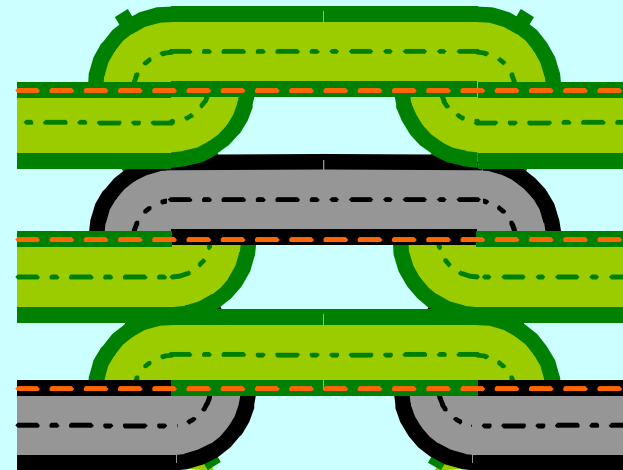
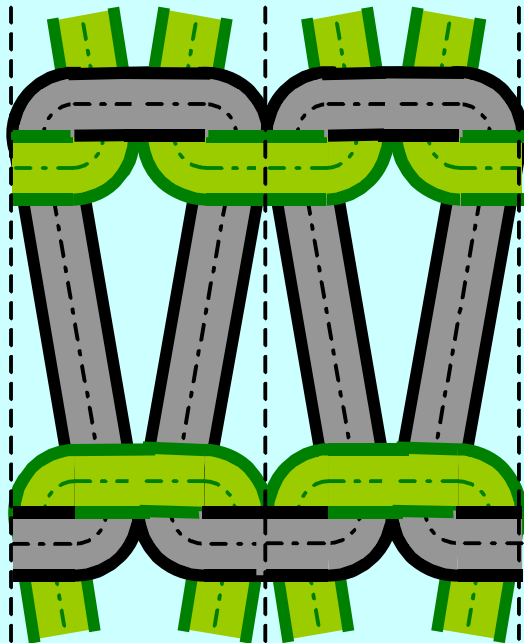


PLETENINY 2

PLETENINY 2

„MECHANIKA PLETENIN“



PLETENINY 2

TAŽNOST A PEVNOST PLETENINY

Tažnost pleteniny - meze tažnosti

1. „NEDEFORMOVATELNÉ“ NITĚ (nejjednodušší model)

Předpoklad 1: Pletenina – jednolící zátěžná – napjatá po řádku a/nebo po sloupku zachovává stále geometrii našeho modelu.

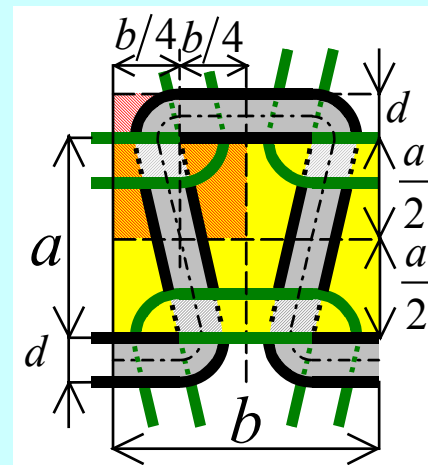
Předpoklad 2: Nitě v pletenině jsou

- dokonale ohebné, avšak
- neroztažné a
- příčně nedeformovatelné (kruh)

Pro relativní délku nitě v očku λ tedy stále

platí $\lambda = \beta + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha) + 2\sqrt{\alpha^2 - 1}$,

kde $\lambda = l/d$, $\alpha = a/d = 1/(H_r d)$, $\beta = b/d = 1/(H_s d)$.



PLETENINY 2

VÝCHOZÍ A NAPJATÝ STAV

Deformaci pleteniny měříme od nějakého počátečního, **výchozího stavu**, daného hodnotami $H_r = H_{r,0}$, $H_s = H_{s,0}$ (tj. $a = a_0$, $b = b_0$, $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \beta_0$). Napnutá pletenina je charakterizována hodnotami $H_r = H_r^*$, $H_s = H_s^*$ (tj. $a = a^*$, $b = b^*$, $\alpha = \alpha^*$, $\beta = \beta^*$).

