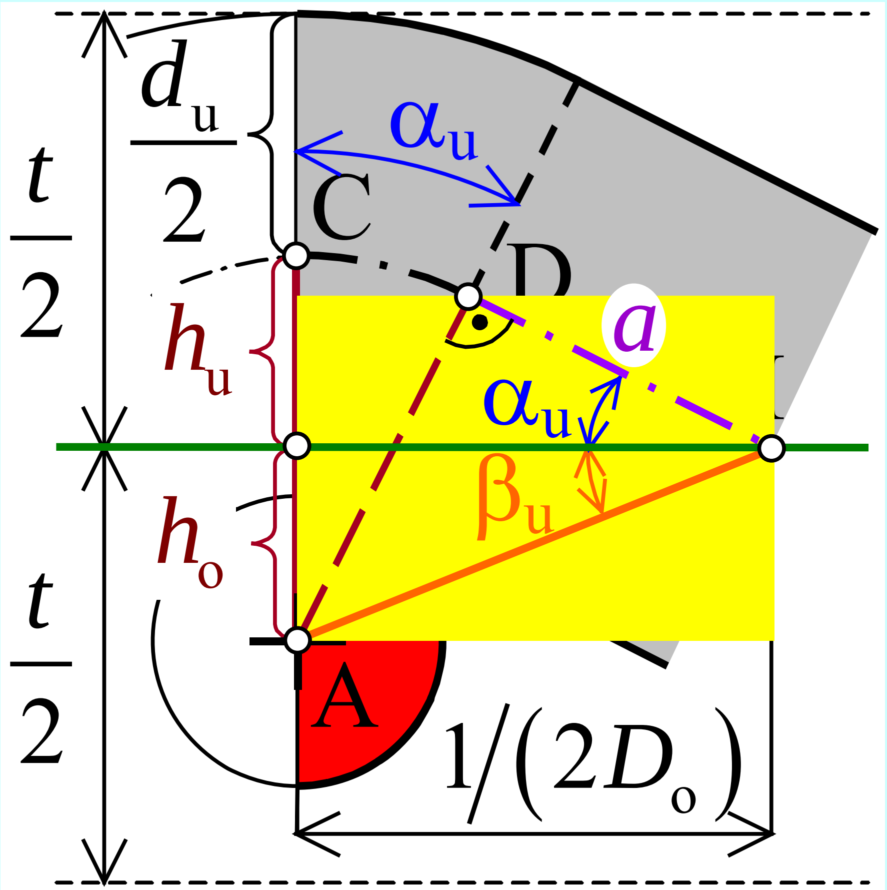
Výpočet úsečky DI=a z trojúhelníku ADI:

$$AD = AC = h_o + h_u$$

$$b^2 = \Big(\overbrace{AD}^{=h_o+h_u}\Big)^2 + a^2 = (h_o + h_u)^2 + a^2,$$

$$a^2 = \overbrace{b^2}^{=h_o^2+1/\left(4D_o^2\right)} - (h_o + h_u)^2 = h_o^2 + 1/\left(4D_o^2\right) - (h_o + h_u)^2,$$

$$\boxed{a = \sqrt{1/\left(4D_o^2\right) + h_o^2 - (h_o + h_u)^2}}$$



Úhel $\alpha_u+\beta_u$ ($\widehat{AID}$): $\mathrm{tg}(\alpha_u + \beta_u) = \overbrace{AD}^{=h_o+h_u} \Big/ \overbrace{a}^{=\sqrt{1/\left(4D_o^2\right)+h_o^2-(h_o+h_u)^2}}$,

$$\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u) = \frac{h_o + h_u}{\sqrt{1/(4D_o^2) + h_o^2 - (h_o + h_u)^2}}$$

Mezi úhly α_u, β_u a $\alpha_u+\beta_u$ platí známý goniometrický vztah $\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u) = (\operatorname{tg}\alpha_u + \operatorname{tg}\beta_u)/(1 - \operatorname{tg}\alpha_u \operatorname{tg}\beta_u)$. Odtud

$$\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u) - \operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)\operatorname{tg}\alpha_u \operatorname{tg}\beta_u = \operatorname{tg}\alpha_u + \operatorname{tg}\beta_u,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u) - \operatorname{tg}\beta_u = \operatorname{tg}\alpha_u + \operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)\operatorname{tg}\alpha_u \operatorname{tg}\beta_u =$$

$$= \operatorname{tg}\alpha_u \left[1 + \operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)\operatorname{tg}\beta_u\right],$$

$$\operatorname{tg}\alpha_u = \left[\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u) - \operatorname{tg}\beta_u\right] / \left[1 + \operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)\operatorname{tg}\beta_u\right]$$

A tedy

$$\operatorname{tg}\alpha_u = \left[\overbrace{\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)}^{=\frac{h_o + h_u}{\sqrt{1/(4D_o^2) + h_o^2 - (h_o + h_u)^2}}} - \overbrace{\operatorname{tg}\beta_u}^{=2D_o h_o}\right] \Big/ \left[1 + \overbrace{\operatorname{tg}(\alpha_u + \beta_u)}^{=\frac{h_o + h_u}{\sqrt{1/(4D_o^2) + h_o^2 - (h_o + h_u)^2}}} \overbrace{\operatorname{tg}\beta_u}^{=2D_o h_o}\right],$$

TKANINY 2

$$\operatorname{tg}\alpha_u = \left[\frac{h_o + h_u}{\sqrt{1/\left(4D_o^2\right) + h_o^2 - \left(h_o + h_u\right)^2}} - 2D_o h_o\right] \Bigg/ \left[1 + \frac{h_o + h_u}{\sqrt{1/\left(4D_o^2\right) + h_o^2 - \left(h_o + h_u\right)^2}} 2D_o h_o\right]$$

a po násobení zlomku odmocninou:

$$\operatorname{tg}\alpha_u = \frac{\left(h_o + h_u\right) - 2D_o h_o \sqrt{1/\left(4D_o^2\right) + h_o^2 - \left(h_o + h_u\right)^2}}{\sqrt{1/\left(4D_o^2\right) + h_o^2 - \left(h_o + h_u\right)^2} + \left(h_o + h_u\right) 2D_o h_o}$$

Formální zjednodušení výrazů:

Zaveďme

- **relativní výšku vazné vlny osnovy**… $\lambda_o = h_o / \left(h_o + h_u\right)$
- **relativní výšku vazné vlny útku**… $\lambda_u = h_u / \left(h_o + h_u\right)$

