

## 1. ZÁKLADNÍ POZNATKY O ELEKTRICKÝCH A MAGNETICKÝCH POLÍCH

Výsledkem poznatků, získaných v předcházejících desetiletích, bylo zjištění, že současně s látkovou formou hmoty existuje ještě jiná forma hmoty, která se kvalitativně i kvantitativně liší od látky. Touto formou hmoty je pole.

Stejně jako látka může mít různé formy a stavy, jsou i různé formy polí. V současnosti je známé pole elektromagnetické, gravitační, vnitrojaderných sil a pod.

Látka a pole mají mnoho společných vlastností, mají ale i vlastnosti specifické jen pro určitou formu hmoty. Mezi společné vlastnosti patří hlavně ty, pro které platí zákony zachování (např. energie, hmotnosti, hybnosti a pod.). Ke specifickým vlastnostem elektromagnetického pole patří např. to, že částice elektromagnetického pole - fotony - nemají klidovou hmotnost, elektromagnetické pole vyplňuje nepřetržitě prostor mezi částicemi látky a může se s nimi z hlediska makroskopického nacházet ve stejném objemu. Látka naopak může mít různé skupenství, což u pole neexistuje.

V současnosti se nesledují elektrické a magnetické pole jako samostatné formy hmoty, ale jako dvě složky jediného elektromagnetického pole.

### 1.1 Elektrické pole

Objektivně existující elektromagnetické pole se jeví pozorovateli jako elektrostatické tehdy, když je těleso s elektrickým nábojem, jehož pole se sleduje, vůči němu nehybné. Elektrický náboj soustředěný do jednoho bodu se nazývá bodový náboj. Elektrické pole se projevuje silovým působením na elektrické náboje.

Dva kladné náboje  $+Q_1$  a  $+Q_2$  působí ve vakuu na sebe silou danou Coulombovým zákonem. Platí

$$F = \left| \overline{F}_{12} \right| = \left| \overline{F}_{21} \right| = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}, \quad (1.1)$$

kde síla  $F$  je udávána v newtonech (N), náboje  $Q_1$ ,  $Q_2$  v coulombech (C) a vzdálenost mezi náboji  $r$  v metrech (m).

Konstanta  $\varepsilon_0$  vyplývá ze soustavy SI, nazývá se permitivita vákua nebo dielektrická konstanta a má velikost

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4 \cdot \pi \cdot c_0^2} = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ [F} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (1.2)$$

Konstanta  $c_0 = 2,9986 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  je rychlost světla ve vakuu. Bylo zjištěno, že dva nesouhlasné náboje se přitahují, dva souhlasné odpuzují. Tím je určený smysl působení sil.

Mírou silového působení elektrického pole je intenzita elektrického pole  $E$  udávána v jednotkách volt na metr –  $\text{Vm}^{-1}$ .

V technické praxi je intenzita elektrického pole důležitá zejména tím, že udává elektrické namáhání izolačních materiálů (dielektrik) v elektrickém poli. Nesmí být překročena tzv. elektrická pevnost materiálu, tj. určitá hodnota intenzity elektrického pole  $E_{\text{max}}$  platná pro daný materiál, jinak dojde k elektrickému průrazu izolace.

V izolačním prostředí (dielektriku) vyvolává intenzita elektrického pole  $\mathbf{E}$  elektrický indukční tok a elektrickou indukci

$$\overline{D} = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \overline{E} \quad [\text{C}\cdot\text{m}^{-2}; \text{F}\cdot\text{m}^{-1}, \text{V}\cdot\text{m}^{-1}] \quad , \quad (1.3)$$

kde  $\varepsilon_0$  je permitivita vakua,  $\varepsilon_r$  je poměrná permitivita dielektrika (-). Součin  $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$  se nazývá absolutní permitivita.

Intenzita elektrického pole  $\mathbf{E}$  a elektrická indukce  $\mathbf{D}$  jsou vektorové veličiny, k jejich úplnému určení je třeba znát nejen jejich velikost, ale i směr a smysl (orientaci) v prostoru. Při grafickém znázornění rozložení elektrického pole se kreslí tzv. silové čáry, jejichž směr udává směr intenzity elektrického pole v daném místě. Obecně to jsou křivky, v jednoduchém případě homogenního pole mezi deskovými elektrodami to jsou úsečky vedoucí od elektrody s kladným nábojem (+) ke druhé elektrodě.

Dráhový integrál intenzity elektrického pole mezi body  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$  se nazývá elektrické napětí, které je definované vztahem

$$U_{AB} = \int_B^A \overline{E} \cdot d\overline{l} \quad (1.4)$$

nebo v případě potenciálového pole jako rozdíl elektrických potenciálů

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

Potenciál bodu  $\mathbf{A}$ , resp.  $\mathbf{B}$  je možné chápat jako napětí mezi daným místem a vztažným bodem s nulovým potenciálem, který se obvykle předpokládá v nekonečnu. Tedy

$$U_{AB} = \int_A^B \overline{E} \cdot d\overline{l} = \int_A^\infty \overline{E} \cdot d\overline{l} + \int_B^\infty \overline{E} \cdot d\overline{l} = \int_A^\infty \overline{E} \cdot d\overline{l} - \int_B^\infty \overline{E} \cdot d\overline{l} = \varphi_A - \varphi_B$$

## 1.2 Magnetické pole

Okolo každého permanentního magnetu vzniká magnetické pole charakteristické tím, že je časově stálé. Proto se nazývá polem magnetostatickým.

Magnetické pole ale vzniká i okolo vodiče, kterým protéká elektrický proud. Stejnoseměrným proudem vytvořené pole se nazývá stacionárním, má statický charakter a je ekvivalentní magnetostatickému poli.

Magnetické pole v prostoru se projevuje silovými účinky na vodiče, kterými protéká proud a nebo také tím, že ve vodičích pohybujících se v magnetickém poli se indukují napětí. Mírou síly tohoto pole je intenzita magnetického pole  $\mathbf{H}$ , udávaná v jednotkách ampér na metr ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$ ). Podobně jako u elektrického pole znázorňuje se rozložení magnetického pole silovými čarami, které udávají směr veličiny  $\mathbf{H}$  v jednotlivých místech. Tyto čáry mají pro přímý vodič s protékajícím proudem  $I$  tvar soustředných kružnic v rovině kolmé k ose vodiče. Pro pole přímého vodiče platí vztah

$$\overline{H} = \frac{\overline{I}}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad [\text{A}\cdot\text{m}^{-1}; \text{A}\cdot\text{m}] \quad , \quad (1.5)$$

kde  $r$  je vzdálenost místa s intenzitou  $\mathbf{H}$  od osy vodiče.

Silové čáry magnetického pole vyvolaného proudem vodiče jsou vždy uzavřené křivky, které tento vodič obepínají, naproti tomu u elektrického pole vyvolaného náboji jsou silové čáry intenzity pole  $\mathbf{E}$  neuzavřené, začínají na kladných a končí na záporných nábojích.

Podobně jako v elektrickém poli zavádí se i v magnetickém poli druhá veličina - magnetická indukce  $\mathbf{B}$

$$\overline{B} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \overline{H} \quad [\text{T}; -, \text{H}\cdot\text{m}^{-1}, \text{A}\cdot\text{m}^{-1}] \quad (1.6)$$

kde  $\mathbf{B}$  je magnetická indukce udávaná v jednotkách tesla (T),

$\mu_r$  poměrná permeabilita prostředí (-),

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$  permeabilita vakua ( $\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ ),

$\mathbf{H}$  intenzita magnetického pole ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$ ),

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  se nazývá absolutní permeabilita prostředí.

Magnetická indukce  $\overline{B}$  a intenzita magnetického pole  $\overline{H}$  jsou (podobně jako  $\overline{D}$  a  $\overline{E}$  v elektrickém

poli) vektorové veličiny, k jejichž úplnému určení je třeba znát nejen jejich velikost, ale i směr a smysl.

Magnetická indukce  $\overline{B}$  je mírou silového působení magnetického pole. Např. síla  $\overline{F}$  působící na přímý vodič délky  $\mathbf{l}$  a s proudem  $\overline{I}$ , nacházející se v magnetickém poli s indukcí  $\overline{B}$ , je dána vztahem

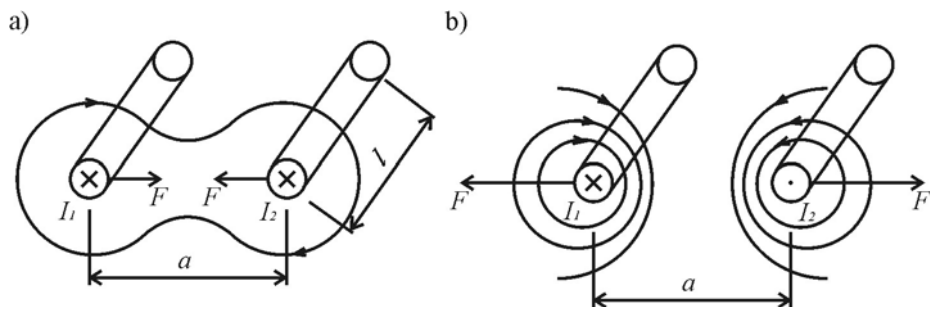
$$\overline{F} = \overline{B} \cdot \overline{I} \cdot l \quad [\text{N}; \text{T}, \text{A}, \text{m}] \quad (1.7)$$

za předpokladu, že přímý vodič délky  $\mathbf{l}$  je kolmý ke směru magnetické indukce  $\overline{B}$ . Síla  $\overline{F}$  pak působí ve směru kolmém k vodiči i ke směru  $\overline{B}$ .

Dva přímé rovnoběžné vodiče délky  $\mathbf{l}$  ve vzdálenosti  $\mathbf{a}$  od sebe, jimiž procházejí proudy  $\mathbf{I}_1$  a  $\mathbf{I}_2$  se přitahují nebo odpuzují silou

$$F = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot a} \quad [\text{N}; \text{H}\cdot\text{m}^{-1}, \text{A}, \text{A}, \text{m}, \text{m}]. \quad (1.8)$$

Vzorec (1.8) platí za předpokladu, že vodiče jsou v prostředí s permeabilitou  $\mu_0$  (vakuum nebo vzduch). Vodiče se přitahují, mají-li jejich proudy shodné směry a odpuzují se při opačných směrech proudů (obr. 1-1).

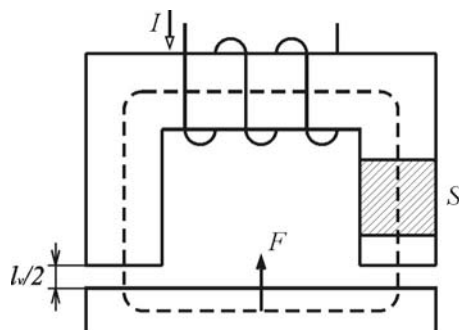


Obr. 1-1 Silové působení magnetického pole dvou přímých vodičů

a) se souhlasným směrem proudů,

b) s opačným směrem proudů.

Magnetická indukce je směrodatná i pro výpočet sil působících na feromagnetické součásti, např. na kotvu elektromagnetu podle obr. 1-2



Obr. 1-2 Tah elektromagnetu

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \quad [\text{N}; \text{T}, \text{m}^2, \text{H} \cdot \text{m}^{-1}, -] \quad (1.9)$$

kde  $\mathbf{B}$  je magnetická indukce  $\mathbf{T}$  ve vzduchové mezeře mezi póly a kotvou a  $2S$  celková plocha obou pólů ( $\text{m}^2$ )

Další důležitou veličinou magnetického pole je magnetický tok  $\Phi$ , daný průřezem a magnetickou indukcí v bodech této plochy (složkou indukce kolmou k ploše). V homogenním poli, kde ve všech bodech plochy  $\mathbf{S}$  je magnetická indukce  $\mathbf{B}$  stejně velká a kolmá k této ploše, platí pro magnetický indukční tok vztah

$$\Phi = B \cdot S \quad [\text{Wb}; \text{T}, \text{m}^2] \quad (1.10)$$

nebo také

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad [\text{T}; \text{Wb}, \text{m}^2] \quad (1.11)$$

Ze vztahu (1.6) a (1.11) je zřejmé, že při dané intenzitě magnetického pole  $\mathbf{H}$  lze dosáhnout větší magnetické indukce  $\mathbf{B}$  a tím i většího toku  $\Phi$  využitím materiálů s velkou poměrnou permeabilitou  $\mu_r$  ( $\mu_r \cong$  platí pro vzduch a nemagnetické materiály). To umožňují tzv. feromagnetické materiály, u nichž je  $\mu_r \gg 1$ , takže magnetický odpor  $\mathbf{R}_m$  je velmi malý (viz 1,13).