Pozn.: Skutečný výchozí stav lze stanovit jen měřením hodnot $H_r = H_{r,0}$, $H_s = H_{s,0}$ těsně před započítáním napínání pleteniny. U téže pleteniny to však mohou být v různých okamžicích různé hodnoty. Snaha nalézt tzv. „plně relaxovaný stav“ pleteniny, jako stále stejné východisko, je dosti komplikovaná a nemá dosud přesné řešení. Empirické zkušenosti uvádějí pro tento případ $H_{r,0}/H_{s,0} \doteq 1,25$.

PLETENINY 2

NAPÍNÁNÍ PLETENINY VE SMĚRU ŘÁDKŮ

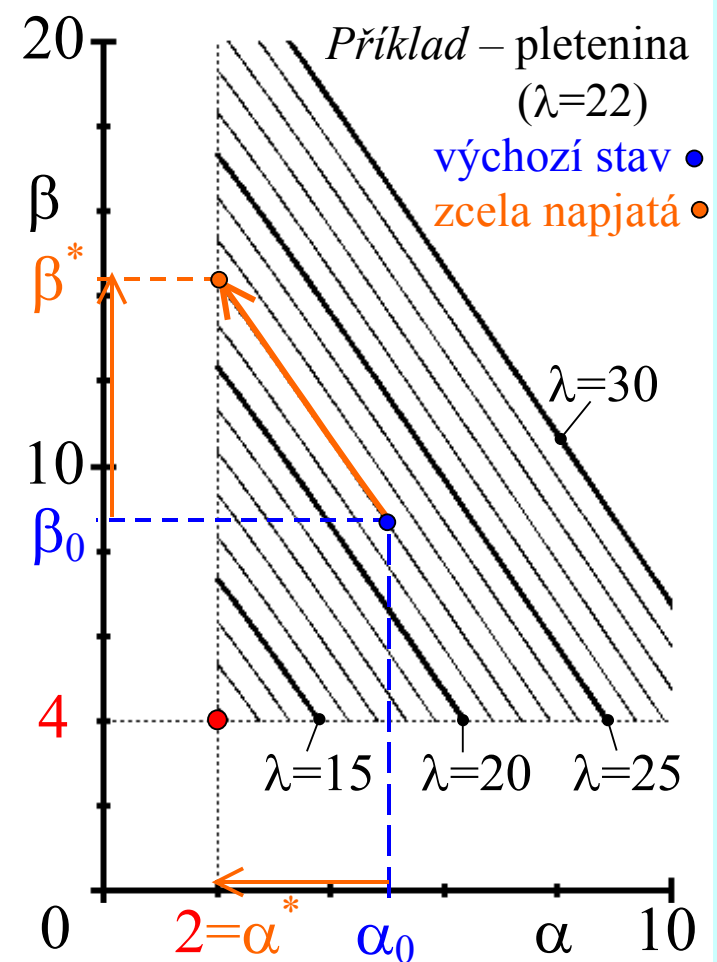
Napínáním pleteniny ve směru řádků se zvětšuje rozteč sloupků (β resp. b roste - prodloužení) a zmenšuje rozteč řádků (α resp. a klesá - příčná kontrakce).

V našem modelu jsou λ , d konstantní, takže se při napínání pohybujeme na čáře konstantního λ (↗) až k mezní (nejmenší) hodnotě

$$\alpha^* = 2$$

Potom

$$\lambda = \beta^* + \pi + 2 \overbrace{\arcsin\left(1/\overset{=2}{\alpha^*}\right)}^{=\pi/6} + 2\sqrt{\left(\overset{=2}{\alpha^*}\right)^2 - 1}$$



PLETENINY 2

$$\lambda = \beta^* + \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}, \quad \beta^* = \lambda - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3},$$

$$\beta^* = \lambda - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3} \doteq \lambda - 9,385$$