Protože platí $h_o + h_u = \left(d_o + d_u\right)/2$, lze též psát

$$\lambda_o = \frac{2h_o}{d_o + d_u}, \quad h_o = \lambda_o \frac{d_o + d_u}{2} \qquad \lambda_u = \frac{2h_u}{d_o + d_u}, \quad h_u = \lambda_u \frac{d_o + d_u}{2}$$

TKANINY 2

Pro úhel β_u nyní platí

$$\mathrm{tg}\,\beta_u = 2D_o \underbrace{h_o}_{=\lambda_o(d_o+d_u)/2}, \quad \boxed{\mathrm{tg}\,\beta_u = D_o\lambda_o\left(d_o+d_u\right)}, \quad \boxed{D_o = \frac{\mathrm{tg}\,\beta_u}{\lambda_o\left(d_o+d_u\right)}}$$

Uvažujme, že jsme stanovili hodnotu $\mathrm{tg}\,\beta_u$. Platí

$$\underbrace{\sin^2\beta_u/\sin^2\beta_u}_{=1} + \underbrace{\cos^2\beta_u/\sin^2\beta_u}_{=1/\mathrm{tg}^2\beta_u} = 1/\sin^2\beta_u, \quad \boxed{1+\frac{1}{\mathrm{tg}^2\beta_u} = \frac{1}{\sin^2\beta_u}}$$

Užitím hodnot λ_o, λ_u, $\mathrm{tg}\beta_u$ či $\sin\beta_u$ postupně nalezneme výrazy

$$\Bigg[\underbrace{h_o}_{=\lambda_o\frac{d_o+d_u}{2}}\Bigg]^2 + \Bigg[1\Bigg/\Bigg(2\underbrace{D_o}_{=\frac{\mathrm{tg}\beta_u}{\lambda_o(d_o+d_u)}}\Bigg)\Bigg]^2 = \lambda_o^2\frac{\left(d_o+d_u\right)^2}{4} + \frac{1}{4}\frac{\lambda_o^2\left(d_o+d_u\right)^2}{\mathrm{tg}^2\beta_u} =$$

$$= \frac{\left(d_o+d_u\right)^2}{4}\lambda_o^2\Bigg(\underbrace{1+1/\mathrm{tg}^2\beta_u}_{=1/\sin^2\beta_u}\Bigg)$$

TKANINY 2

Takže $\boxed{h_o^2+\dfrac{1}{(2D_o)^2}=\dfrac{(d_o+d_u)^2}{4}\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}}$ a užitím tohoto výrazu

$$\underbrace{\frac{1}{(2D_o)^2}+h_o^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}}-\underbrace{(h_o+h_u)^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}},\qquad \boxed{\frac{1}{(2D_o)^2}+h_o^2-(h_o+h_u)=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\left(\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1\right)}$$

Nyní lze psát

$$b=\sqrt{\underbrace{h_o^2+1/(4D_o^2)}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}}},\qquad \boxed{b=\frac{d_o+d_u}{2}\frac{\lambda_o}{\sin\beta_u}}$$

$\boxed{\operatorname{tg}\beta_u=D_o\lambda_o(d_o+d_u),}$ (viz dříve); též $\boxed{\dfrac{\operatorname{tg}\beta_u}{\lambda_o}=D_o(d_o+d_u)}$

TKANINY 2

$$a=\sqrt{\underbrace{1/\left(4D_o^2\right)+h_o^2-\left(h_o+h_u\right)^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\left(\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1\right)}},$$

$$\boxed{a=\frac{d_o+d_u}{2}\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}}$$

$$\mathrm{tg}\left(\alpha_u+\beta_u\right)=\underbrace{\left(h_o+h_u\right)}_{=(d_o+d_u)/2}\Bigg/\sqrt{\underbrace{1/\left(4D_o^2\right)+h_o^2-\left(h_o+h_u\right)^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\left(\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1\right)}}=\frac{d_o+d_u}{2}\Bigg/\left(\frac{d_o+d_u}{2}\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}\right),$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\left(\alpha_u+\beta_u\right)=1\Bigg/\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}}$$

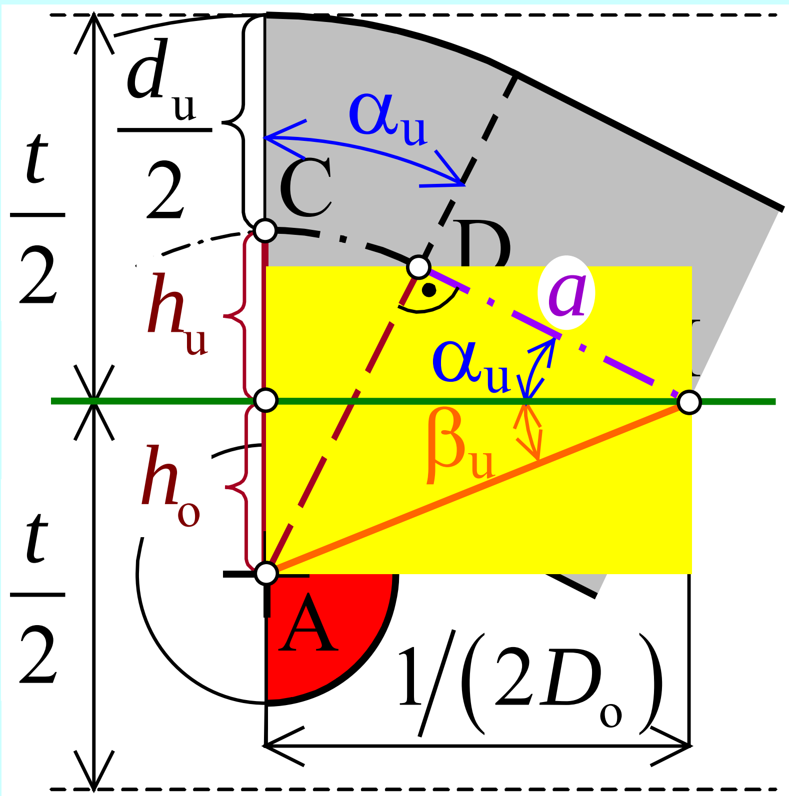
konečně

$$\mathrm{tg}\,\alpha_u=\frac{\underbrace{\left(h_o+h_u\right)}_{=(d_o+d_u)/2}-2\underbrace{D_o h_o}_{=\mathrm{tg}\beta_u/2}\sqrt{\underbrace{1/\left(4D_o^2\right)+h_o^2-\left(h_o+h_u\right)^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\left(\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1\right)}}}{\sqrt{\underbrace{1/\left(4D_o^2\right)+h_o^2-\left(h_o+h_u\right)^2}_{=\frac{(d_o+d_u)^2}{4}\left(\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1\right)}}+\underbrace{\left(h_o+h_u\right)}_{=(d_o+d_u)/2}2\underbrace{D_o h_o}_{=\mathrm{tg}\beta_u/2}}$$