Pomocí feromagnetických materiálů je možné vytvořit v důsledku malého  $\mathbf{R}_m$  dráhy dobře vodivé pro magnetický tok, tzv. magnetické obvody, analogické elektrickým obvodům tvořeným elektrickými vodiči dobře vodivými pro elektrický proud. Magnetické obvody jsou důležitou součástí mnoha elektrotechnických zařízení (točivé stroje, jádra transformátorů a tlumivek, relé apod.)

Na základě podobnosti elektrických a magnetických obvodů lze použít pro výpočty magnetických obvodů podobné vztahy jako pro obvody elektrické. Analogií Ohmova zákona je **Hopkinsonův zákon**.

$$\Phi = G_m \cdot F_m = \frac{F_m}{R_m} \quad [\text{Wb}; \text{H}, \text{A}, \text{A}, \text{H}^{-1}] \quad (1.12)$$

kde  $\Phi$  je magnetický tok obvodu (elektrický proud  $\mathbf{I}$ ),

$G_m$  magnetická vodivost obvodu (elektrická vodivost  $\mathbf{G}$ ),

$R_m = \frac{1}{G_m}$  magnetický odpor obvodu (elektrický odpor  $\mathbf{R}$ ),

$F_m$  magnetomotorické napětí obvodu (elektrické napětí  $\mathbf{U}$ ).

Magnetický odpor (reluktance) obvodu s konstantním průřezem  $S$  po celé délce dráhy toku  $l$ , s rovnoměrným rozložením toku  $\Phi$  na průřezu  $S$  a stejnou permeabilitou materiálu ve všech místech je

$$R_m = \frac{1}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S} \quad [\text{H}^{-1}; \text{m}, -, \text{H} \cdot \text{m}^{-1}, \text{m}^2]. \quad (1.13)$$

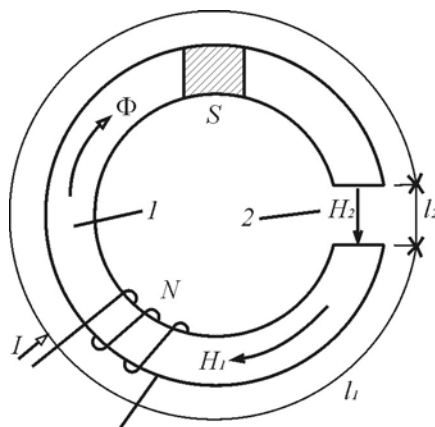
Magnetomotorické napětí působící v magnetickém obvodu buzeném elektrickým proudem se rovná součtu magnetomotorických napětí na uzavřené indukční čáře (obr.1-3)

$$F_m = \sum U_m \quad (1.14)$$

$$U_m = N \cdot I \quad [\text{A}; -, \text{A}]. \quad (1.15)$$

Mezi magnetickým napětím a intenzitou magnetického pole platí vztah

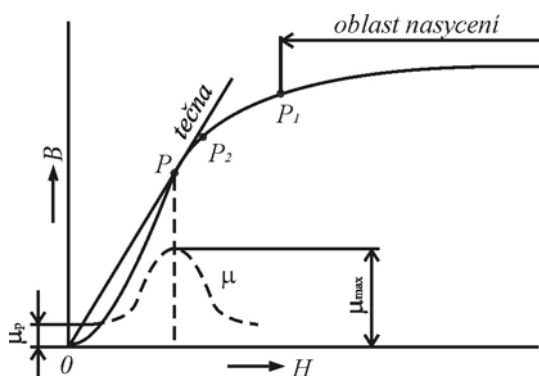
$$U_m = H \cdot l \quad [\text{A}, \text{A} \cdot \text{m}^{-1}, \text{m}] \quad (1.16)$$



Obr. 1-3 Magnetický obvod se vzduchovou mezerou

Řešení magnetických obvodů je ve všeobecnosti složitější než řešení analogických elektrických obvodů. Především bývá nutné počítat s tzv. rozptylovými magnetickými toky, jejichž dráhy probíhají vzduchem mimo dráhy vytvořené feromagnetickými částmi obvodu. Na rozdíl od elektrických obvodů není totiž k dispozici žádný magnetický izolační materiál, zabraňující úniku toku z magnetických vodičů.

Výpočet rozptylových toků bez přesně vymezených drah je pak obtížný.



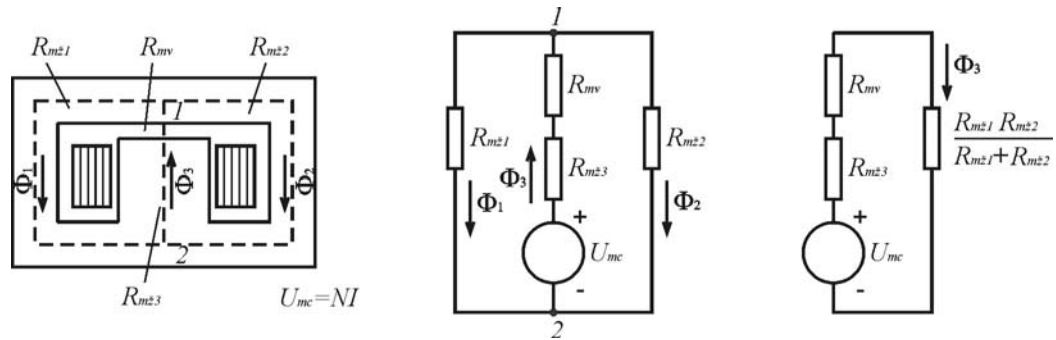
Obr.1-4 Magnetizační charakteristika magneticky měkkého materiálu s  $\mu_r \gg 1$ ,  $K_m > 0$

Druhou příčinou větší obtížnosti řešení magnetických obvodů je nelineární charakteristika feromagnetických materiálů, ze které vyplývá, že relativní permeabilita  $\mu_r$  není konstantní a závisí na magnetické indukci  $\mathbf{B}$ . Je proto těžké určit, s jakou hodnotou  $\mu_r$  se má počítat (obr. 1-4). Navíc jeví feromagnetické materiály tzv. hysterezi, tj. závislost na tom, jaký byl předchozí stav zmagnetování, pak charakteristika pro rostoucí hodnoty  $\mathbf{H}$  je jiná než pro klesající hodnoty. Magnetický odpor nelze potom počítat z permeability, ale musí se použít grafické řešení pomocí změřených charakteristik materiálu.

Magneticky **měkké materiály** mají úzkou hysterezní smyčku, vliv koercitivity i hystereze je poměrně malý a často se dá zanedbat. Takové materiály jsou vhodné v případech, kde je třeba, aby tok obvodu pokud možno věrně sledoval změnu budícího proudu (např. elektromagnety stykačů a relé).

Opačné vlastnosti mají magneticky **tvrdé materiály** se širokou hysterezní smyčkou, které se neshodno magnetují, ale po zmagnetování následkem remanence podržují svůj stav i když magnetizující proud již nepůsobí. Technicky se tyto materiály využívají pro trvalé (permanentní) magnety.

Při řešení magnetických obvodů bývá výhodné vytvořit náhradní schéma magnetického obvodu. Dosáhne se tím většího přehledu při řešení, ulehčí formulace vztahů, omezí nebezpečí hrubých chyb a pod. Obr. 1-5 ukazuje příklad vytvoření náhradního schématu pro magnetický obvod podle obr.1-5a:



Obr.1-5 Magnetický obvod a jeho náhradní schéma

Magnetické toky se tu dělí do větví tak, že platí  $\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2$ . Magnetické odpory jednotlivých částí feromagnetika jsou  $R_{mz1}$ ,  $R_{mz2}$ ,  $R_{mz3}$  vzduchové mezery  $R_{mv}$ . Jsou zapojené v sérii nebo paralelně podle obr. 1-5b, ve střední větvi je budící cívka s magnetickým napětím  $U_{mc}=N \cdot I$ . Schéma se dále zjednodušuje tak, jako při řešení elektrických obvodů.

### 1.3 Problematika řešení magnetických obvodů

Magnetické obvody *magnetované stejnosměrným proudem* se skládají z feromagnetického jádra, cívky - budícího vinutí napájeného stejnosměrným proudem a vzduchové mezery. Při návrhu se určuje magnetomotorické napětí cívky  $U_{mc}=N \cdot I$  pro zadaný tok  $\Phi$  nebo indukci  $B$  v určité části obvodu nebo je zadání opačné. Proud cívky je daný odporem  $R$  a napětím na cívce  $U$ .

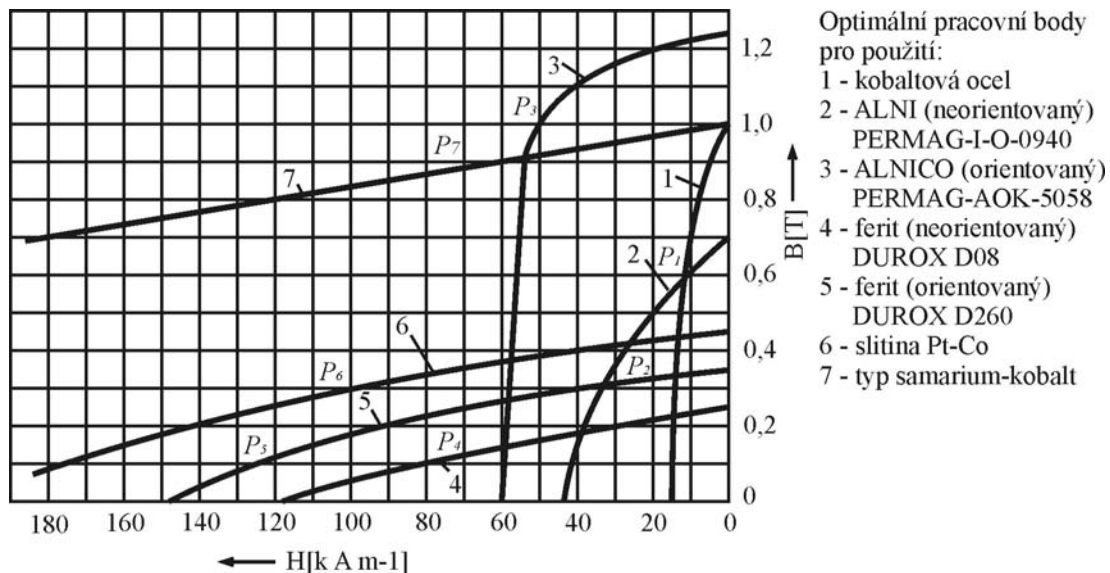
Určující částí uspořádání feromagnetika jsou rozměry vzduchové mezery, na kterých závisí  $R_m$ . Pro rozměry vzduchové mezery a požadovanou hodnotu magnetické indukce v mezeře se volí prostorové uspořádání podle obdobného už známého typu. Reálné maximální hodnoty  $B$  ve vzduchové mezeře 0,2 až 0,3 mm jsou 1,2 až 1,5 T, pro šířku 1 až 2 mm asi 0,8 až 0,5 T. Postupně se průřezy upraví tak, aby nebyly překročeny hodnoty nasycení  $B$  příslušného materiálu, kterým bývá obvykle měkká ocel, ocelolitina, litina, konstrukční ocel, nekovové keramické materiály nebo různé speciální materiály.

Magnetické obvody *magnetované střídavým proudem* mají časově proměnný magnetický tok. Časová změna magnetického toku je příčinou indukovaného napětí v budících cívkách a v elektricky vodivých částech obvodu. Periodická změna toku vede ke vzniku hysterezních ztrát a ztrát vířivými proudy v magnetických materiálech obvodu, nazývané ztrátami v železe, které způsobují ohřívání obvodu. Existence ztrát vede k nutnosti volby vhodného tvaru obvodu, např.ke zmenšení ztrát vířivými proudy se obvod skládá z plechů. Ztráty vzniklé střídavým magnetováním se v praxi vyjadřují ztrátovým číslem  $K_p$ , které udává ztráty výkonu pro 1 kg materiálu při určité frekvenci (nejčastěji 50 Hz) a při harmonickém průběhu magnetického toku s určitou hodnotou amplitudy magnetické indukce ( $B_{max}=1$  T nebo 1,5 T). Ztráty přemagnetováním narůstají s druhou mocninou maximální hodnoty  $B$ . Hysterezní ztráty závisí lineárně na frekvenci, ztráty vířivými proudy závisí na kvadrátu frekvence  $f$ . Tyto ztráty mohou dosáhnout 10 až 20 % z celkových ztrát v obvodu transformátoru nebo elektrického točivého stroje.