Tažnost po řádku je pak

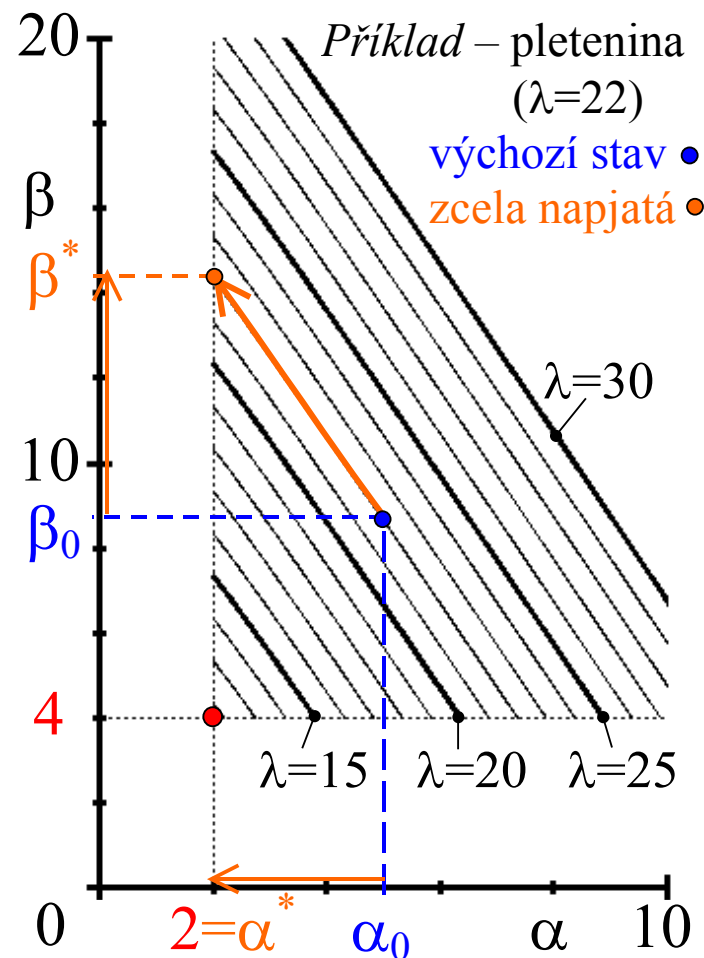
$$\varepsilon_r = (b^* - b_0) / b_0 = b^* / b_0 - 1 = \overbrace{b^* / d}^{=\beta^*} / \overbrace{b_0 / d}^{=\beta_0} - 1,$$

$$\varepsilon_r = \beta^* / \beta_0 - 1, \text{ nebo}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\overbrace{\beta^*}^{=\lambda - 4\pi/3 - 2\sqrt{3}}}{\beta_0} - 1, \quad \varepsilon_r = \frac{\lambda - 4\pi/3 - 2\sqrt{3}}{\beta_0} - 1$$

„Poměrné prodloužení“ (kontrakce) po sloupku

$$\varepsilon_s = \frac{a^* - a_0}{a_0} = a^* / a_0 - 1 = \overbrace{a^* / d}^{=\alpha^*=2} / \overbrace{a_0 / d}^{=\alpha_0} - 1, \quad \varepsilon_s = 2 / \alpha_0 - 1$$



PLETENINY 2

Poměr příčné kontrakce je pak

$$\eta = \frac{\overset{=2/\alpha_0-1}{\varepsilon_s}}{\underset{=\beta^*/\beta_0-1}{\varepsilon_r}} = \frac{(2/\alpha_0 - 1) \alpha_0 \beta_0}{\alpha_0 \beta_0 (\beta^*/\beta_0 - 1)} = \frac{-(2 - \alpha_0)}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{(\beta^* - \beta_0)}, \quad \eta = \frac{\alpha_0 - 2}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\beta^* - \beta_0}$$

Nebo $\eta = \frac{\alpha_0 - 2}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\underset{=\lambda - 4\pi/3 - 2\sqrt{3}}{\beta^*} - \beta_0}, \quad \eta = \frac{\alpha_0 - 2}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\lambda - \beta_0 - 4\pi/3 - 2\sqrt{3}},$

NAPÍNÁNÍ PLETENINY VE SMĚRU SLOUPKŮ

Napínáním pleteniny ve směru sloupek se zvětšuje rozteč řádků (α resp. a roste - prodloužení) a zmenšuje rozteč řádků (β resp. b klesá – příčná kontrakce).

Protože λ, d uvažujeme konstantní, pohybujeme se při napínání na čáře konstantního λ , a to až k mezní (nejmenší) hodnotě $\beta^* = 4$; viz následující graf (↘).