TKANINY 2

$$\operatorname{tg}\alpha_u=\frac{\dfrac{d_o+d_u}{2}-\operatorname{tg}\beta_u\,\dfrac{d_o+d_u}{2}\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}}{\dfrac{d_o+d_u}{2}\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}+\dfrac{d_o+d_u}{2}\operatorname{tg}\beta_u},$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha_u=\frac{1-\operatorname{tg}\beta_u\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}}{\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}+\operatorname{tg}\beta_u}}$$



Setkání zakříženého úseku

Platí: IB⊥CB, ID⊥AD, takže

$$\boxed{\alpha_u=\sphericalangle DIB=\sphericalangle DAC}$$

<u>Délka oblouku</u> CD je pak

$$\overset{\frown}{CD}=\alpha_u\Big(\underbrace{h_o+h_u}_{=(d_o+d_u)/2}\Big),\quad \boxed{\overset{\frown}{CD}=\alpha_u\frac{d_o+d_u}{2}}$$

Pozn.: Úhel v <u>radiánech</u>!

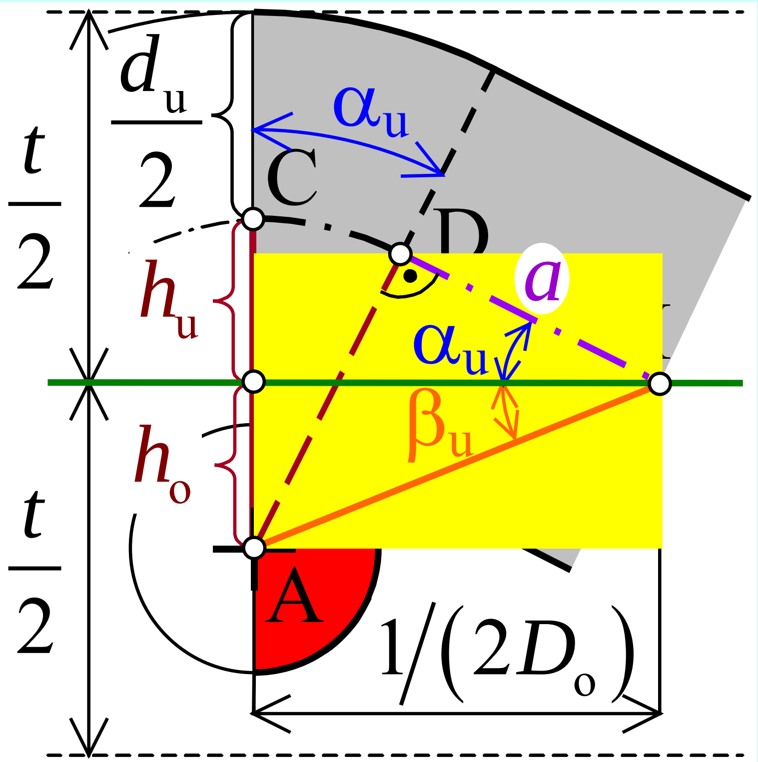
Ve znázorněné „půlvlně" útkové nitě je:

- <u>délka útkové nitě</u>… $l_u = \widehat{CD} + a$

$$l_u = \overbrace{\widehat{CD}}^{=\alpha_u \frac{d_o+d_u}{2}} + \overbrace{a}^{=\frac{d_o+d_u}{2}\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}} =$$

$$= \frac{d_o+d_u}{2}\left(\alpha_u + \sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}\right),$$

- <u>délka tkaniny</u> $l_{t,u} = 1/(2D_o)$



Setkání útku v zakříženém úseku

$$s_u = \frac{l_u - l_{t,u}}{l_{t,u}} = \overbrace{l_u}^{=\frac{d_o+d_u}{2}\left(\alpha_u+\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}\right)} \bigg/ \overbrace{l_{t,u}}^{=1/(2D_o)} - 1 = \frac{2\overbrace{D_o(d_o+d_u)}^{=\mathrm{tg}\,\beta_u/\lambda_o}}{2}\left(\alpha_u + \sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}\right) - 1,$$

$$s_u = \frac{\mathrm{tg}\,\beta_u}{\lambda_o}\left(\alpha_u + \sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} - 1}\right) - 1$$

, kde

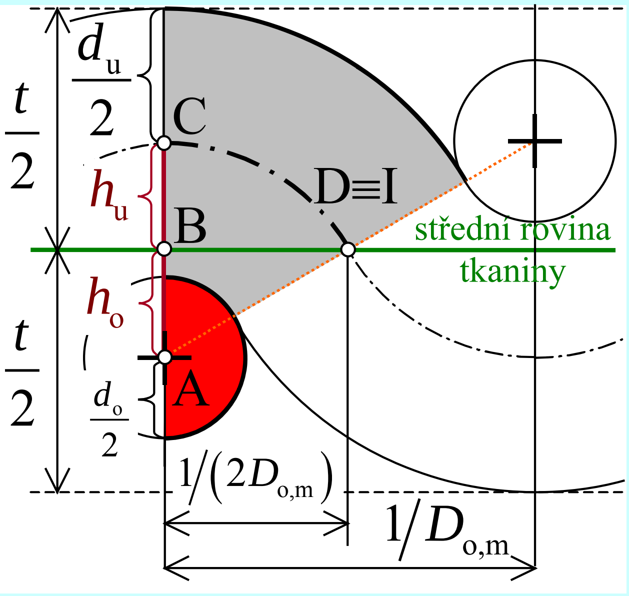
$$\alpha_u = \mathrm{arctg}\left[\frac{1 - \mathrm{tg}\,\beta_u\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} - 1}}{\sqrt{\dfrac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} - 1} + \mathrm{tg}\,\beta_u}\right]$$

Mezní dostava osnovy

(v zakřížených úsecích)

Kdybychom při stále stejných hodnotách h_o, h_u, d_o, d_u zvětšovali dostavu osnovních nití D_o, „narazili" bychom posléze na mez, kterou nelze překročit. Tato největší dostava osnovy je **mezní dostava osnovy**… $D_{o,m}$

Při mezní dostavě na sebe navazují oblouky útkové nitě bez úsečky DI.