Materiály pro střídavou magnetizaci jsou transformátorové plechy a dynamoplechy z křemíkem legované oceli válcované za tepla nebo za studena (tím se dosáhnou zlepšené magnetické vlastnosti ve směru válcování).

Kromě předchozích dvou typů magnetických obvodů nacházejí ve stále větší míře uplatnění i magnetické obvody *buzené permanentními magnety* z materiálů s velkou koercitivitou, které po předcházejícím zmagnetování stejnosměrným proudem jsou schopné svojí velkou hysterezí vytvářet v obvodě dostatečný magnetický tok. Při výpočtu těchto obvodů se obvykle řeší úloha určit minimální rozměry a hmotnost daného materiálu, který by vyvolal žádanou indukci **B** ve vzduchové mezeře s plochou **S** a délkou  **$l_v$** .

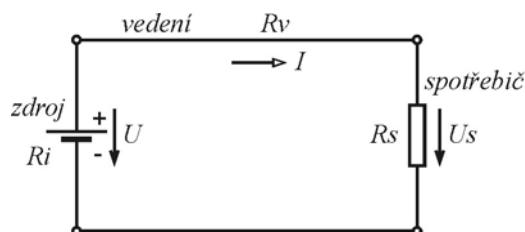
Pro permanentní magnety se používají materiály magneticky tvrdé, s parametry nezávislými na teplotě a čase, technologicky nenáročné a cenově přístupné. Jsou jimi kalitelné oceli, slitiny Fe, Al, Ni, Co s malým obsahem uhlíku, ferity tvrdé nebo orientované, materiály ze slitin Cu-Ni-Co, Cu-Ni-Fe, Pt-Fe apod. Vysoká cena podmiňuje omezené velikosti těchto magnetů (jednotky cm). Hysterezní křivky materiálů pro permanentní magnety jsou znázorněny na obr. 1-6.





## 2. ELEKTRICKÉ OBVODY

Elektrická zařízení jsou složena z obvodů. Nejjednodušší obvod, znázorněný na obr.2-1, obsahuje zdroj, vedení a spotřebič. V reálném elektrickém obvodu jsou technické prvky (rezistor, cívka, kondenzátor) propojené tak, aby jimi mohl procházet elektrický proud dodávaný zdrojem napětí nebo proudu.



Obr. 2-1 Základní elektrický obvod

Základními veličinami tohoto obvodu jsou napětí zdroje  $U$ , vnitřní odpor zdroje  $R_i$ , vedení  $R_v$ , spotřebiče  $R_s$ , proud  $I$  a napětí spotřebiče  $U_s$ . Celkový odpor obvodu je

$$R = R_i + R_v + R_s \quad [\Omega]. \quad (2.1)$$

Mezi napětím  $U$ , proudem  $I$  a celkovým odporem obvodu  $R$  platí Ohmův zákon

$$U = R \cdot I \quad [\text{V}; \text{Q}, \text{A}] \quad (2.2)$$

a mezi výkonem  $P$ , napětím  $U$ , proudem  $I$  a odporem  $R$  platí vztah

$$P = R^2 \cdot I = U \cdot I = \frac{U^2}{R} \quad [\text{W}; \Omega, \text{A}, \text{V}, \text{A}]. \quad (2.3)$$

Práce (nebo energie)  $A$  vykonaná elektrickým proudem za dobu  $t$  při konstantním výkonu  $P = U \cdot I$  je

$$A = P \cdot t = U \cdot I \cdot t \quad [\text{J}; \text{W}, \text{s}; \text{V}, \text{A}, \text{s}] \quad (2.4)$$

Elektrické obvody se rozdělují na dva základní typy:

- obvody se soustředěnými parametry** - mají konečný počet obvodových prvků, jejichž rozměry i prostorové uspořádání se při řešení neuplatní a kde sledované děje probíhají pomalu. v rovnicích popisujících proudy a napětí se nachází jen jedna nezávisle proměnná veličina - čas. Tyto obvody jsou popsány obyčejnými diferenciálními rovnicemi.
- obvody s rozloženými parametry** - všechny veličiny jsou nejen funkcí času, ale i vzdálenosti od začátku vodiče (např. u velmi rozměrných venkovních vedení vvn) nebo se jedná o obvody, kde sledované děje probíhají velmi rychle a je nutné respektovat rychlost šíření elektromagnetických jevů. Proudů a napětí těchto obvodů jsou pak popsány parciálními diferenciálními rovnicemi.

Elektrické obvody se dále rozdělují na tyto dva základní typy:

- lineární obvody** - obsahující jen konstantní prvky  $R, L, C$  nezávislé na proudu nebo napětí,

- b) **nelineární obvody** – obsahující aspoň jeden prvek s **parametry** závislými na proudu a napětí (polovodičové elektronické součástky, indukční cívky s feromagnetickým jádrem a pod.).

Důležitým a často se vyskytujícím problémem je řešení elektrických obvodů se stejnosměrnými napětími a proudy zdrojů a řešení pro periodicky proměnná (např. střídavá) napětí a proudy.

U obvodů se soustředěnými parametry jsou základními stavy:

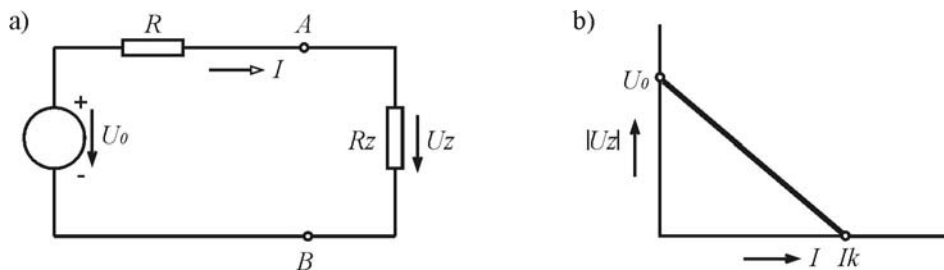
- a) **ustálený stav** - proudy procházející obvodem a napětí na jednotlivých prvcích jsou konstantní nebo periodicky se měnící,
- b) **přechodný stav** - vzniká v obvodech obsahujících prvky L a C, tj. prvky schopné akumulovat energii magnetického nebo elektrického pole po každé změně (připojení nebo odpojení zdroje). Přechodný stav po určité době zaniká a přechází v ustálený stav.

## 2.1 Zdroje napětí a proudu

Ideální zdroje napětí a proudu dodávají do elektrického obvodu stálé napětí nebo proud bez ohledu na velikost zátěže. Např. napětím ideálního zdroje napětí se rozumí okamžitá hodnota napětí mezi svorkami zdroje, které může být buď časově proměnné nebo stálé. U skutečného zdroje svorkové napětí  $U$  závisí na zatěžovacím proudu  $I$ , obr.2-2, zatím co u ideálního zdroje s nulovým vnitřním odporem je napětí  $U$  stálé. Skutečný zdroj napětí je možné nahradit ideálním zdrojem a sériově zapojeným resistorem s odporem  $R$ . Úbytek napětí  $R \cdot I$  na resistoru  $R$  zmenšuje napětí  $U_0$ , takže napětí na svorkách **A**, **B** zdroje zatíženého resistorem  $R_z$  je

$$U_z = U_0 - R \cdot I = R_z \cdot I .$$

V nezatíženém stavu je na zdroji napětí naprázdno  $U_0$  a při svorkách A,B spojených nakrátko napětí  $U=0$  a proud je proudem nakrátko  $I_k$ .



Obr. 2-2 Skutečný zdroj napětí

a) sériový náhradní obvod,  $R_z$  je zatěžovací rezistor

b) zatěžovací charakteristika.

Obvodu podle obr. 2-2 je zcela rovnocenný paralelní náhradní obvod vytvořený ideálním zdrojem proudu se stálým proudem  $I_0$  a paralelním resistorem  $R$ .

## 2.2 Stejnosměrné obvody

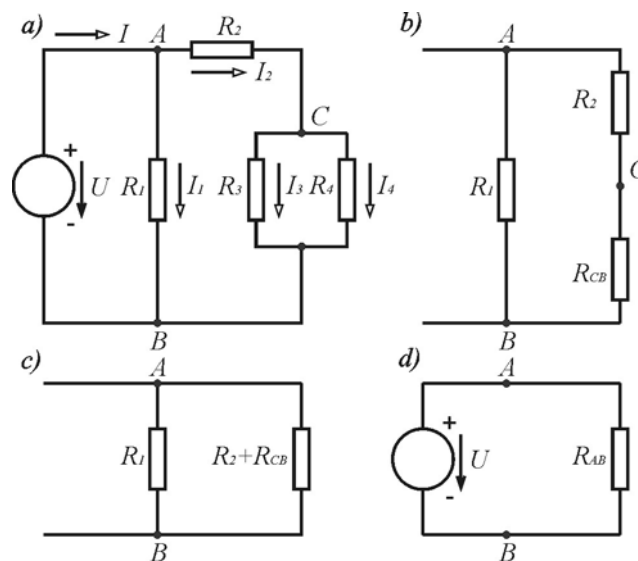
Ve stejnosměrných obvodech působí jen zdroje stejnosměrného napětí a proudu. V ustáleném stavu jsou napětí na obvodových prvcích konstantní, spotřebičem je ideální rezistor, jehož jedinou vlastností je elektrický odpor. Indukčnost a kapacita prvků se ve výpočtech nejčastěji zanedbává, neboť kapacitní proudy při konstantním napětí a indukovaná napětí v induktoru při konstantním proudu jsou rovny nule.

Podle zapojení jednotlivých prvků obvodu, zadání známých veličin a určení jedné, resp. několika neznámých veličin se volí nejvýhodnější metoda řešení. Početní metody řešení elektrických obvodů budou definované pro stejnosměrné obvody s rezistory R, avšak stejné metody se mohou použít i pro obvody se střídavými sinusovými proudy a s prvky R, L, C, pokud se použije symbolicko komplexní vyjádření.

## 2.2.1 Některé praktické metody řešení elektrických obvodů

### a) Metoda zjednodušování obvodů

Nejjednodušším způsobem řešení elektrických obvodů je postupné zjednodušování jejich struktury slučováním paralelně zapojených členů a slučováním sériově zapojených členů, určení ekvivalentního odporu celé sítě a následné aplikaci Ohmova zákona.



Obr. 2-3 Příklad elektrického obvodu řešeného postupným zjednodušováním struktury

### b) Metoda Kirchhoffových zákonů

Univerzální metodou pro řešení elektrických obvodů je metoda Kirchhoffových zákonů (KZ). Pomocí této metody je možné řešit libovolně složitou elektrickou síť.

Podle prvního Kirchhoffova zákona platí pro libovolný uzel elektrického obvodu, že součet proudů do uzlu vstupujících se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících,

$$\sum I = 0.$$

Podle druhého Kirchhoffova zákona platí pro libovolnou uzavřenou smyčku v elektrickém obvodu, že algebraický součet všech svorkových napětí zdrojů a spotřebičů zapojených ve smyčce se rovná nule

$$\sum U = 0$$

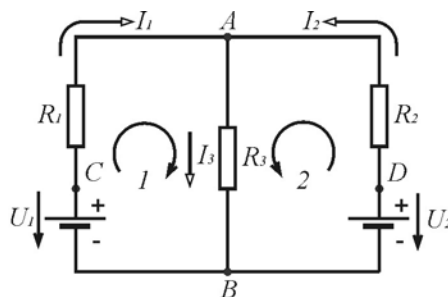
Na začátku řešení je třeba seznámit se s topologií sítě, tj. určit počet uzlů, větví a smyček. Počet uzlů v obvodu se označí  $p - 1$ , t.j. počet uzlů po odečtení jednoho uzlu, který je vztažným bodem, proti kterému je počítáno napětí ostatních uzlů obvodu (uzlová napětí).

Počet smyček (uzavřených nezávislých okruhů v obvodu) je  $s$ .

Postup při řešení je následující:

- zvolí se předpokládané směry proudů ve větvích a kladné směry smyček. Pokud má výsledek výpočtu kladné znaménko, je zvolený směr shodný se skutečným.
- podle 1. KZ se sestaví  $(p - 1)$  rovnic pro uzly sítě,
- určí se počet nezávislých smyček sítě a podle 2.KZ sestaví  $s$  rovnic.