PLETENINY 2

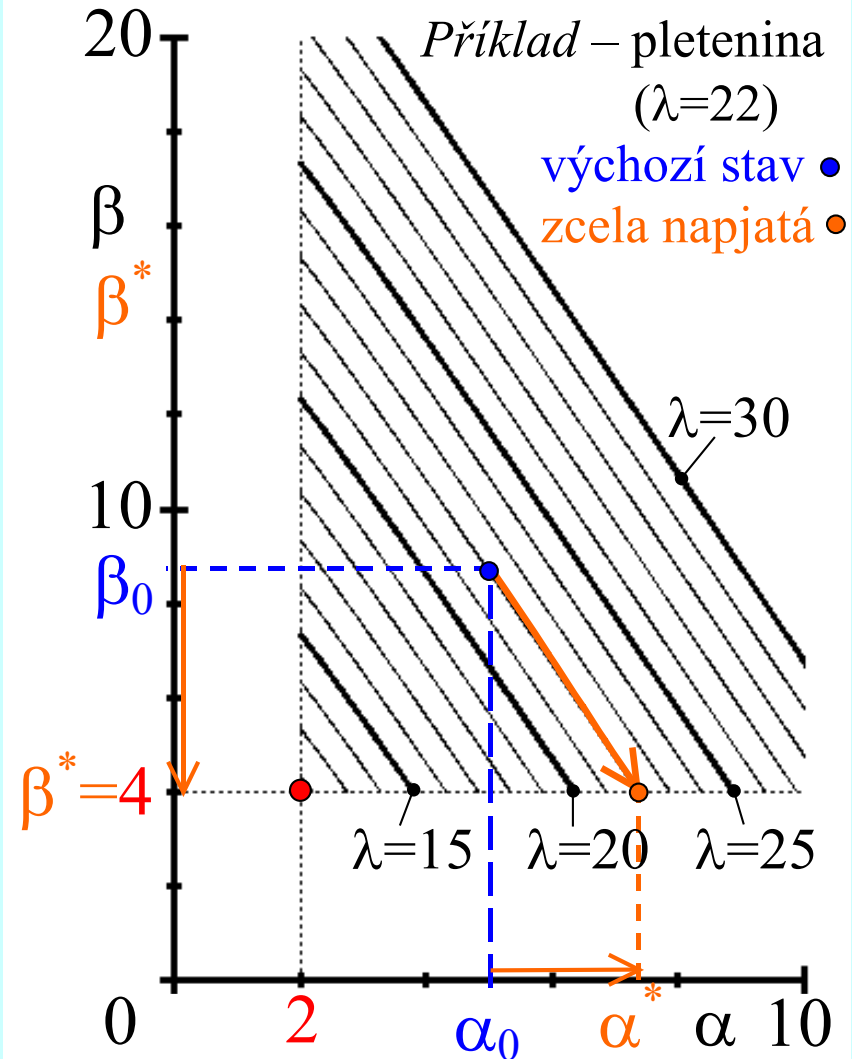
$$\lambda \stackrel{=4}{=} \beta^* + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha^*) + 2\sqrt{(\alpha^*)^2 - 1},$$

$$\lambda = 4 + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha^*) + 2\sqrt{(\alpha^*)^2 - 1} \Rightarrow \text{kořen } \alpha^*$$

Pozn.: 1) Při stále stejném λ je předchozí vztah rovnicí o 1 neznámé α^* ; kořen nutno vypočítat **numericky!**

2) Přibližně platí apro-
ximace $\lambda \stackrel{=4}{=} \beta^* + \pi + 2\alpha^*$, takže

$$\alpha^* \doteq (\lambda - \pi)/2 - 2$$



PLETENINY 2

Tažnost po sloupku je pak

$$\varepsilon_s = (a^* - a_0) / a_0 = a^* / a_0 - 1 = \left(\overbrace{a^* / d}^{=\alpha^*} \right) / \left(\overbrace{a_0 / d}^{=\alpha_0} \right) - 1, \quad \varepsilon_s = \frac{\alpha^*}{\alpha_0} - 1$$

Nebo přibližně

$$\varepsilon_s = \overbrace{\alpha^*}^{\doteq (\lambda - \pi) / 2 - 2} / \alpha_0 - 1, \quad \varepsilon_s \doteq [(\lambda - \pi) / 2 - 2] / \alpha_0 - 1$$

„Poměrné prodloužení“ (kontrakce) po řádku

$$\varepsilon_r = \frac{b^* - b_0}{b_0} = b^* / b_0 - 1 = \left(\overbrace{b^* / d}^{=\beta^*=4} \right) / \left(\overbrace{b_0 / d}^{=\beta_0} \right) - 1, \quad \varepsilon_r = \frac{4}{\beta_0} - 1$$