V tomto případě je

$$\mathrm{DI} = a = \frac{d_o + d_u}{2}\sqrt{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} - 1} = 0$$

takže musí platit

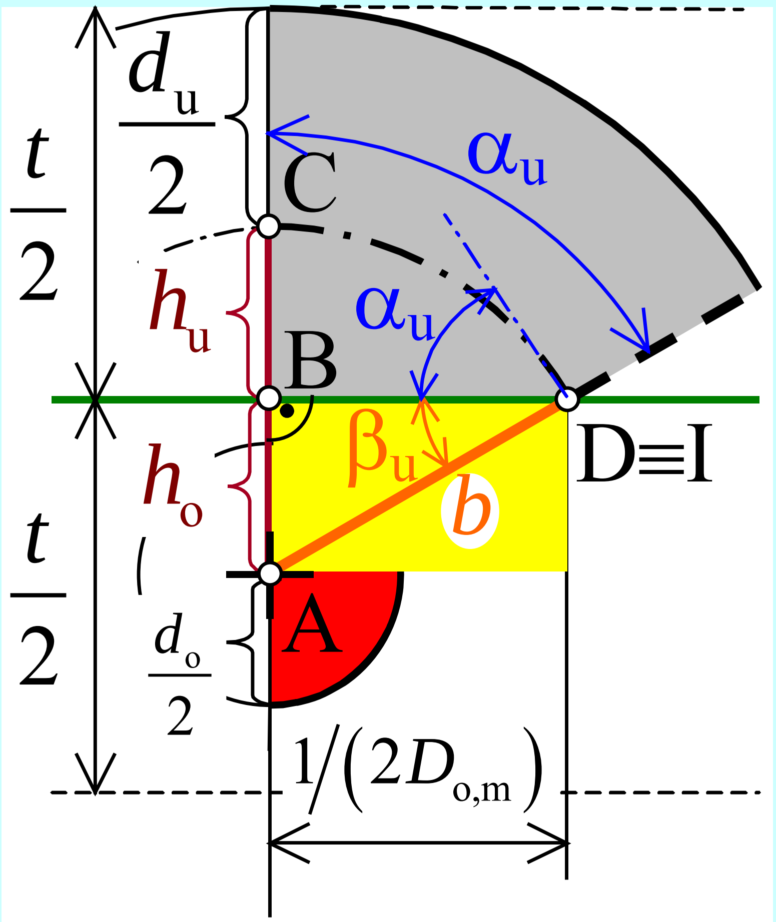
$$\boxed{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} - 1 = 0} \quad \frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u} = 1, \quad \frac{\lambda_o}{\sin\beta_u} = 1,$$

$$\boxed{\sin\beta_u = \lambda_o}$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_u = \frac{\sin\beta_u}{\underbrace{\cos\beta_u}_{\sqrt{1-\sin^2\beta_u}}} = \frac{\overbrace{\sin\beta_u}^{=\lambda_o}}{\sqrt{1-\Big(\overbrace{\sin\beta_u}^{=\lambda_o}\Big)^2}}$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\beta_u = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1-\lambda_o^2}}}$$

Půlvlna při mezní dostavě:

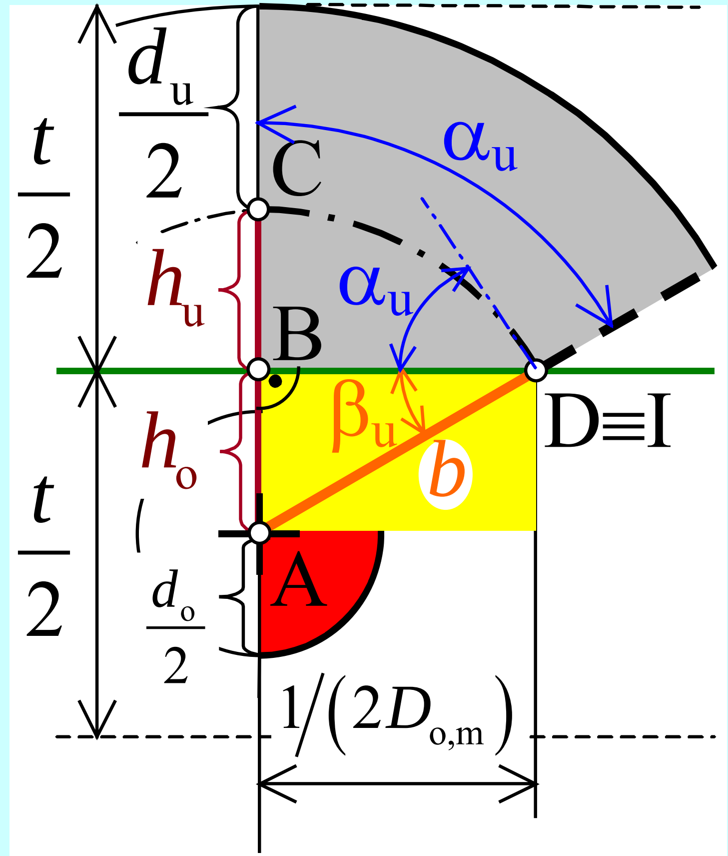


TKANINY 2

$$\mathrm{tg}(\alpha_u+\beta_u)=1\Big/\sqrt{\underbrace{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}_{=0}}=\frac{1}{0}=\infty$$

$\boxed{\alpha_u+\beta_u=\pi/2}$ tj. 90°.

$$\mathrm{tg}\,\alpha_u=\frac{1-\mathrm{tg}\,\beta_u\sqrt{\overbrace{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}^{=0}}}{\sqrt{\overbrace{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}^{=0}}+\mathrm{tg}\,\beta_u}=\frac{1}{\underbrace{\mathrm{tg}\,\beta_u}_{=\frac{\lambda_o}{\sqrt{1-\lambda_o^2}}}}$$



$$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha_u=\frac{\sqrt{1-\lambda_o^2}}{\lambda_o},\quad \alpha_u=\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-\lambda_o^2}}{\lambda_o}\right)}$$