Pro obvod na obr. 2-4 platí  $p = 2$ , uzel **B** je vztažným bodem. Počet smyček je  $s = 2$ , obvod má 2 smyčky orientované tak, jak je označeno v obrázku.



Obr. 2-4 Příklad elektrického obvodu se dvěma smyčkami

Podle prvního Kirchhoffova zákona platí pro uzel A:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad (2.5)$$

Podle II. KZ platí pro smyčky obvodu:

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 - U_1 = 0 \quad \text{smyčka 1} \quad (2.6)$$

$$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 - U_2 = 0 \quad \text{smyčka 2} \quad (2.7)$$

Potřebný počet rovnic se určí podle vztahu  $x(p - 1) + s$ , pro uvedený příklad jsou to tři rovnice.

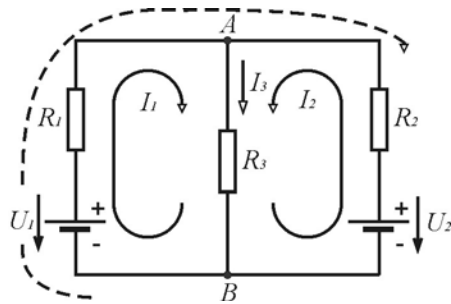
Do soustavy rovnic s počtem  $x$ - neznámých se dosadí číselné hodnoty a rovnice se řeší libovolnou matematickou metodou, přičemž výsledkem řešení budou proudy v jednotlivých větvích sítě. Skutečné směry proudů mají ve výsledku kladné znaménko.

### c) **Metoda smyčkových proudů**

U vícesmyčkových obvodů je výhodné pro řešení použít metodu smyčkových proudů. Podstatou řešení jsou tzv. smyčkové proudy, tj. fiktivní proudy v celé smyčce stejné pro všechny její elementy. Směry smyčkových proudů se volí libovolně s označením ve schématu šipkou (obr. 2-5). Pro proudy  $I_1$  a  $I_2$  se získají podle II.KZ dvě rovnice

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot (I_1 + I_2) - U_1 = 0 \quad (2.8)$$

$$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot (I_1 + I_2) - U_2 = 0 \quad (2.9)$$



Obr. 2-5 Úprava označení pro řešení metodou smyčkových proudů

Ve větvi obvodu společné oběma smyčkám (větev s rezistorem  $R_3$ ) je výsledný proud součtovým proudem smyček. Řešením rovnic (2.8) a (2.9) vychází pro proudy  $I_1$  a  $I_2$  stejný výsledek jako v předchozím případě. Napětí  $U_{AB} = R_3 \cdot I_3 = R_3 \cdot (I_1 + I_2)$  se vypočítá přímo z proudů  $I_1$  a  $I_2$ , to znamená, že ve společných větvích smyček se počítají úbytky napětí ze součtu nebo rozdílu příslušných smyčkových proudů.

Použitím metody smyčkových proudů byla ušetřena jedna rovnice. Při řešení složitějších obvodů, které vedou na soustavy většího počtu rovnic, znamená ale každé zmenšení počtu rovnic podstatné ulehčení výpočtu.

Další metody řešení elektrických obvodů:

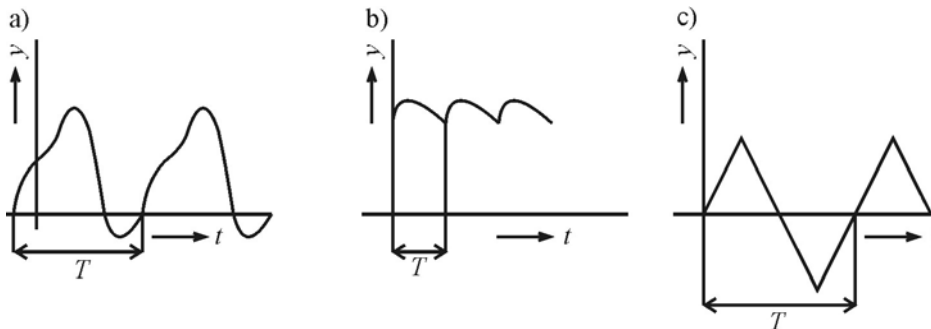
- **metoda uzlových napětí** - využívá se při výpočtech složitých elektrických sítí, které mají jen dva uzlové body. Takové sítě se často vyskytují při paralelní spolupráci zdrojů elektrické energie.
- **metoda superpozice** - kterýkoli proud nebo napětí v obvodech s několika zdroji jsou dané algebraickým součtem (superpozicí) dílčích proudů nebo napětí vyvolaných jen jedním zdrojem, kdy ostatní zdroje se neuvážují. Tato metoda není použitelná v nelineárních obvodech, protože proudy jednotlivých zdrojů mění parametry nelineárních součástek, takže nelze počítat dílčí proudy jednoho zdroje nezávisle na ostatních zdrojích.
- **metoda úměrných veličin** - s výhodou se používá při řešení obvodů složených z jednoduchých  $T$  a  $n$  článků napájených z jednoho zdroje napětí. Zvolí se proud v jednom úseku a ostatní proudy nebo úbytky napětí vypočítají pomocí Ohmova zákona a KZ. Zvolený proud by tekla sítí jen při určitém napájecím napětí. Když se vypočítá jiné napětí zdroje jako skutečné, určí se tzv. konstanta úměrnosti z poměru skutečného a vypočítaného napětí. Touto konstantou jsou pak vynásobeny všechny vypočítané hodnoty napětí a proudů.

Uvedené základní metody řešení elektrických obvodů byly vysvětlené na příkladu stejnosměrného obvodu s jen několika prvky. U střídavých obvodů s impedancemi by byl postup řešení obdobný, pokud tyto obvody neobsahují cívky vázané vzájemnou indukčností. V těchto obvodech se při časově proměnných proudech a napětích neuplatňují jen úbytky napětí na vlastní indukčnosti cívky, vyvolané proudem této cívky. Uplatní se také napětí indukovaná proudy dalších cívek, s nimiž je uvažovaná cívka vázána vzájemnou indukčností, čímž se řešení obvodu stává složitějším.

### 2.3 Střídavé obvody

V počátcích elektrotechniky se používal výhradně stejnosměrný proud. Později byly vynalezeny zdroje střídavého proudu i motory na střídavý proud a střídavý proud převládl, protože má mnoho výhod. Zdroje střídavého proudu jsou jednodušší, provozně spolehlivější a lze je stavět pro značně velké výkony (až 1 GW). Střídavý proud lze v transformátorech přizpůsobit pro hospodárny přenos, rozvod i spotřebu, motory na střídavý proud jsou jednoduché, levné a spolehlivé.

Střídavé proudy a napětí jsou v elektrotechnice velmi důležité, neboť se jich převážně používá při výrobě a rozvodu elektrické energie. V praxi se vyskytují ale i jiné periodické průběhy napětí a proudů, rozlišované podle tvaru křivky (obr. 2-6):



Obr. 2-6 Časové průběhy periodických funkcí

- a) kmitavá funkce,
- b) pulzující funkce,
- c) střídavá funkce.

Kmitavá periodická funkce se periodicky opakuje, přičemž dosahuje **kladných i záporných hodnot**.

Plocha křivky nad osou  $t$  není stejná jako pod časovou osou.

Pulzující funkce vzhledem k ose  $t$  nemění znaménko, střídavá funkce se vyznačuje tím, že plocha funkce nad osou  $t$  je rovna ploše pod osou  $t$ . Je zřejmé, že kmitavou i pulzující funkci lze převést na funkci střídavou posunutím osy  $t$ . Velikost posunutí je pak stejnosměrnou složkou dané křivky, tzn., že každá kmitavá i pulzující funkce má střídavou i stejnosměrnou složku.

Střídavý proud je proud, jehož velikost i směr se s časem periodicky mění a ve stejných časových úsecích - periodách  $T$  se opakuje. Velikost a směr proudu v určitém okamžiku určuje jeho okamžitou hodnotu, značenou malým písmenem. Střídavý proud je zvláštním případem periodicky proměnného proudu bez stejnosměrné složky. Jeho průměrná hodnota za periodu je rovna nule, kladná a záporná půlvlna jsou v rovnováze.

Střídavý proud sinusového průběhu s kmitočtem/(s dobou periody  $T = \frac{1}{f}$ ) je možné znázornit tzv. "fázorem", tj. úsečkou rotující konstantní úhlovou rychlostí.  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

Je-li délka této úsečky rovna hodnotě  $I_m$  (maximální hodnota, amplituda sinusového proudu), je její průmět na svislou osu  $y$  rovný hodnotě:

$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad [A; A, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{s}], \quad (2.10)$$

protože v okamžiku  $t$  svítá úsečka s vodorovnou osou  $x$  úhel  $\omega t$ .

Vztah (2.10) je matematické vyjádření okamžité hodnoty sinusového proudu  $i$ , což je úhlový kmitočet proudu, vyjádřený v radiánech za sekundu

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{Hz}, \text{s}] \quad (2.11)$$

kde  $f$  je kmitočet (Hz) a  $T$  je doba periody (s).

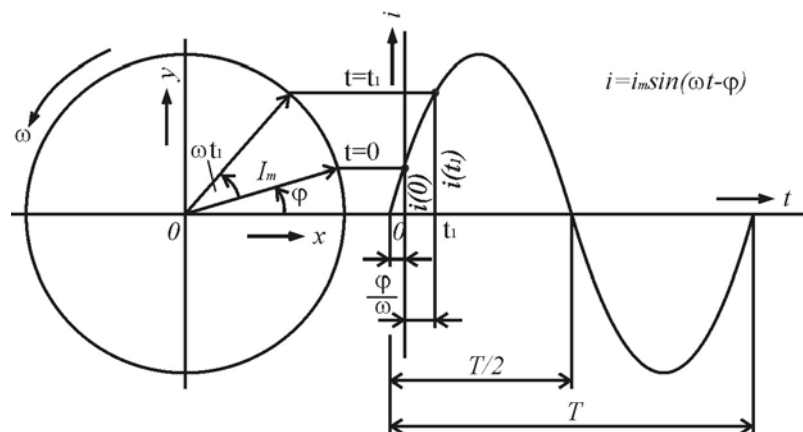
Vzorec (2.10) platí pro případ, že proud  $i = f(t)$  v okamžiku  $t = 0$  prochází nulou. Má-li proud v okamžiku  $t = 0$  nenulovou hodnotu, je vyjádřen vztahem (obr.2-7)

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.12)$$

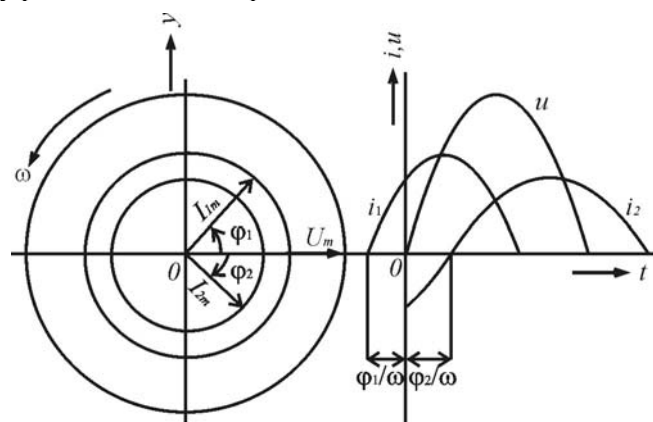
kde pro  $t = 0$  platí  $i(0) = I_m \cdot \sin \varphi$ , což je daná okamžitá hodnota proudu pro  $t = 0$ .

Fázory se obvykle kreslí v měřítku efektivní hodnoty v poloze pro  $t = 0$ , záleží však vždy na tom, aby správně vyjadřovaly vzájemné časové posuny jednotlivých průběhů.

Na obr. 2-8 jsou časové průběhy napětí  $u$  a proudů  $i_1$  a  $i_2$ , které nemají průchody nulou ve stejném okamžiku a jsou proti napětí  $u$  posunuty o úhly  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ . Tyto úhly jsou úhly fázového posunu proudu proti napětí a proud  $i_1$  s kladným úhlem posunu  $\varphi_1$  předbíhá před napětím  $u$ , proud  $i_2$  se záporným úhlem posunuje za napětím zpožděn.



