



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií ■

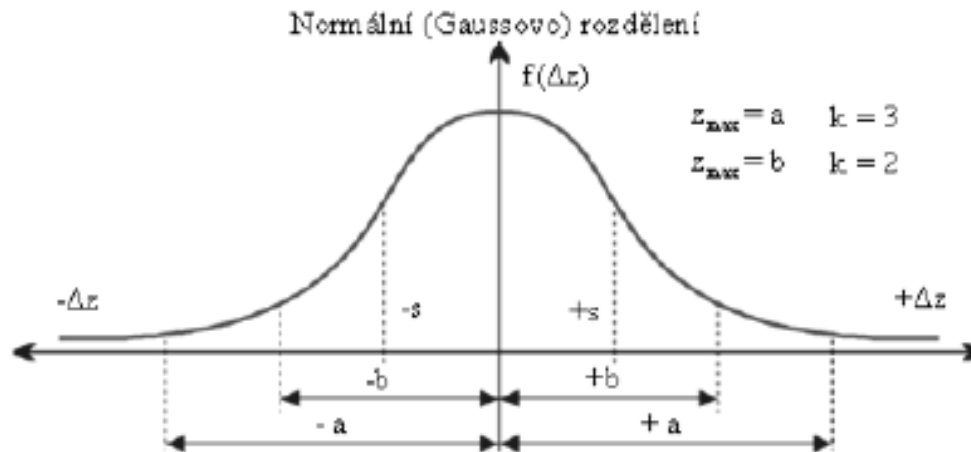
Nejistoty měření

Miroslav Holada - 2017



Nejistota..... Že by chyba ???

- Dříve používaná metodika „Chyb měření“ vycházela z předpokladu, že známe skutečnou hodnotu měřené veličiny.
- Bohužel ne vždy je nám skutečná hodnota známa.
- Koncepte vyjadřování „nejistoty měření“ skutečnou hodnotu měřené veličiny nepotřebuje.
- V dalším textu se bude operovat se statistikou, výpočtem střední hodnoty, základními rozděleními (rovnoměrné, normální a další), rozptylem hodnot, směrodatnou odchylkou...



Nejistoty měření

- **Nejistota měření** („uncertainty of measurement“) charakterizuje rozsah akceptovatelných naměřených hodnot okolo správného výsledku měření.
- Základem určování **Nm** je statistický přístup.
 - Předpokládá se určité rozdělení pravděpodobnosti, které popisuje, jak se může udávaná hodnota odchylovat od skutečné hodnoty, resp. pravděpodobnost, s jakou se v intervalu daném nejistotou může nacházet skutečná hodnota.
- **Nejistota měření** se vztahuje i na použité měřicí přístroje, hodnoty užitých konstant, korekcí apod., na kterých závisí výsledek měření.

Nejistoty měření - rozdělení

- **Nejistoty typu A - U_A** jsou způsobovány náhodnými chybami, jejichž příčiny se považují všeobecně za neznámé. Stanovují se z opakovaných měření stejné hodnoty měřené veličiny za stejných podmínek.
 - Se stoupajícím počtem opakovaných měření se zmenšují.
 - Předpoklad existence náhodných chyb s ***normálním rozdělením***.
- **Nejistoty typu B - U_B** jsou způsobovány známými a odhadnutelnými příčinami vzniku.
 - Jejich identifikaci a základní hodnocení provádí experimentátor.
 - Jejich určování nebývá vždy jednoduché.
 - U složitých měřicích zařízeních a při zvýšeném požadavku na přesnost se musí provést podrobný rozbor chyb, což vyžaduje značné zkušenosti.
 - Tyto nejistoty vycházejí z různých zdrojů a výsledná nejistota typu B je dána jejich sumací - přitom nezávisí na počtu opakovaných měření.

Nejistoty měření - rozdělení

- **Kombinovaná nejistota** – u_C

$$u_C = \sqrt{(u_A^2 + u_B^2)}$$

- Udává interval, ve kterém se s poměrně velkou pravděpodobností může vyskytovat skutečná hodnota měřené veličiny.
- V praxi se dává této nejistotě přednost.
- **Rozšířená nejistota** U – je-li třeba zajistit větší pravděpodobnost správného výsledku měření.
 - kombinovaná standardní nejistota u_C se vynásobí daným součinitelem $k_u = \dots$
 - Standardní nejistota je vyjádřena jako směrodatná odchylka a pokud je uvažováno normální (Gaussovské) rozdělení, tak pokrývá asi 68% pravděpodobných hodnot. Aby se dosáhlo většího pokrytí možných hodnot, tak se standardní nejistota rozšiřuje koeficientem rozšíření k_r (obdoba kvantilů).
 - Pro Gaussovo pravděpodobností rozdělení je $k_r=2$ pro pokrytí 95% pravděpodobných hodnot ($k_r=3$ pro 99,7%).