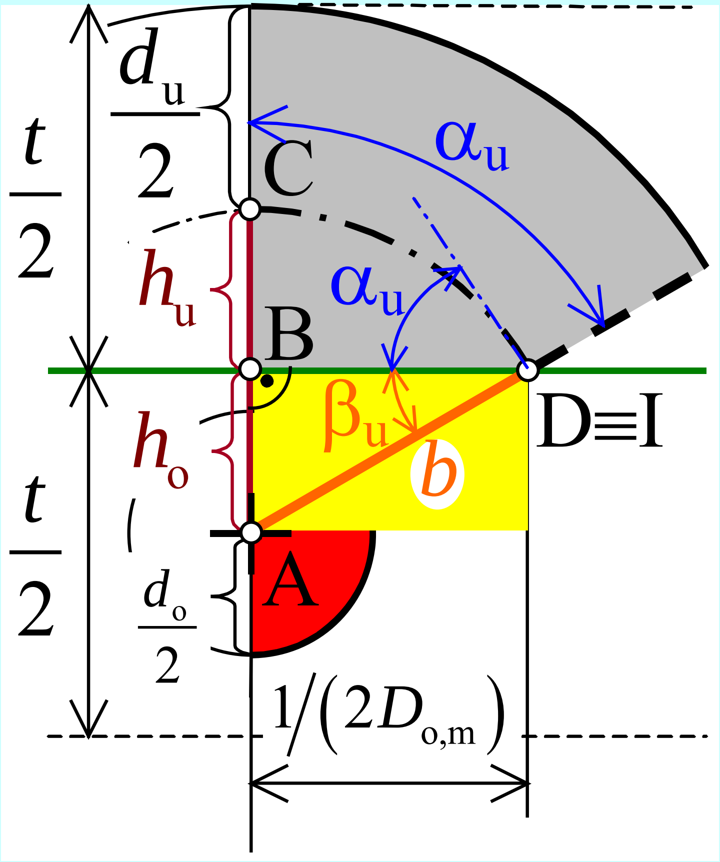
Mezní setkání útku… $s_{u,m}$

$$s_{u,m}=\frac{\overbrace{\operatorname{tg}\beta_u}^{=\frac{\lambda_o}{\sqrt{1-\lambda_o^2}}}}{\lambda_o}\left(\overbrace{\alpha_u}^{=\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-\lambda_o^2}}{\lambda_o}\right)}+\sqrt{\overbrace{\frac{\lambda_o^2}{\sin^2\beta_u}-1}^{=0}}\right)-1,$$

$$\boxed{s_{u,m}=\frac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-\lambda_o^2}/\lambda_o\right)}{\sqrt{1-\lambda_o^2}}-1}$$

Konečně vyjádříme mezní dosta-vu z výrazu $\operatorname{tg}\beta_u=D_o\lambda_o(d_o+d_u)$.

$$\overbrace{\operatorname{tg}\beta_u}^{=\frac{\lambda_o}{\sqrt{1-\lambda_o^2}}}=\overbrace{D_o}^{=D_{o,m}}\lambda_o(d_o+d_u)$$



Mezní dostava osnovy…

$$\boxed{D_{o,m}=\frac{1}{(d_o+d_u)\sqrt{1-\lambda_o^2}}}$$

Geometrie zakříženého úseku osnovní nitě, mezní dostava útku

Analogicky jako v předchozím případě lze odvodit rovnice platné pro geometrii osnovní nitě a mezní dostavu útku.

Záměnou indexů 'o' a 'u' ve všech předchozích vztazích vzniknou rovnice platné pro zakřížený úsek osnovní nitě!

Platí např.:

- mezní setkání osnovy v zakříženém úseku

$$s_{\mathrm{o,m}} = \frac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-\lambda_{\mathrm{u}}^{2}}\,/\lambda_{\mathrm{u}}\right)}{\sqrt{1-\lambda_{\mathrm{u}}^{2}}} - 1$$

- mezní dostava osnovy

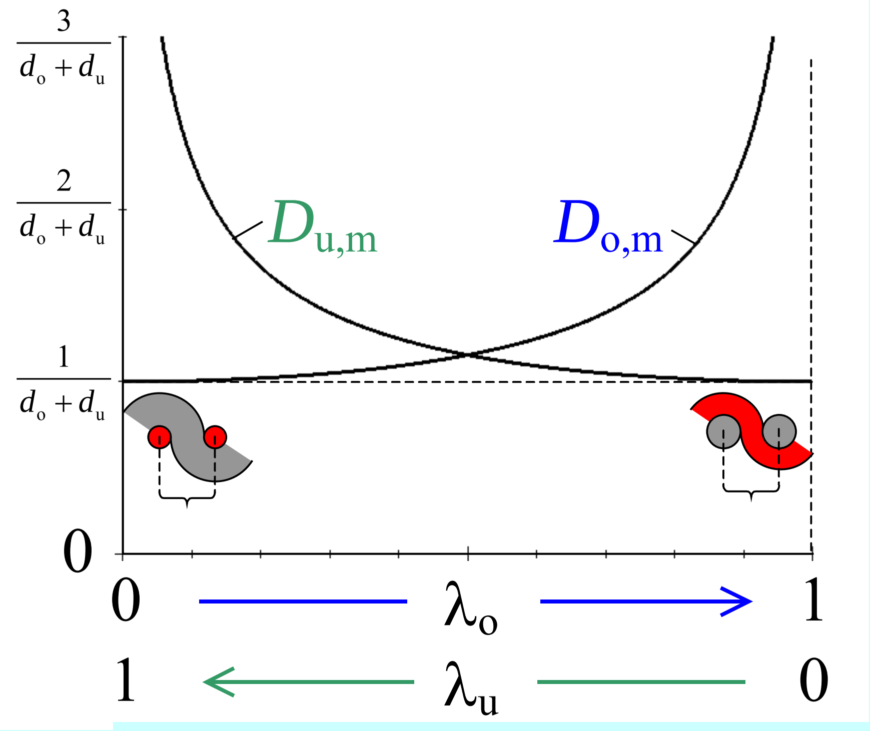
$$D_{\mathrm{u,m}} = \frac{1}{\left(d_{\mathrm{o}} + d_{\mathrm{u}}\right)\sqrt{1-\lambda_{\mathrm{u}}^{2}}}$$

, atp.

Závislost mezních dostav na relativních výškách vazných vln:

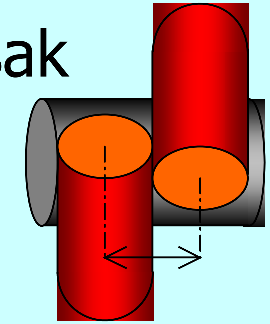
$$D_{o,m} = \frac{1}{(d_o + d_u)\sqrt{1-\lambda_o^2}}$$

$$D_{u,m} = \frac{1}{(d_o + d_u)\sqrt{1-\lambda_u^2}}$$



Klesne-li mezní dostava v jedné soustavě, ve druhé se zvětší!