Obr. 2-7 Časový průběh sinusového proudu s nenulovou hodnotou v okamžiku  $t = 0$



Obr. 2-8 Sinusové průběhy, které nejsou ve fázi

### 2.3.1 Charakteristické hodnoty střídavých veličin

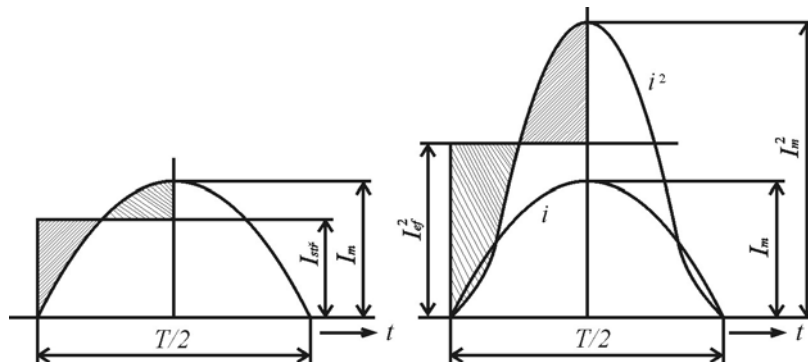
Střídavé proudy a napětí s harmonickými průběhy se mění s časem, kdy každému času odpovídá jejich okamžitá hodnota. Při řešení elektrických obvodů by pak bylo nutné ke každé zadané a vypočítané hodnotě uvést příslušné časy, přičemž měření okamžitých hodnot v praxi není účelné. Charakteristickou veličinou napětí (proudu) je maximální hodnota, tzv. amplituda, která je okamžitou hodnotou pravidelně se opakující v každé půlperiodě. Praktický význam má ale maximální hodnota při sledování namáhání součástek elektrickým napětím (např. kondenzátory, izolace, polovodičové prvky a pod.).

U střídavých napětí a proudů je výhodné zavádět takové veličiny, které se s časem nemění a jejichž velikost je určena měření běžnými měřicími přístroji. Jsou to střední a efektivní hodnota.

*Střední hodnota* střídavého sinusového proudu je aritmetický průměr všech jeho okamžitých hodnot za polovinu periody  $T/2$  (obr.2-9). Mezi střední a maximální hodnotou sinusového průběhu je vztah

$$I_{str} = \frac{2}{\pi} \cdot I_m = 0,637 \cdot I_m . \quad (2.13)$$

Střední hodnota má význam tam, kde se jedná o množství proudu (nabíjení kondenzátoru nebo akumulátoru, v usměrňovači technice apod.). Lze ji měřit magnetoelektrickým měřicím systémem s usměrňovačem.



Obr. 2-9 Střední a efektivní hodnota střídavého průběhu

*Efektivní hodnota* střídavého sinusového průběhu je taková hodnota stálého stejnosměrného proudu, který by za stejnou dobu vyvinul stejné množství tepla v rezistoru se stejným odporem  $R$ . Výkon měněný v rezistoru v teplo  $P = R \cdot I^2$  je úměrný druhé mocnině proudu. Z obr.2-9 je zřejmý vztah mezi efektivní a maximální hodnotou proudu (obě vyšrafované plochy jsou stejně velké):

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m . \quad (2.14)$$

Efektivní hodnoty měří elektromagnetické, elektrodynamické nebo tepelné měřicí systémy. V elektrotechnice střídavých proudů se většinou počítá jen s efektivními veličinami, proto index “ef” je možné vynechat.

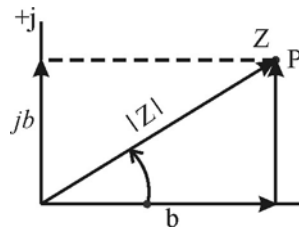
Uvedené střední a efektivní hodnoty platí jen pro sinusové průběhy, nesinusové průběhy mají odvozeny vztahy jiné.



### 2.3.2 Náhrada harmonického průběhu fázory

Harmonické časové průběhy skalárních veličin napětí, proudu, výkonu, magnetického toku apod. lze s výhodou nahradit jednoduchými komplexními funkcemi s jednou nezávisle proměnnou, kterou je obvykle čas. Po zavedení těchto komplexních funkcí bylo nutné komplexně vyjádřit charakteristické prvky - dvojpóly - jako je např. impedance, výkon a pod. Směřovaná úsečka v rovině nemá tedy funkci fyzikálního vektoru, ale slouží na určení okamžitých hodnot harmonických veličin nebo reálných konstant elektrického obvodu (R,L,C).

Pro praktické využití komplexních čísel v elektrotechnice má velký význam jejich geometrické zobrazení v tzv. Gaussově komplexní rovině (obr. 2-10). Číslo  $Z$  odpovídá bod P se souřadnicemi  $b$ ,  $a$ , přičemž  $j$  označuje v elektrotechnice imaginární jednotku.



Komplexní číslo je možné vyjádřit ve složkovém tvaru:

$$\bar{Z} = b + j \cdot a$$

s modulem

$$|Z| = \sqrt{b^2 + a^2}$$

Úhel označující pootočení úsečky od reálné osy (+) je ve fázi komplexního čísla, určené z poměru imaginární a reálné složky

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}$$

a tedy

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{a}{b} \quad (2.18)$$

Při číselných výpočtech je výhodné složit komplexní číslo z reálné a imaginární složky  $a$  a  $b$ , vypočítaných z výrazu

$$b = |Z| \cdot \cos \varphi$$

$$a = |Z| \cdot \sin \varphi$$

$$\bar{Z} = |Z| \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) \quad (2.19)$$

Výraz (2-19) je *trigonometrickým* tvarem komplexního čísla.

Podle Eulerova vztahu

$$\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi = e^{j\varphi}, \quad j = \sqrt{-1}$$

je možné komplexní číslo vyjádřit i vztahem

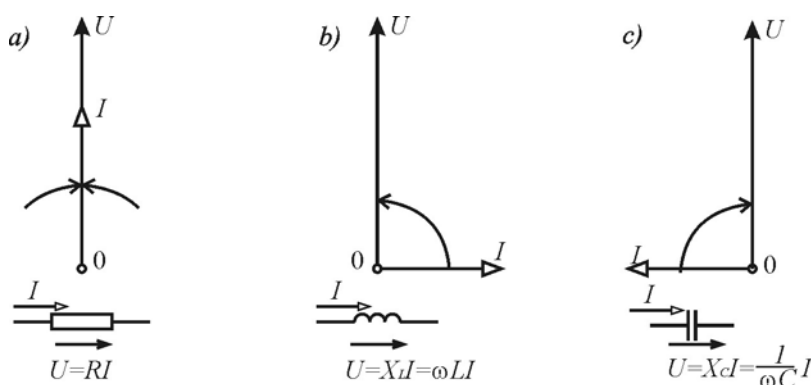
$$\bar{Z} = |Z| \cdot e^{j\varphi} \quad (2.20)$$

nazývaným *exponenciálním* tvarem komplexního čísla.

### 2.3.3 Rezistory, kapacity a indukty v obvodu střídavého proudu

Protože fázorové diagramy sinusového napětí a proudu ideálních prvků R, L, C byly probírány v předmětu Technická fyzika, je zde uvedena jen stručná rekapitulace (obr. 2-11):

- proud ideálního rezistoru je ve fázi s napětím,
- proud kapacitoru předbíhá napětí (C se musí určitou dobu nabíjet, aby na jeho svorkách mohlo být napětí),
- napětí induktoru předbíhá proud.



Obr. 2-11 Fázorové diagramy ideálních prvků R, L, C.

Skutečné rezistory, kapacity a indukty se nechovají jako ideální obvodové prvky R,L,C. Jestliže má rezistor určitou malou indukčnost, není jeho proud přesně ve fázi s napětím, ale zpožděný o malý úhel  $\varphi$ . Podobně kapacitor se ztrátovým odporem má proud, který předbíhá napětí o úhel  $\varphi = -(90^\circ + \delta)$ , kde  $\delta$  je tzv. *ztrátový úhel kondenzátoru*.

U rezistoru a kapacitoru bývají odchylky od ideálního charakteru v určitém kmitočtovém rozsahu malé, naproti tomu indukty mají poměrně velký odpor vinutí, takže se dosti liší od ideálního induktoru. Při vyšších kmitočtech se značně uplatňuje i kapacita vinutí cívek. Skutečné součástky mohou být vždy vyjádřeny pomocí sériové nebo paralelní kombinace několika ideálních obvodových prvků.

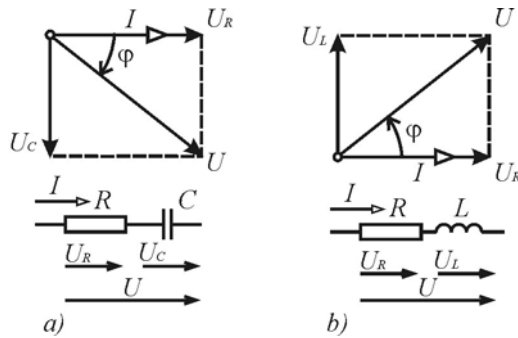
Při sériovém zapojení obvodových prvků mají všechny stejný proud  $\mathbf{I}$  a z něho lze odvodit fázory příslušných napětí na jednotlivých prvcích (obr.2-12). Celkové napětí na sériové R-C kombinaci se získá geometrickým součtem fázorů napětí  $\mathbf{U}_R$  a  $\mathbf{U}_C$ . Podle Pythagorovy věty platí:

$$\hat{U} = \sqrt{\hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2} = \sqrt{R^2 \cdot \hat{I}^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2 \cdot \hat{I}^2} = \hat{I} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \hat{I} \cdot \hat{Z},$$

$$\hat{Z} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

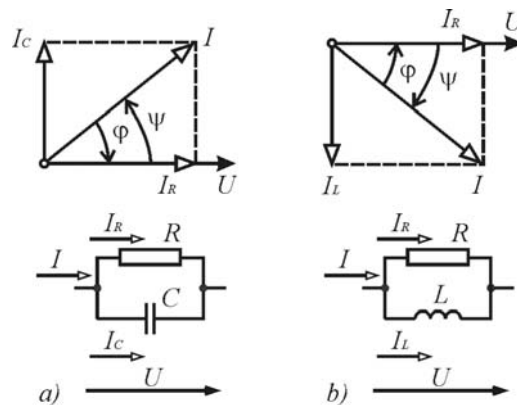
je *impedance* - zdánlivý odpor této sériové kombinace. Impedance  $\mathbf{Z}$  se udává v ohmech jako odpor. Stejně je možné pro sériovou kombinaci R-L podle obr.2-12 odvodit

$$\hat{Z} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$



Obr. 2-12 Fázorové diagramy sériového zapojení:  
a) R-C členu,  
b) R-L členu

Při paralelním zapojení mají všechny prvky stejné napětí  $U$  a z něho lze odvodit fázory proudů jednotlivých prvků obvodu (obr. 2-13).



Obr. 2-13 Fázorový diagram paralelního zapojení  
a) R-C členu,  
b) R-L členu

Celkový proud paralelního R-C zapojení je:

$$\hat{I} = \sqrt{\hat{I}_R^2 + \hat{I}_C^2} = \sqrt{G^2 \cdot \hat{U}^2 + (\omega \cdot C)^2 \cdot \hat{U}^2} = \hat{U} \cdot \sqrt{G^2 + (\omega \cdot C)^2} = \hat{U} \cdot \hat{Y},$$

kde  $G = \frac{1}{R}$  je vodivost (konduktance) rezistoru a

$\hat{Y} = \sqrt{G^2 + (\omega \cdot C)^2}$  je tzv. *admittance* - zdánlivá vodivost tohoto paralelního zapojení.

Admittance  $Y$  se udává v jednotkách siemens (S) stejně jako vodivost  $G$ . Pro paralelní R-L zapojení je možné odvodit

$$\hat{Y} = \sqrt{G^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}.$$

Při sériovém zapojení je výhodné počítat výslednou impedanci  $\hat{Z}$ , při paralelním zapojení výslednou admitanci  $\hat{Y}$ . Vzájemné převodní vztahy jsou

$$\hat{Y} = \frac{1}{\hat{Z}}, \quad \hat{Z} = \frac{1}{\hat{Y}}. \quad (2.21)$$

U impedance nestačí znát jen její velikost  $Z$ , neboť ta udává efektivní hodnotu proudu  $I$  při dané efektivní hodnotě napětí  $U$ ,  $\hat{U} = \hat{Z} \cdot \hat{I}$ . K úplnému údaji u impedance je třeba znát také úhel  $\varphi$ , který vyjadřuje fázový posun napětí proti proudu. Platí

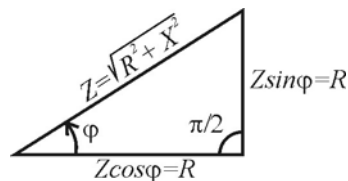
$$\varphi = \pm \operatorname{arctg} \frac{X}{R}, \quad (2.22)$$

kde  $X$  je reaktance s kladným znaménkem pro  $X_L$  a záporným znaménkem pro  $X_C$ ,  $R$  je rezistance. Podobně u admitance udáváme nejen její velikost  $Y$ , ale i její úhel  $\psi$ , který vyjadřuje fázový posun proudu proti napětí

$$\psi = \pm \operatorname{arctg} \frac{B}{G}, \quad (2.23)$$

kde  $B$  je tzv. *susceptance* - jalová vodivost a  $G$  je *vodivost* - konduktance. Znaménko + platí pro  $B_C = \omega \cdot C$  znaménko - pro  $B_L = \frac{1}{\omega \cdot C}$ . Susceptance  $B$  je převrácená hodnota reaktance  $X$ .