Přímá a nepřímá měření

- Při zjišťování jednotlivých standardních nejistot se postupuje podle toho, zda se jedná o přímé nebo nepřímé měření jedné nebo více veličin.
- Při výpočtech se hodnoty koeficientů a nejistot zaokrouhlují **na tři platné číslice**.
- Udávaná výsledná nejistota se zaokrouhluje **na dvě platné číslice**.

- **Přímá měření**
 - Měřená veličina získána odečtením hodnoty na jediném měřicím přístroji.
- **Nepřímá měření**
 - Výsledná veličina vypočtena z více různých hodnot, například určení elektrického odporu z naměřeného úbytku napětí na rezistoru a protékajícího proudu.

Nepřímá měření

- Určování nejistot měření u nepřímých měření je komplikovanější, protože se mezi jednotlivými měřeními mohou vyskytovat korelační vazby.
- Obecně se výsledná nejistota spočítá pomocí kovariančních koeficientů A_i, A_j .

$$u_B = \sqrt{\sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u(x_i, x_j)}$$

- Pokud nejsou jednotlivé dílčí veličiny ve vzájemné korelaci (tj. vzájemně se neovlivňují), tak lze použít předpis:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot u_{x_{1N}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot u_{x_{2N}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot u_{x_{nN}}\right)^2}$$

(pod druhou odmocninou se sečtou kvadráty parciálních derivací funkce f násobené dílčí nejistotou veličiny, podle které se derivuje)

Nejistota typu A

- *Vyhodnocení nejistoty typu A vychází ze statistické analýzy opakovaných měření.*
- *Odhad výsledné hodnoty x bude prezentován jako výběrový průměr (případně aritmetický průměr) z opakovaných měření.*
- *Z principu je nutné opakovat celý experiment pro každé měření, tj. vypnout a zapnout napájecí zdroj a nechat ustálit například napájecí napětí.*
- ***Pouhé odečtení několika po sobě následujících hodnot na multimetru bez zopakování celého experimentu je nedostatečné.***
- *Při měření se předpokládá konstantní teplota, vlhkost, stálost napájecí sítě a neměnnost dalších vlivů, které by mohly měření ovlivnit.*
- **Směrodatná odchylka s :**

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$



Nejistota typu A

- Méně často používaná směrodatná odchylka aritmetického průměru $s_{\bar{x}}$:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- Pro počet měření $n \geq 10$ je nejistota měření typu A rovna: $u_A = s_{\bar{x}}$
- Pro počet měření $n < 10$ je zaveden korekční koeficient K a platí: $u_{AK} = K \cdot u_A$

Tabulka korekčních koeficientů pro normální rozdělení a $p = 95\%$ (zaokrouhleno)

I (počet měření)	100	25	10	9	8	7	6	5	4	3	2
K (korekční koeficient)	1,0	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,7	2,3	7,0

Nejistota typu B

- *Nejistota typu B se určuje z dostupných informací o měřené veličině a jejích možných změnách. Jako zdroje informací jsou:*
 - *údaje výrobce měřicí techniky (technické parametry použitého zařízení)*
 - *znalosti o chování měřeného objektu*
 - *informace o měřících přístrojích a podmínkách jejich použití*
 - **údaje z certifikátů či kalibračních listů atd.**
 - *nejistoty referenčních údajů převzatých z různých pramenů*
- *Výsledná nejistota typu B se počítá podle vztahu (viz níže), kde A_j jsou součinitele citlivosti jednotlivých zdrojů:*

$$u_B = \sqrt{\sum_{j=1}^m A_j^2 u_{Bsj}^2}$$

Příklady výpočtů nejistot měření

- *Na cvičeních připravené návody alá „kuchařka“, viz. Skripta AE*
- *Příklad na přímé měření*
 - *Nejistota A i B*
- *Příklad na nepřímé měření*
 - *Pouze nejistota typu B*
- *Vždy je třeba správně rozhodnout, co se bude počítat.*