Poměr příčné kontrakce je pak

$$\eta = - \frac{\overbrace{\varepsilon_r}^{=4/\beta_0-1}}{\overbrace{\varepsilon_s}^{=\alpha^*/\alpha_0-1}} = \frac{-\alpha_0 \beta_0 (4/\beta_0 - 1)}{(\alpha^* / \alpha_0 - 1) \alpha_0 \beta_0} = \frac{\alpha_0}{\alpha^* - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4}{\beta_0}, \quad \eta = \frac{\alpha_0}{\alpha^* - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4}{\beta_0}$$

Nebo přibližně

$$\eta = \frac{\alpha_0}{\underbrace{\alpha^*}_{\doteq (\lambda - \pi) / 2 - 2} - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4}{\beta_0}, \quad \eta \doteq \frac{\alpha_0}{(\lambda - \pi) / 2 - 2 - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4}{\beta_0}$$

PLETENINY 2

1. „DEFORMOVATELNÉ“ NITĚ (zobecnění modelu)

Předpoklad 1: Pletenina – jednolícní zátažná – napjatá po řádku a/nebo po sloupku zachovává stále geometrii našeho modelu.

Předpoklad 2: Nitě v nejnapjatější pletenině jsou

- a) dokonale ohebné a
- b) roztažné; nit se prodlouží do úrovně své tažnosti; v příčném směru se obecně může též „prodloužit“.
- c) příčně deformovatelné; efektivní průřez nitě je kruh o jiném (menším) průměru, než byl průměr výchozí.

Parametry **výchozí** pleteniny:

$$H_{r,0}, H_{s,0}, a_0, b_0, l_0, d_0, \lambda_0.$$

Parametry **nejnapjatější** pleteniny:

$$H_r^*, H_s^*, a^*, b^*, l^*, d^*, \lambda^*.$$

PLETENINY 2

Pro výchozí stav pleteniny platí

$$\lambda_0 = \beta_0 + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha_0) + 2\sqrt{\alpha_0^2 - 1}$$

kde $\lambda_0 = l_0/d_0$ $\alpha_0 = a_0/d_0 = 1/(H_{r,0}d_0)$ $\beta_0 = b_0/d_0 = 1/(H_{s,0}d_0)$

Pro nejnapjatější stav pleteniny platí

$$\lambda^* = \beta^* + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha^*) + 2\sqrt{(\alpha^*)^2 - 1}$$

kde $\lambda^* = l^*/d^*$ $\alpha^* = a^*/d^* = 1/(H_r^*d^*)$ $\beta^* = b^*/d^* = 1/(H_s^*d^*)$

Označíme ještě

ξ ... **tažnost nitě** (poměrné prodloužení na mezi pevnosti)

$$\xi = (l^* - l_0)/l_0, \quad \xi = l^*/l_0 - 1 \quad \text{a též} \quad l^* = l_0(1 + \xi)$$

k_d ... **parametr zmenšení efektivního průměru nitě**

$$k_d = d^*/d_0 \quad (\text{empirická hodnota}); \quad \text{též} \quad d^* = k_d d_0$$

PLETENINY 2

Odtud plyne $\lambda^* = \frac{\overset{=l_0(1+\xi)}{l^*}}{\overset{=k_d d_0}{d^*}} = \left(\frac{\overset{=\lambda_0}{l_0/d_0}}{\right) (1+\xi)/k_d,$

$$\lambda^* = \lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d}$$

a také

$$\alpha^* = a^*/d^*, \quad a^* = \alpha^* \overset{=k_d d_0}{d^*},$$

$$a^* = \alpha^* k_d d_0$$

$$\beta^* = b^*/d^*, \quad b^* = \beta^* \overset{=k_d d_0}{d^*},$$

$$b^* = \beta^* k_d d_0$$

NAPÍNÁNÍ PLETENINY VE SMĚRU ŘÁDKŮ

Napínáním pleteniny ve směru řádků se zvětšuje rozteč sloupků (β resp. b roste - prodloužení) a zmenšuje rozteč řádků (α resp. a klesá – příčná kontrakce), a to až k hodnotě $\alpha^* = 2$. V nejnapjatějším stavu pak platí

$$\lambda^* = \beta^* + \pi + 2 \arcsin \left(\frac{1}{\alpha^*} \right) + 2 \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha^*} \right)^2 - 1}, \quad \beta^* = \lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d} - \pi - \frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3},$$