Jak je patrné z dříve uvedených vzorců pro impedanci a z obr. 2-14, nemůže se rezistance  $R$  a reaktance  $X$  sčítat přímo, ale jen geometricky, což platí i pro admitanci. Obr.2-14 připomíná fázorový diagram, tento termín se ale zde nepoužívá, protože fázory znázorňují pouze střídavé veličiny sinusového průběhu.



Obr. 2-14 Geometrický součet rezistance a reaktance

Při sériovém řazení R-L-C prvků platí pro výsledné napětí

$$\hat{U} = \sqrt{\hat{U}_R^2 + (\hat{U}_L - \hat{U}_C)^2} = \hat{I} \cdot \hat{Z}, \quad (2.24)$$

kde

$$\hat{Z} = \sqrt{R^2 + \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}. \quad (2.25)$$

Je-li v tomto obvodu  $\hat{U}_L - \hat{U}_C = 0$ , tj.  $\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$ , je výsledná impedance  $Z = R$ , proud je ve fázi s napětím a dochází k *sériové rezonanci*, kdy proud nabývá maximální hodnoty  $I_r$ . Protože reaktance  $X_L$  s  $X_C$  závislé na kmitočtu, nastává tato rezonance při rezonančním kmitočtu

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{H}, \text{F}] \quad (2.26)$$

a rezonanční kmitočet

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad [\text{Hz}; \text{H}, \text{F}] \quad (2.27)$$

Při sériové rezonanci mohou vzniknout značně velká napětí  $U_L$  a  $U_C$  větší, než je napětí  $U$  napájecího zdroje. Sériová rezonance tak může ohrozit bezpečnost silnoproudých zařízení.

V obvodu s paralelně zapojenými prvky R-L-C s proudem  $\hat{I} = \sqrt{\hat{I}_R^2 + (\hat{I}_C - \hat{I}_L)^2} = \hat{Y} \cdot \hat{U}$  a

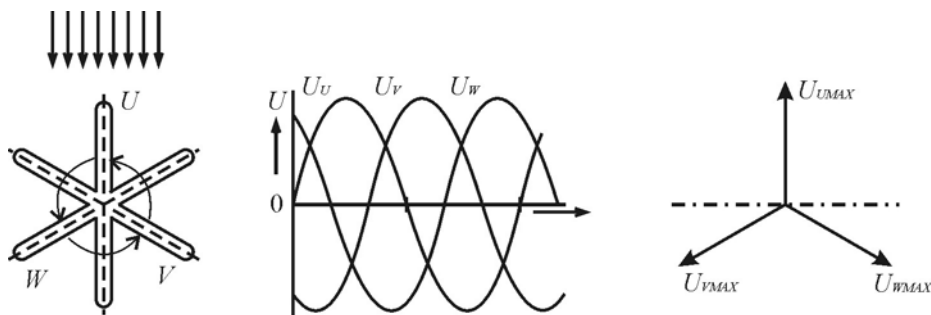
admitancí  $\hat{Y} = \sqrt{\hat{G}^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$  dojde k *paralelní rezonanci*, jestliže  $\hat{I}_L - \hat{I}_C = 0$ , pak je

admitance  $Y$  maximální. Při paralelní rezonanci nemůže dojít ke vzniku přepětí, ale proudy  $\hat{I}_C$  a  $\hat{I}_L$  mohou nabývat značných hodnot při poměrně malém celkovém proudu  $I$ .

Jev rezonance má rozsáhlé využití v elektrotechnice a zvláště pak ve sdělovací technice (laděné obvody, filtry). V silnoproudé elektrotechnice je obvykle nežádoucí. Vyjimkou je tzv. kompenzace účinníku, při níž se vliv indukčních reaktancí zátěže kompenzuje reaktancí paralelně připojených kondenzátorů, což je vlastně případ paralelní rezonance při kompenzaci na  $\cos \varphi = 1$

### 3 Trojfázová soustava

Při výrobě, rozvodu a spotřebě elektrické energie se obvykle používá trojfázový systém, který na rozdíl od jednofázového umožňuje hospodárnější přenos a účelnější využití elektrické energie. Vznik trojfázové soustavy je možné si představit pomocí modelu generátoru se třemi cívkami prostorově natočenými o  $120^\circ$ , které se otáčejí konstantní rychlostí v homogenním magnetickém poli, obr. 2.15.



3.15 Vznik trojfázové soustavy:

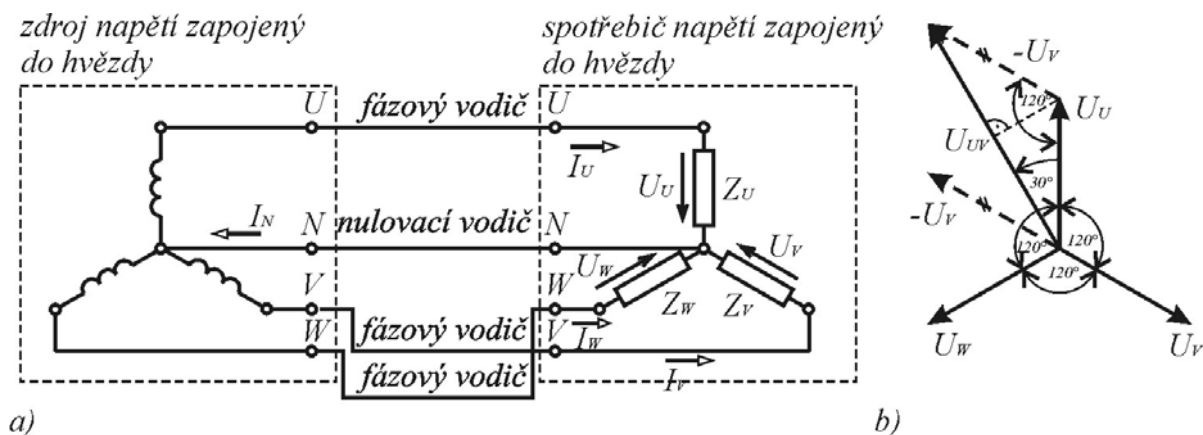
a) generátor, b) časový průběh napětí fází, c) fázorový diagram.

Napětí indukovaná v cívkách mají harmonický časový průběh a jsou vůči sobě posunuta o  $120^\circ$ , t.j. úhel  $2\pi/3$ :

$$\begin{aligned} u_u &= U_{\max} \cdot \sin \omega t \\ u_v &= U_{\max} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ u_w &= U_{\max} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Aby nebylo nutné trojfázovou soustavu rozvádět šesti vodiči, spojují se zdroje jednotlivých napětí do trojúhelníka (D) nebo do hvězdy (Y).

Při zapojení do hvězdy jsou začátky cívek vyvedené na síť a konce cívek jsou zapojeny do uzlu. Spojení spotřebiče zapojeného do hvězdy se zdrojem je možné třemi fázovými vodiči L1, L2, L3 a nulovacím vodičem, jak je zřejmé z obr.2-16.



Obr. 2-16 Trojfázová čtyřvodičová soustava

a) schema zapojení,

b) fázorový diagram fázových a sružených napětí.

Po zvolení směru fázových napětí i napětí mezi dvěma fázemi platí podle II. Kirchhoffova zákona pro jednotlivé smyčky obvodu:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{uv} + \hat{U}_v - \hat{U}_u &= 0 & \hat{U}_{uv} &= \hat{U}_u - \hat{U}_v \\ \hat{U}_{vw} + \hat{U}_w - \hat{U}_v &= 0 & \text{tj. } \hat{U}_{vw} &= \hat{U}_v - \hat{U}_w \\ \hat{U}_{wu} + \hat{U}_u - \hat{U}_w &= 0 & \hat{U}_{wu} &= \hat{U}_w - \hat{U}_u \end{aligned} \quad (2.29)$$

Napětí  $\hat{U}_{uv}$ ,  $\hat{U}_{vw}$ ,  $\hat{U}_{wu}$  jsou sdružená napětí s označením  $\mathbf{U}_s$ , měřená mezi fázemi. Napětí  $\hat{U}_u$ ,  $\hat{U}_v$ ,  $\hat{U}_w$  jsou fázová napětí  $\mathbf{U}_f$  mezi fází a nulovacím vodičem s fázovým posunem  $120^\circ$ . Vztahy mezi  $\mathbf{U}_s$  a  $\mathbf{U}_f$  je možné odvodit z fázorového diagramu na obr. 2-16b:

Např. pro  $\hat{U}_{uv}$  platí  $\hat{U}_{uv} = \hat{U}_u - \hat{U}_v$ .

Potom  $\frac{1}{2} \cdot \hat{U}_{uv} = \hat{U}_v \cdot \cos 30^\circ$ .

Z toho  $\hat{U}_{uv} = \hat{U}_u \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \hat{U}_u \cdot \sqrt{3}$ , tj.  $U_s = U_f \cdot \sqrt{3}$  (2.30)

Napětí sdružené je tedy  $\sqrt{3}$ -krát větší než fázové napětí a soustava zapojená do hvězdy umožňuje použít dvě napětí,  $\mathbf{U}_s$  a  $\mathbf{U}_f$ .

V zapojení do trojúhelníka je konec jedné fáze spojen se začátkem fáze následující, obr. 2-17. Fázory napětí  $\hat{U}_{uv}$ ,  $\hat{U}_{vw}$ ,  $\hat{U}_{wu}$  mají stejnou velikost jako napětí jednotlivých fází  $\hat{U}_u$ ,  $\hat{U}_v$ ,  $\hat{U}_w$ .

Pro jednotlivé smyčky platí II. Kirchhoffův zákon:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{uv} - \hat{U}_u &= 0 & \hat{U}_{uv} &= \hat{U}_u \\ \hat{U}_{vw} - \hat{U}_v &= 0 & \text{tj. } \hat{U}_{vw} &= \hat{U}_v \\ \hat{U}_{wu} - \hat{U}_w &= 0 & \hat{U}_{wu} &= \hat{U}_w \end{aligned} \quad (2.31)$$

ze kterého vyplývá, že napětí sdružené je stejně velké jako fázové  $\mathbf{U}_s = \mathbf{U}_f$

Při řešení trojfázových sítí se musí kromě zapojení generátoru do Y nebo D uvažovat i zapojení spotřebiče, který zatěžuje zdroj podle druhu a velikosti impedance v jednotlivých fázích. Rovněž impedance spotřebiče může být v trojfázové soustavě zapojena do hvězdy nebo trojúhelníka, z hlediska zátěže může být *souměrná* nebo *nesouměrná*:

souměrná trojfázová soustava napětí má fázová, příp. sdružená napětí stejné velikosti se stejným fázovým posunem  $120^\circ$ ,

nesouměrná trojfázová soustava napětí má jednotlivá napětí různě velká s nestejnými posuny proti sobě, lze ji rozložit na tzv. souměrné složky. Jsou to:

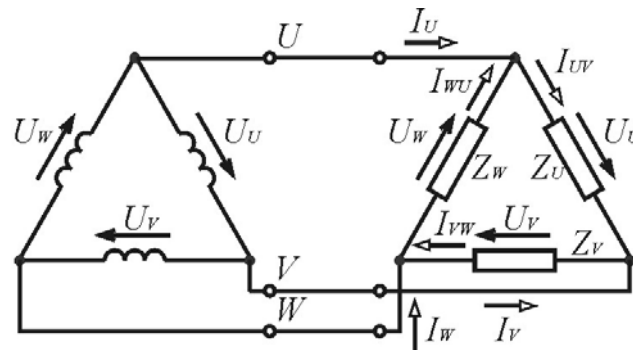
*Sousledná soustava* je souměrná trojfázová soustava napětí se sledem fází  $U, V, W$ .