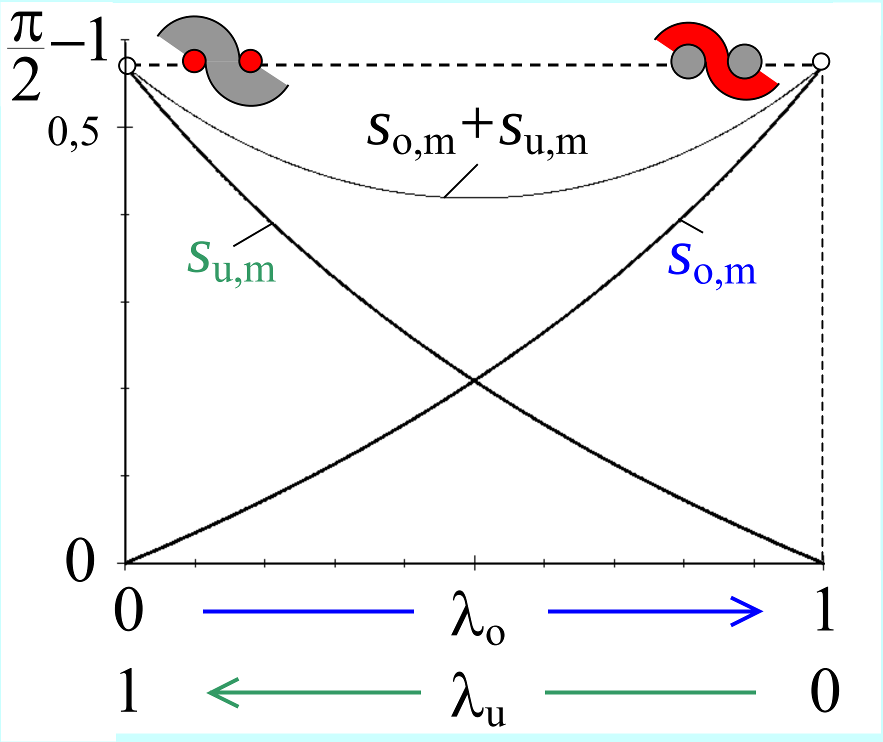
Pozn.: Teoreticky limituje mezní dostava k ∞. Avšak s ohledem na křížení nití nemůže být maximální dostava větší než převratná hodnota průměru příslušné nitě.



Závislost mezních setkání na relativních výškách vazných vln :

$$s_{o,m} = \frac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-\lambda_u^2}/\lambda_u\right)}{\sqrt{1-\lambda_u^2}} - 1$$

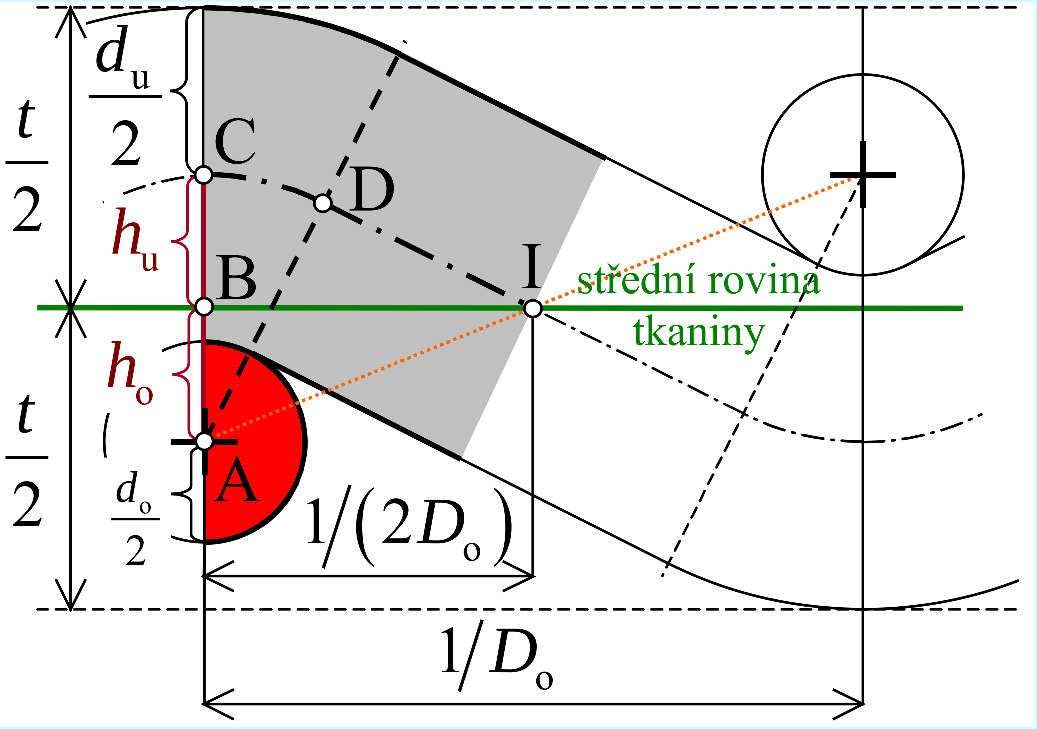
$$s_{u,m} = \frac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-\lambda_o^2}/\lambda_o\right)}{\sqrt{1-\lambda_o^2}} - 1$$



Zvětší-li se mezní setkání v jedné soustavě, klesne jeho hodnota v druhé soustavě.

Pozn.: Součet obou mezních setkání je kolem hodnoty $\lambda_o=1-\lambda_u=0,5$ téměř konstantní.

Tloušťka tkaniny



Z nákresu je zřejmé, že tloušťka tkaniny t je dvojnásobkem větší z hodnot $h_o+d_o/2$ a $h_u+d_u/2$. (Ve znázorněném příkladě je větší $h_u+d_u/2$.)
Obecně tedy platí:

$$\frac{t}{2} = \max\left[\left(h_o + \frac{d_o}{2}\right), \left(h_u + \frac{d_u}{2}\right)\right]$$

Toušťka tkaniny…

$$\boxed{t = \max\left[2h_o + d_o,\ 2h_u + d_u\right]}$$

TKANINY 2

Ve výrazu pro tloušťku lze užít dříve zavedené relativní výšky zvlnění $\lambda_o = 2h_o/(d_o + d_u)$, $\lambda_u = 2h_u/(d_o + d_u)$.