PLETENINY 2

Poměrná rozteč sloupků v nejnapjatější pletenině, napína-

né ve směru řádků je tedy

Tažnost po řádku je pak

$$\varepsilon_r = (b^* - b_0) / b_0 = \overbrace{b^*}^{=\beta^* k_d d_0} / \overbrace{b_0}^{=\beta_0 d_0} - 1,$$

Nebo též

$$\varepsilon_r = \left[\overbrace{\lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d} - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}}^{=\beta^*} / \beta_0 \right] k_d - 1 = \left(\lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d} - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3} \right) \frac{k_d}{\beta_0} - 1,$$

$$\varepsilon_r = \frac{\lambda_0 (1 + \xi) - (4\pi/3 + 2\sqrt{3}) k_d}{\beta_0} - 1$$

„Poměrné prodloužení“ (kontrakce) po

sloupku $\varepsilon_s = \frac{a^* - a_0}{a_0} = a^* / a_0 - 1 = \overbrace{a^*}^{=\alpha^* k_d d_0} / \overbrace{a_0}^{=\alpha_0 d_0} - 1 = \left(\overbrace{\alpha^* / \alpha_0}^{=2} \right) k_d - 1,$

$$\varepsilon_s = \frac{2}{\alpha_0} k_d - 1,$$

PLETENINY 2

Poměr příčné kontrakce je pak

$$\eta = - \frac{\varepsilon_s = (2/\alpha_0)k_d - 1}{\varepsilon_r = (\beta^*/\beta_0)k_d - 1} = \frac{[1 - (2/\alpha_0)k_d] \alpha_0 \beta_0}{\alpha_0 \beta_0 [(\beta^*/\beta_0)k_d - 1]} = \frac{\alpha_0 - 2k_d}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\beta^* k_d - \beta_0},$$

$$\eta = \frac{\alpha_0 - 2k_d}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\beta^* k_d - \beta_0} \quad \text{nebo} \quad \eta = \frac{\alpha_0 - 2k_d}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\underbrace{\beta^*}_{=\lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d} - \frac{4\pi}{3}} k_d - \beta_0},$$

$$\eta = \frac{\alpha_0 - 2k_d}{\alpha_0} \frac{\beta_0}{\lambda_0 (1 + \xi) - (4\pi/3 + 2\sqrt{3}) k_d - \beta_0}$$

Pozn.: Pokud tažnost nitě $\xi=0$ a parametr zmenšení efektivního průměru $k_d=1$, potom všechny odvozené rovnice přejdou na tvary odvozené pro předchozí případ nedeformovatelných nití.

PLETENINY 2

NAPÍNÁNÍ PLETENINY VE SMĚRU SLOUPKŮ

Napínáním pleteniny ve směru sloupků se zvětšuje rozteč řádků (α resp. a roste - prodloužení) a zmenšuje rozteč sloupků (β resp. b klesá – příčná kontrakce), a to až k nejmenší možné hodnotě $\beta^* = 4$. V nejnapjatějším stavu

pak platí $\lambda^* = \beta^* + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha^*) + 2\sqrt{(\alpha^*)^2 - 1}$,

$$\lambda_0 \frac{1+\xi}{k_d} = 4 + \pi + 2 \arcsin(1/\alpha^*) + 2\sqrt{(\alpha^*)^2 - 1} \Rightarrow \text{kořen } \alpha^*$$

Pozn.: 1) Při stále stejném λ_0 je předchozí vztah rovnicí o jedné neznámé α^* ; kořen nutno vypočítat **numericky!**

2) Přibližně platí aproximace $\lambda^* \doteq \beta^* + \pi + 2\alpha^*$, takže

$$\lambda^* \doteq \beta^* + \pi + 2\alpha^*, \quad \alpha^* \doteq \lambda_0 (1+\xi)/(2k_d) - (4+\pi)/2$$

PLETENINY 2

Tažnost po sloupku je pak $\varepsilon_s = (a^* - a_0)/a_0 = \frac{\overset{=\alpha^*k_d d_0}{a^*}}{\overset{=\alpha_0 d_0}{a_0}} - 1$, $\varepsilon_s = \frac{\alpha^*}{\alpha_0} k_d - 1$