*Zpětná soustava* je souměrná trojfázová soustava napětí s opačným sledem fází  $W, V, U$ .

*Nulová soustava* je soustava tří napětí stejné velikosti a stejné fáze.

Nesouměrnost soustavy napětí působí rušivě, např. přítomnost zpětné soustavy napětí vyvolává u asynchronních motorů parazitní moment působící proti směru točení motoru. Za normálních provozních stavů bývá nesouměrnost trojfázové soustavy napětí malá a bývá způsobena jen nestejnými

úbytky napětí v jednotlivých fázích při nesouměrném zatížení. Při poruchových stavech může ale vzniknout nesouměrnost podstatně větší.



Obr. 2-17 Trojfázová trojvodičová soustava

Pro proudy na straně spotřebiče platí podle I.Kirchhoffova zákona

$$\begin{aligned}
 -\hat{I}_u - \hat{I}_{wu} + \hat{I}_{uv} &= 0 & \hat{I}_u &= \hat{I}_{uv} - \hat{I}_{wu} \\
 -\hat{I}_v - \hat{I}_{uv} + \hat{I}_{vw} &= 0 & \text{t.j. } \hat{I}_v &= \hat{I}_{vw} - \hat{I}_{uv} \\
 -\hat{I}_w - \hat{I}_{vw} + \hat{I}_{wu} &= 0 & \hat{I}_w &= \hat{I}_{wu} - \hat{I}_{vw}
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Proudy  $I_U, I_V, I_W$  se nazývají sružené a proudy  $I_{UV}, I_{VW}, I_{WU}$  jsou proudy fázové. Protože při souměrné zátěži jsou fázové proudy co do velikosti stejné, musí být stejné i proudy sružené. Vztah mezi sruženým a fázovým proudem je analogický vztahu mezi fázovým a sruženým napětím při spojení do hvězdy. Platí

$$I_s = \sqrt{3} \cdot I_f, \tag{2.33}$$

tedy sružený proud je  $\sqrt{3}$ -krát větší než fázový. Z obr.2-17 rovněž vyplývá, že zapojení do trojúhelníka poskytuje jen jedno napětí.



#### 4. Výkon střídavých soustav

##### a) Výkon jednofázové střídavé soustavy

Výraz pro výkon stejnosměrného proudu  $P = U \cdot I$  analogicky platí i pro výkon jednofázového střídavého proudu, ovšem jen pro okamžitou hodnotu

$$p = u \cdot i . \quad (2.34)$$

Protože mezi napětím  $u$  a proudem  $i$  je časové posunutí  $\varphi$ , je i výkon  $p$  časově proměnný. Jeho průběh vypočítáme z rovnice (2.34) dosazením za  $u = U_m \cdot \sin \omega t$ ,  $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ :

$$p = U_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = U_m \cdot I_m \cdot [\cos(\omega t - \omega t + \varphi) - \cos(\omega t + \omega t - \varphi)] .$$

Zavedením efektivních hodnot a po úpravě je výsledný výkon rovný

$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos \varphi (2\omega t + \varphi) . \quad (2.35)$$

Okamžitý výkon má tedy stálou složku  $U \cdot I \cdot \cos \varphi$  a složku kmitající s dvojnásobnou frekvencí (obr.2-18). V praxi je obvykle třeba znát střední hodnotu výkonu, měřenou wattmetry a danou vztahem:

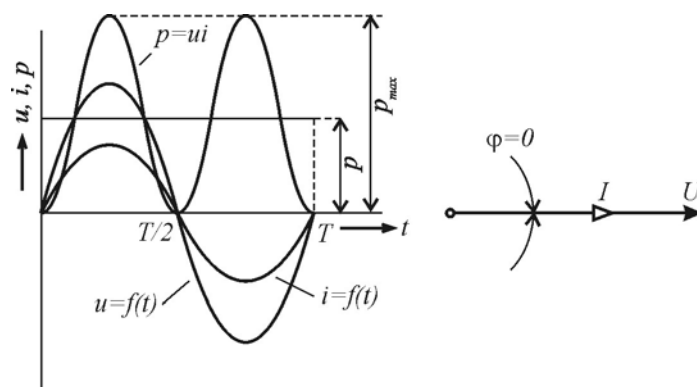
$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p \cdot dt = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \int_0^T [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] dt .$$

Po zintegrování a dosazení hranic je

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi , \quad (2.36)$$

kde  $\varphi$  je fáze impedance shodná s posunutím proudu vůči napětí, s rozmezím  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

Tento výkon se nazývá činný výkon, vzniká jen na rezistoru resp. na reálné složce impedance. Jednotkou je watt (W).



Obr. 2-18 Činný výkon střídavého sinusového proudu při nulovém fázovém posunu.

Proud  $I$  je složený ze dvou složek, složky  $I_p$  ve fázi s napětím a složky  $I_q$  kolmé na napětí. Složka  $I_p = I \cdot \cos \varphi$  je činnou složkou proudu, složka  $I_q = I \cdot \sin \varphi$  jalovou složkou.

Činný výkon je pak 
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I_p, \quad (2.37)$$

součin 
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I_q \quad (2.38)$$

je *výkon jalový*, který nekoná práci, ale vytváří magnetické pole v cívce nebo elektrické pole v kondenzátoru. Při indukčním charakteru zátěže ( $\varphi > 0$ ) odebírá obvod jalový výkon ze sítě. Fyzikálně je to výkon, který pulzuje mezi sítí a obvodem. Pro kapacitní charakter zátěže ( $\varphi < 0$ ) je výkon záporný, obvod tedy dodává jalový výkon do sítě. Jednotkou jalového výkonu je var (VAr).

Typová velikost některých elektrických strojů závisí na součinu napětí **U** a proudu **I**. Součin těchto veličin udává potom výkon, nazývaný zdánlivým

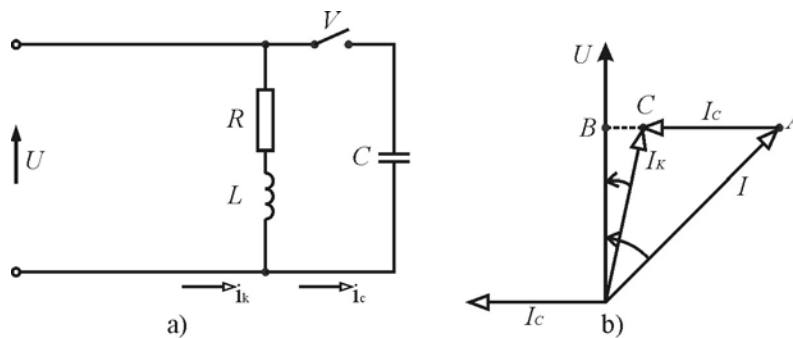
$$S = U \cdot I, \quad (2.39)$$

jehož jednotkou je voltampér (VA). S uvažováním zdánlivého výkonu je možné činný výkon vyjádřit vztahem

$$P = S \cdot \cos \varphi \quad (2.40)$$

a z toho 
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (2.41)$$

kde poměr **P/S** se nazývá účinník a u harmonických průběhů se rovná cosinu fázového posunu  $\varphi$ . Největší účinník může být rovný jedné. Čím je fázový posun menší a tím tedy  $\cos \varphi$  větší, tím je provoz hospodárnější a naopak. Protože většina elektrických spotřebičů je induktivního charakteru, jalový výkon je kladný a jeho hodnota může být snížena paralelním připojením kondenzátoru se záporným jalovým výkonem ke spotřebičům tak, aby výsledný jalový výkon byl blízký nule. Toto opatření se nazývá *kompensací účinníku* (obr. 2-19).



Obr. 2-19 Kompensace jalového výkonu induktivního charakteru  
a) schema zapojení,  
b) fázorový diagram.

Hodnotu kapacity **C** paralelně připojené ke spotřebiči s činným výkonem **P** tak, aby původní fázorové posunutí se upravilo na předepsané  $\varphi_k$ , lze vypočítat s uvažováním fázorového diagramu po úpravách podle vztahu

$$C = \frac{P}{\omega \cdot U^2} \cdot (tg \varphi - tg \varphi_k). \quad (2.42)$$

b) **Výkon trojfázové soustavy**

Přenos elektrické energie ze zdroje do spotřebiče se v trojfázových soustavách realizuje obvykle čtyřvodičovou sítí se třemi fázovými a jedním nulovým vodičem. Pro celkový trojfázový výkon souměrného spotřebiče při souměrné napájecí soustavě platí

$$P = 3 \cdot P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi, \quad (2.43)$$

kde  $P_f$  je činný výkon jedné fáze, vypočítaný z výrazu

$$P_f = U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi,$$

kde  $U_f$  - efektivní hodnota fázového napětí,

$I_f$  - efektivní hodnota fázového proudu,

$\varphi$  - fázový posun mezi proudem a napětím na impedanci spotřebiče.

Trojfázový činný výkon při zapojení spotřebiče do hvězdy je pak

$$P = 3 \cdot \frac{U_s}{\sqrt{3}} \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_f \cdot \cos \varphi \quad (2.44)$$

a pro zapojení do trojúhelníka

$$P = 3 \cdot U_f \cdot \frac{I_s}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_f \cdot I_s \cdot \cos \varphi \quad (2.45)$$

Protože při spojení do hvězdy je  $I_s = I_f$ , při spojení do trojúhelníka  $U_s = U_f$ , je obecný výraz pro činný výkon

$$P = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi, \quad (2.46)$$

přičemž výraz pro výkon trojfázového spotřebiče je nezávislý na zapojení na straně zdroje i spotřebiče.

Podobně trojfázový jalový výkon souměrného zapojení udává vztah

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \cdot \sin \varphi \quad (2.47)$$

a zdánlivý výkon

$$S = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s. \quad (2.48)$$

Z uvedených výrazů vyplývá, že u souměrné zátěže stačí měřit výkon jedné fáze a výsledný trojfázový výkon bude trojnásobkem výkonu jedné fáze. U nesouměrného zatížení jednotlivých fází je nutné měřit výkon každé fáze zvlášť, výsledný výkon je pak součtem výkonů naměřených ve fázích.

## 5. Přechodné děje v lineárních elektrických obvodech

Zatím co v ustáleném stavu jsou všechny veličiny v elektrických obvodech konstantní nebo harmonicky proměnné v čase, dochází v praxi i k neustáleným stavům, tzv. přechodným jevům, během nichž se obvod dostává z jednoho ustáleného stavu do druhého v důsledku změny

- parametru aktivního prvku obvodu (např. připojení zdroje napětí),
- parametru pasivního prvku obvodu (změna  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ),
- topologické struktury obvodu (přerušeni nebo zkratování větve).

Do nového ustáleného stavu se dostanou proudy a napětí teoreticky v nekonečně dlouhém časovém intervalu, prakticky jsou to ale jen mikro- nebo milisekundy. I přes krátkost trvání mají přechodné děje velký význam, protože při nich mohou vzniknout přepětí nebo nadproudy způsobující v elektrických obvodech různé poruchy. Naopak zase velmi často se přechodné děje využívají pro činnost některých zařízení, např. časových relé.

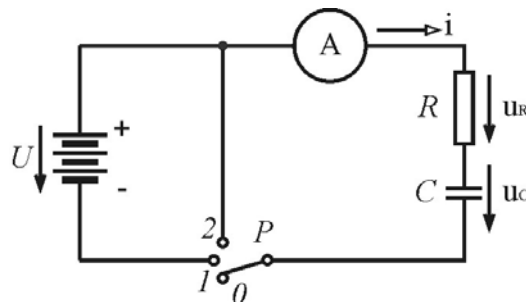
Z hlediska přechodných jevů lze pasivní prvky rozdělit na:

- nesetrvačné, kde se napětí a proud mohou měnit skokovitě ( $R$ ),
- setrvačné, u kterých se  $U$  a  $I$  mění postupně ( $L, C$ ).

Přechodné děje v elektrických obvodech jsou popsány diferenciálními rovnicemi, sestavenými podle schéma zapojení pro některou vhodně volenou elektrickou veličinu obvodu. Řešení těchto rovnic je poměrně obtížné, proto bude objasněno pouze pro jednoduché případy.