Zavedeme ještě

- **relativní průměr osnovy**… $\boxed{\delta_o = d_o/(d_o + d_u)}$
- **relativní průměr útku**… $\boxed{\delta_u = d_u/(d_o + d_u)}$

Tloušťku tkaniny lze pak vyjádřit vztahem

$$t = (d_o + d_u)\cdot \max\left[\overbrace{\left(\frac{2h_o}{d_o + d_u}\right)}^{=\lambda_o} + \overbrace{\left(\frac{d_o}{d_o + d_u}\right)}^{=\delta_o},\ \overbrace{\left(\frac{2h_u}{d_o + d_u}\right)}^{=\lambda_u} + \overbrace{\left(\frac{d_u}{d_o + d_u}\right)}^{=\delta_u}\right],$$

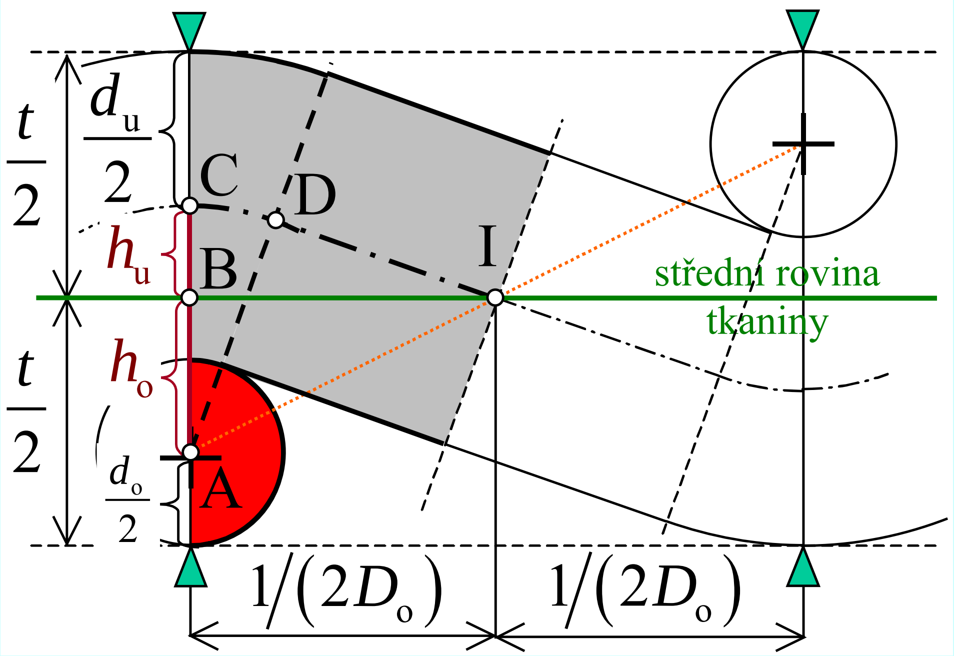
$$\boxed{t = (d_o + d_u)\ \max\left[\lambda_o + \delta_o,\ \lambda_u + \delta_u\right]}$$

Vyrovnaná tkanina

V praxi často neznáme hodnoty h_o, h_u (resp. λ_o, λ_u), avšak *empiricky* víme, že mnohdy leží osnovní i útkové vazné body „skoro“ v jedné rovině ⇒ model vyrovnané tkaniny.
Ve vyrovnané tkanině leží osnovní i útkové vazné body (▼) v jedné rovině.

Platí tedy:

$$h_o + \frac{d_o}{2} = h_u + \frac{d_u}{2}$$



Užitím výrazů

$$\lambda_o = 2h_o/(d_o + d_u),$$

$$\lambda_u = 2h_u/(d_o + d_u)$$

a $\delta_o = d_o/(d_o+d_u)$, $\delta_u = d_u/(d_o+d_u)$ nalézáme

$$\underbrace{\left(\frac{2h_o}{d_o+d_u}\right)}_{=\lambda_o}+\frac{2}{2}\underbrace{\left(\frac{d_o}{d_o+d_u}\right)}_{=\delta_o}=\underbrace{\left(\frac{2h_u}{d_o+d_u}\right)}_{=\lambda_u}+\frac{2}{2}\underbrace{\left(\frac{d_u}{d_o+d_u}\right)}_{=\delta_u},$$

$\boxed{\lambda_o+\delta_o=\lambda_u+\delta_u}$. Dále $\lambda_o+\overbrace{\delta_o}^{=1-\delta_u}=\overbrace{\lambda_u}^{=1-\lambda_o}+\delta_u$,

$$\lambda_o+1-\delta_u=1-\lambda_o+\delta_u,\quad 2\lambda_o=2\delta_u,\qquad \boxed{\lambda_o=\delta_u}$$

Také $\overbrace{\lambda_o}^{=\delta_u}+\delta_o=\lambda_u+\delta_u$, $\delta_u+\delta_o=\lambda_u+\delta_u$, $\boxed{\lambda_u=\delta_o}$

Pro vyrovnanou tkaninu platí všechny předchozí vztahy při použití $\lambda_o=\delta_u$ a $\lambda_u=\delta_o$.

Např.:

Tloušťka tkaniny $t = (d_o + d_u)\max\left[\underbrace{\underbrace{\lambda_o}_{=\delta_u} + \delta_o}_{=1},\ \underbrace{\underbrace{\lambda_u}_{=\delta_o} + \delta_u}_{=1}\right]$, $\boxed{t = d_o + d_u}$

Mezní dostava osnovy

$$D_{o,m} = 1\Big/\left[(d_o + d_u)\sqrt{1 - \left(\underbrace{\lambda_o}_{\delta_u}\right)^2}\,\right], \quad \boxed{D_{o,m} = \frac{1}{(d_o + d_u)\sqrt{1 - \delta_u^2}}}$$

Mezní zakrytí osnovy…$Z_{o,m}$

$$Z_{o,m} = \underbrace{D_{o,m}}_{=1/\left[(d_o+d_u)\sqrt{1-\delta_u^2}\right]} d_o = \underbrace{\left(\frac{d_o}{d_o + d_u}\right)}_{=\delta_o}\frac{1}{\sqrt{1 - \delta_u^2}}, \quad \boxed{Z_{o,m} = \frac{\delta_o}{\sqrt{1 - \delta_u^2}}}$$

Podobně pro mezní dostavu a **mezní zakrytí útku** platí

$$\boxed{D_{u,m} = \frac{1}{(d_o + d_u)\sqrt{1 - \delta_o^2}}} \qquad \boxed{Z_{u,m} = \frac{\delta_u}{\sqrt{1 - \delta_o^2}}}$$

Čtvercová vyrovnaná tkanina v plátnové vazbě
(speciální příklad)

Čtvercová vyrovnaná tkanina:

Stejné dostavy… $D_\mathrm{o} = D_\mathrm{u} = D_\mathrm{s}$

Stejné průměry nití… $d_\mathrm{o} = d_\mathrm{u} = d_\mathrm{s}$

Stejné relativní průměry nití… $\delta_\mathrm{o} = \delta_\mathrm{u} = \delta_\mathrm{s} = 1/2$

Stejné relativní zvlnění… $\lambda_\mathrm{o} = \lambda_\mathrm{u} = \lambda_\mathrm{s} = 1/2$

Pozn.: Veličina označená indexem ‘s’ („soustava“) má stejnou hodnotu pro soustavu osnovní i útkovou.