Nebo přibližně

$$\varepsilon_s = \frac{\overset{\alpha^*}{\doteq \lambda_0(1+\xi)/(2k_d) - (4+\pi)/2}}{k_d} / \alpha_0 - 1 \doteq \left[\lambda_0(1+\xi)/2 - (4+\pi)k_d/2 \right] / \alpha_0 - 1$$

$$\varepsilon_s \doteq \frac{\lambda_0(1+\xi) - (4+\pi)k_d}{2\alpha_0} - 1$$

„Poměrné prodloužení“ (kontrakce) po řádku

$$\varepsilon_r = \frac{b^* - b_0}{b_0} = \frac{\overset{=\beta^*k_d d_0}{b^*}}{\overset{=\beta_0 d_0}{b_0}} - 1 = \left(\frac{\overset{=4}{\beta^*}}{\beta_0} \right) k_d - 1, \quad \varepsilon_r = \frac{4k_d}{\beta_0} - 1$$

Poměr příčné kontrakce je pak

$$\eta = \frac{\overset{=4k_d/\beta_0 - 1}{\varepsilon_r}}{\overset{=\alpha^*k_d/\alpha_0 - 1}{\varepsilon_s}} = \frac{-\alpha_0\beta_0(4k_d/\beta_0 - 1)}{(\alpha^*k_d/\alpha_0 - 1)\alpha_0\beta_0} = \frac{\alpha_0}{\alpha^*k_d - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4k_d}{\beta_0}, \quad \eta = \frac{\alpha_0}{\alpha^*k_d - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4k_d}{\beta_0}$$

PLETENINY 2

Nebo přibližně

$$\eta = \frac{\alpha_0}{\underbrace{\alpha^*}_{\doteq \lambda_0(1+\xi)/(2k_d) - (4+\pi)/2} k_d - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4k_d}{\beta_0}, \quad \eta \doteq \frac{\alpha_0}{\left[\lambda_0(1+\xi) - (4+\pi)k_d \right] / 2 - \alpha_0} \frac{\beta_0 - 4k_d}{\beta_0}$$

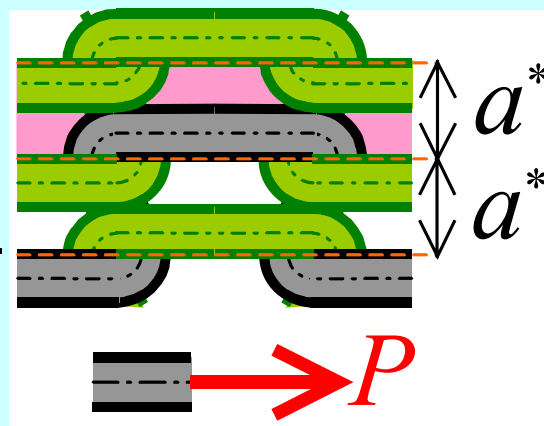
Pevnost pleteniny – ve směru řádků a sloupků

Pozn.: Pro výpočet pevnosti pleteniny budeme uvažovat předchozí model v obecnější variantě „deformovatelných“ nití. Jednodušší model nití „nedeformovatelných“ je – jak jsme ukázali – speciálním případem kdy tažnost nitě $\xi = 0$ a parametr zmenšení efektivního průměru $k_d = 1$.

PLETENINY 2

PEVNOST PLETENINY VE SMĚRU ŘÁDKŮ

Pletenina napnutá ve směru řádků má rozteč řádků a^* . V každém řádku je právě jedna nit. V nejnapjatějším stavu je nit napjata silou odpovídající její pevnosti P . Pak pro **pevnost pleteniny** P_r **připadající na 1 řádek** platí $P_r = P$.



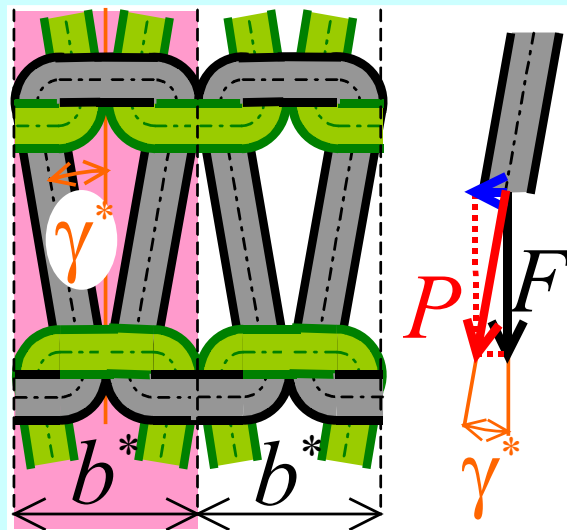
Pevnost pleteniny připadající na řádek je rovna pevnosti nitě.