### 5.1 Přechodné děje v obvodech se zdrojem stejnosměrného napětí

Jednoduchým příkladem přechodného děje je nabíjení a vybíjení kondenzátoru v sériovém R-C obvodu podle obr.2-20. Za předpokladu přepínače  $P$  v poloze  $0$  není na kondenzátoru náboj,  $Q_0 = 0$ , čemuž odpovídá nulové napětí  $u_c(0) = U_{C0} = C \cdot Q_0 = 0$  a nulová energie pole  $W = C \cdot U_{C0}^2 / 2 = 0$ . Přepnutím přepínače v okamžiku  $t = 0$  do polohy  $1$  vznikne přechodný děj - kondenzátor se začne nabíjet proudem  $i$  s maximální okamžitou hodnotou  $i(0) = I_0 = U/R$ . Postupným nárůstem napětí  $u_c$  dochází ke zmenšování nabíjecího proudu, neboť napětí  $u_c$  působí proti napětí zdroje  $U$ . Když se napětí kondenzátoru vyrovná napětí zdroje, proud zanikne a nastane nový ustálený stav, kdy  $i(\infty) = I_\infty = 0$ ,  $u_c(\infty) = U_{C\infty} = U, W = C \cdot U^2 / 2$ .



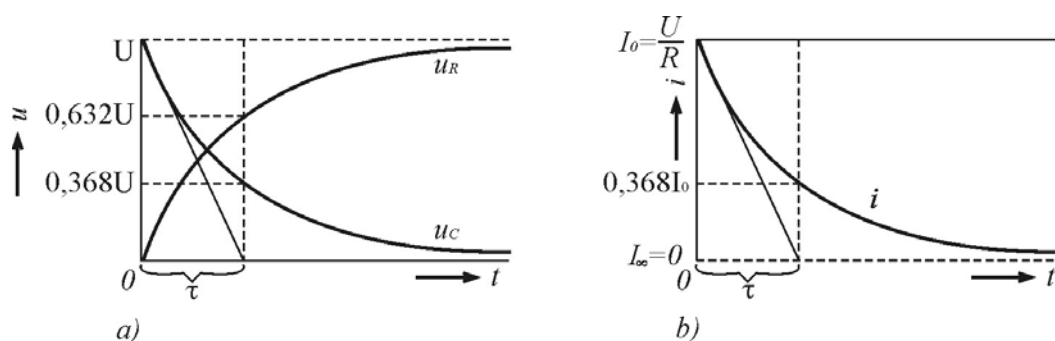
Obr. 2-20 Zapojení sériového RC obvodu k příkladu přechodných dějů

Proud a napětí obvodu mají v přechodném stavu exponenciální průběhy (obr.2-21) podle vztahů

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.49)$$

$$u_R = R \cdot i = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.50)$$

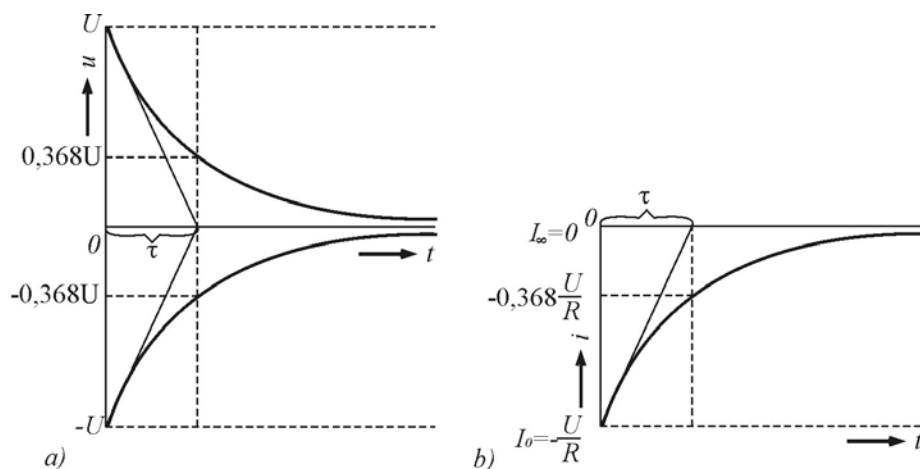
$$u_c = U - u_R = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (2.51)$$



Obr. 2-21 Nabíjení kondenzátoru ze zdroje stejnosměrného napětí  
a) průběhy napětí,  
b) průběh nabíjecího proudu.

Časová konstanta obvodu  $\tau = R \cdot C$  je doba, za kterou napětí na kondenzátoru dosáhne 63,2 % ustálené hodnoty napětí  $U$ .

Když se po nabití kondenzátoru přepne přepínač **P** do polohy **2**, dojde k novému přechodnému ději, při kterém se  $C$  vybíjí přes rezistor  $R$  a akumulovaná energie elektrického pole se mění v Joulovo teplo v rezistoru. Počáteční hodnota vybíjecího proudu je dána odporem obvodu a napětím nabitého kondenzátoru,  $i(0) = I_0 = -U/R$  (opačný směr proudu oproti kladnému směru na obr. 2-20). S postupujícím vybíjením klesá proud exponenciálně k nule, obr.2-22.



Obr. 2-22 Vybíjení kondenzátoru v sériovém R-C obvodě  
a) průběhy napětí,  
b) průběh proudu.

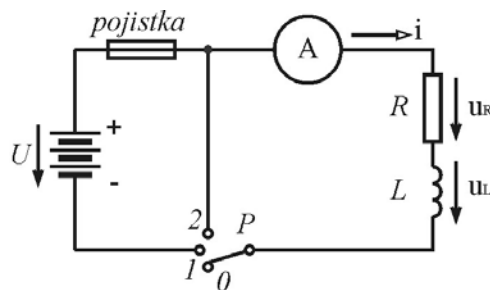
Pro průběhy proudu a napětí platí:

$$i = -\frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.25)$$

$$u_R = R \cdot i = -U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.26)$$

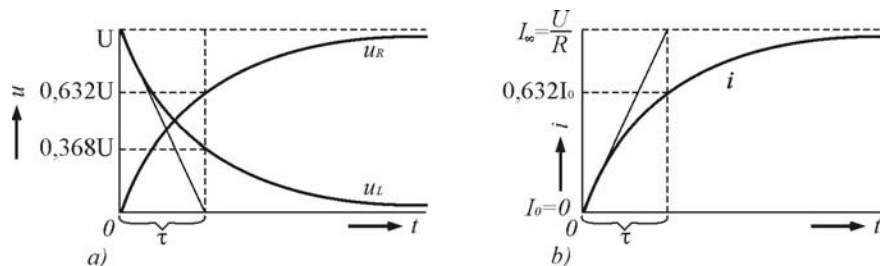
$$u_C = -u_R = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.27)$$

kde  $\tau = R \cdot C$  je opět časová konstanta obvodu a  $t$  je doba měřená od okamžiku přepnutí přepínače do polohy 2. Kondenzátor se při přechodných dějích chová jako tvrdý zdroj napětí s nulovým vnitřním odporem, protože jeho okamžité napětí je dané celkovým nábojem  $q=f(t)$  dodaným proudem za určitou dobu. Vybíjením nebo nabíjením kondenzátoru v obvodu s malým odporem vznikají velké špičkové hodnoty proudu, které mohou poškodit polovodičové spínací prvky, i když nadproudy trvají jen velmi krátkou dobu.



Obr. 2.23 Sériový R-L obvod se zdrojem stejnosměrného napětí pro příklad přechodného děje.

Na obr. 2-23 je sériový R-L obvod, v němž vzniká přechodný stav při náhlé změně napětí obvodu, protože cívka vytváří magnetické pole, jehož energie  $W = L \cdot I^2/2$  se nemůže měnit skokem, takže se nemůže měnit skokem ani proud cívky. Na počátku děje je přepínač **P** v poloze **0** a obvod je bez proudu,  $i(0) = I_0 = 0$ ,  $W = L \cdot I_0^2/2$ . Přepnutím přepínače do polohy **1** se v okamžiku  $t = 0$  zařadí do obvodu zdroj stejnosměrného napětí  $U$  a celé napětí zdroje se spotřebuje na úbytek napětí na indukčnosti  $L$ ,  $u_L(0) = U$ . Úbytek napětí na indukčnosti je dán napětím indukovaným časovou změnou magnetického toku cívky, tok vzrůstá a tomu odpovídá exponenciální nárůst proudu cívky až do ustáleného stavu daného odporem obvodu,  $i(\infty) = I_\infty = U / R$ ,  $u_R(\infty) = U$ ,  $u_L(\infty) = 0$  a  $W=L \cdot I_\infty^2/2$  obr.2-24



Obr. 2-24 Přechodné děje při spínání sériového R-L obvodu  
a) průběh napětí,  
b) průběh proudu.

V přechodném stavu platí pro průběhy proudu a napětí vztahy

$$i = I_{\infty} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (2.55)$$

$$u_R = R \cdot i = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (2.56)$$

$$u_L = U - u_R = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.57)$$

$\tau = L / R$  je opět časová konstanta obvodu.

Když se po dosažení ustáleného stavu obvod vypne, bude proud exponenciálně klesat a nahromaděná energie magnetického pole se v rezistoru  $R$  změní v teplo. Pro tento případ platí vztahy:

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.58)$$

$$u_R = R \cdot i = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.57)$$

$$u_L = -u_R = -U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.57)$$

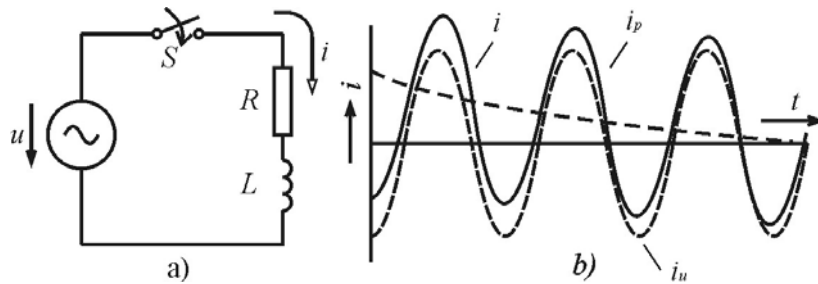
Napětí na cívce má záporné znaménko, neboť je indukováno zánikem magnetického toku. Je známé, že vypínání cívek s velkou indukčností a se stejnosměrným proudem je značně obtížné. Proud nelze rychle přerušit, protože při rychlém zániku proudu se v cívce indukují přepětí mnohem vyšší než napětí zdroje  $U$  a mezi kontakty spínače vzniká oblouk, v němž se vybijí energie magnetického pole, takže dochází ke značnému poškozování kontaktů. Vzniku takových přepětí lze předejít různými pomocnými zapojeními např. paralelně k R-L zapojenou diodou.

U elektrických obvodů s několika setrvačnými prvky je možné průběh přechodného děje stanovit jen řešením rovnic obvodu.

## 5.2 Přechodně děje v obvodech se zdrojem střídavého sinusového napětí

Všechny dosud uvedené způsoby řešení obvodů střídavého proudu se týkaly ustáleného stavu. Je-li obvod napájen zdrojem střídavého sinusového napětí nebo proudu, jsou všechny jeho proudy a napětí rovněž střídavé sinusové se shodným kmitočtem (pokud se nejedná o nelineární obvod s vyššími harmonickými). Také u střídavých obvodů s prvky  $C$  a  $L$  vznikají při každé náhlé změně stavu přechodné děje, kdy se v obvodu objevují přechodné neperiodické složky proudů a napětí a teprve po jejich odeznění dosáhne obvod nového ustáleného stavu. Např. v sériovém R-L obvodu (obr.2-25) připojeném na zdroj sinusového napětí má proud obvodu  $i = f(t)$  dvě složky, ustálenou sinusovou složku  $i_u$  a přechodnou exponenciální složku  $i_p$ , jejíž průběh závisí na okamžiku připojení. Přechodná složka je největší, dojde-li k zapnutí v okamžiku, kdy je střídavé napětí zdroje v blízkosti průchodu nulou, tj. když má fázově zpožděný proud a magnetický tok cívky maximum. V tomto nejnepříznivějším případě

dosáhne maximální hodnota výsledného proudu teoreticky až dvojnásobku amplitudy ustáleného sinusového proudu. Tím se vysvětluje, proč bývá zapínání transformátorů provázeno velkými proudovými nárazy, které mohou způsobit nesprávnou funkci ochrany. Vypínání obvodů s velkou indukčností je při střídavém napájení mnohem snadnější než při stejnosměrném, neboť oblouk zhasíná v okamžiku, kdy střídavý proud je v blízkosti průchodu nulou a magnetické pole zaniklo přirozenou cestou.



Obr. 2-25 Přejchodný děj v R-L obvodě po připojení na zdroj střídavého napětí.  
a) schéma obvodu,  
b) průběh proudu.