Zakrytí soustavy… $Z_\mathrm{s} = D_\mathrm{s} d_\mathrm{s}$

Úhel β… $\mathrm{tg}\,\beta_\mathrm{o} = \mathrm{tg}\,\beta_\mathrm{u} = \mathrm{tg}\,\beta_\mathrm{s} = D_\mathrm{s} \overbrace{\lambda_\mathrm{s}}^{=1/2} \left(\overbrace{d_\mathrm{s} + d_\mathrm{s}}^{=2d_\mathrm{s}} \right) = D_\mathrm{s} d_\mathrm{s} = Z_\mathrm{s}$

Mezní dostava…

$$D_\mathrm{o,m} = D_\mathrm{u,m} = D_\mathrm{s,m} = 1 \Big/ \left[\left(\underbrace{d_\mathrm{s} + d_\mathrm{s}}_{=2d_\mathrm{s}} \right) \sqrt{1 - \left(\underbrace{\delta_\mathrm{s}}_{=1/2} \right)^2} \right] = \frac{1}{2 d_\mathrm{s} \sqrt{3/4}} = \frac{1}{d_\mathrm{s} \sqrt{3}}$$

Mezní zakrytí soustavy…

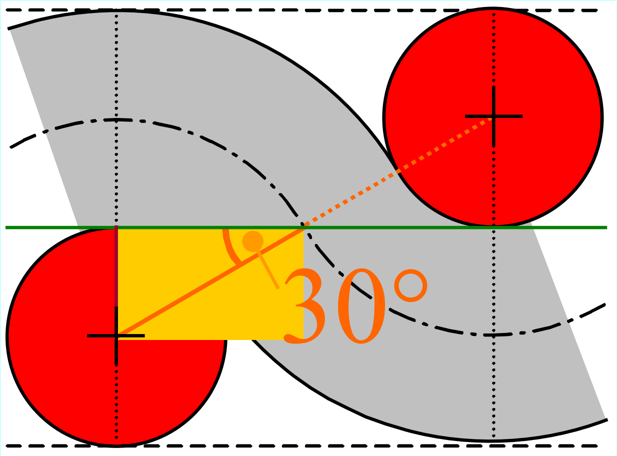
$$Z_{o,m} = Z_{u,m} = Z_{s,m} = \underbrace{\delta_s}_{=1/2} \Big/ \sqrt{1-\Big(\underbrace{\delta_s}_{=1/2}\Big)^2} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \doteq 0,577$$

Celkové mezní zakrytí tkaniny…

$$Z_{c,m} = Z_{o,m} + Z_{u,m} - Z_{o,m}Z_{u,m} = \underbrace{Z_{s,m}}_{=1/\sqrt{3}} + \underbrace{Z_{s,m}}_{=1/\sqrt{3}} - \Big(\underbrace{Z_{s,m}}_{=1/\sqrt{3}}\Big)^2 = \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} \doteq 0,821$$

Mezní hodnota úhlu β…

$$\operatorname{tg}\beta_{s,m} = Z_{s,m}, \quad \beta_{s,m} = \operatorname{arctg} \underbrace{Z_{s,m}}_{=1/\sqrt{3}} =$$
$$= 30^\circ$$



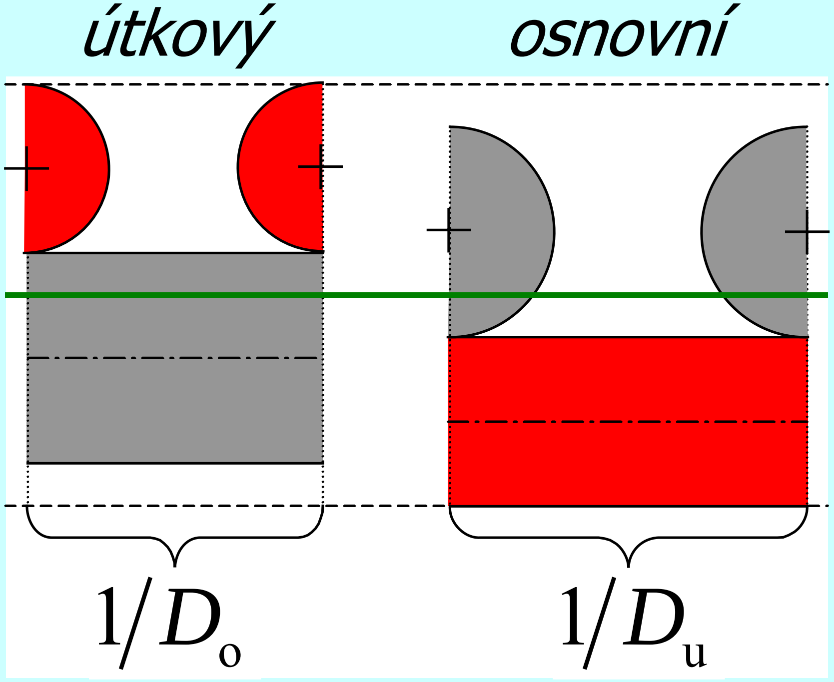
Poznámka k vazbám s nezakříženými úseky:

Předchozí rovnice lze využít i pro neplátnové vazby, tj. vazby s nezakříženými úseky.

Podíl zakřížených úseků je dán koeficientem provázanosti dané soustavy.

Zbývající podíl úseků dané soustavy obsahuje nezakřížené, tj. „rovné" úseky. Délka každého takového úseku je $1/D_o$, resp. $1/D_u$. Pro setkání pak musíme sečíst délky zakřížených a nezakřížených úseků.

Nezakřížené úseky



Problémy aplikace Peirceovských modelů

1. Jaký je průměr osnovní a útkové nitě – d_o, d_u, jak souvisí „efektivní" průměr nití s průměrem volné nitě, jak se d_o, d_u mění s dostavou a dalšími parametry tkaniny; jaký vliv má zanedbání zploštění nití ve tkanině.
2. Jaké jsou výšky vazných vln osnovní a útkové nitě – h_o, h_u (λ_o, λ_u), jak se mění s dalšími parametry tkaniny.
3. Do jaké míry lze použít ideu vyrovnané tkaniny, které tkaniny lze považovat za přibližně vyrovnané.

Pozn.: V komplikovanějších modelech se často volí empirické řešení těchto problémů. (Zcela exaktní model tkaniny zatím není znám.)