Pozn.: Ve skutečnosti řada dalších vlivů způsobuje, že pevnost pleteniny, připadající na jeden řádek, je menší, než je pevnost nitě; $P_r = K_r P$, $K_r < 1$. (Více o důvodech korekce viz poznámky v závěru.)

PLETENINY 2

PEVNOST PLETENINY VE SMĚRU SLOUPKŮ

Pletenina napnutá ve směru sloupků má rozteč sloupků b^* . V každém sloupcu jsou právě dvě nitě. V nejnapjatějším stavu je každá nit napjata silou odpovídající její pevnosti P . Toho dosáhneme, působíme-li na nit ve směru sloupku (svislém) silou $F = P \cos \gamma^*$. Platí však $\gamma^* = \arcsin(d^*/a^*) = \arcsin(1/\alpha^*)$



$F = P \cos \left[\arcsin(1/\alpha^*) \right]$, $F = P \sqrt{1 - 1/(\alpha^*)^2}$
niny P_s připadající na 1 sloupek je

. Pevnost pleteniny P_s připadající na 1 sloupek je
 $P_s = \underbrace{2}_{\text{počet nití}} \underbrace{F}_{=P\sqrt{1-1/(\alpha^*)^2}}$,

$$P_s = 2P\sqrt{1-1/(\alpha^*)^2}$$

(α^* bylo určeno při výpočtu tažnosti pleteniny ve směru sloupků.)

PLETENINY 2

Pozn.: Ve skutečnosti řada dalších vlivů způsobuje, že pevnost pleteniny, připadající na jeden sloupek, je menší, než takto vypočtená hodnota; $P_s = 2K_s P \sqrt{1 - 1/(\alpha^*)^2}$, $K_s < 1$. Někdy je úhel γ^* velmi malý; pak je odmocnina přibl. = 1 a lze užít vztah $P_s = 2K_s P$, $K_s < 1$.

Závěrečné poznámky

Pro výpočet pevnosti a tažnosti pleteniny musíme znát

- výchozí hustoty $H_{r,0}$, $H_{s,0}$,
- výchozí efektivní průměr nitě d_0 ,
- pevnost P a tažnost ξ nitě,
- parametr zmenšení efektivního průměru k_d ,
- parametry korekce pevnosti K_r , K_s .

Většinu z nich určujeme víceméně empiricky.

PLETENINY 2

Výchozí hustoty $H_{r,0}$, $H_{s,0}$: Hodnoty se (při zachování délky oka) snadno mění; proto bývá problém určit je právě v okamžiku upnutí pleteniny do čelistí dynamometru.

Výchozí efektivní průměr nitě d_0 : Bývá obvykle trochu menší, než průměr volné nitě (který umíme určit); i ve volném stavu pleteniny jsou nitě v překřížení poněkud stlačeny.

Pevnost P a tažnost ξ nitě: Výsledky standardní tahové zkoušky nitě jsou v pletenině modifikovány. Pevnost ohnuté nitě odpovídá spíše pevnosti ve smyčce či uzlu a tažnost je rovněž odpovídajícím způsobem menší.

Parametr zmenšení efektivního průměru k_d : při napnutí pleteniny se nitě v překřížení výrazně „splácnou“, efektivní průměr se proti výchozímu výrazně zmenší ($k_d < 1$).

PLETENINY 2

Parametry korekce pevnosti K_r , K_s : Při trhací zkoušce pleteniny se uplatňuje řada dosud neuvažovaných fenoménů, např.:

- již zmíněná pevnost (a tažnost) ve smyčce, uzlu,
- efekt „svazkové pevnosti“ – obvykle trháme mnoho řádků či sloupků (v šířce 5 cm),
- efekt „upínací délky“ – nit je v pletenině napínána na jiné délce než standardních 0,5m,
- lokální změna struktury – krátký ale velmi tažný či málo pevný úsek nitě (nestejnoměrnost nitě) způsobí velké prodloužení (či přetržení) nitě v jednom očku \Rightarrow změnu struktury v okolí tohoto oka \Rightarrow koncentraci napětí \Rightarrow dřívější přetrh při nižší působící síle.

(Podobně jako pevnost je ovlivněna i vypočítávaná hodnota tažnosti.)