

Vlnění

Vlnová rovnice, interference vlnění, stojaté vlnění, šíření vln v prostoru. Energie a intenzita vlnění, základy akustiky.

Vlnění

- Mechanické (zvuk, ultrazvuk, hluk, vibrace strojů, zemětřesení, vlny tsunami,...)
- Elektromagnetické (TV a radiové vysílání, mikrovlny, světlo)
- Gravitační
- Kvantové částice a jejich vlnové vlastnosti

Vlny a kmity

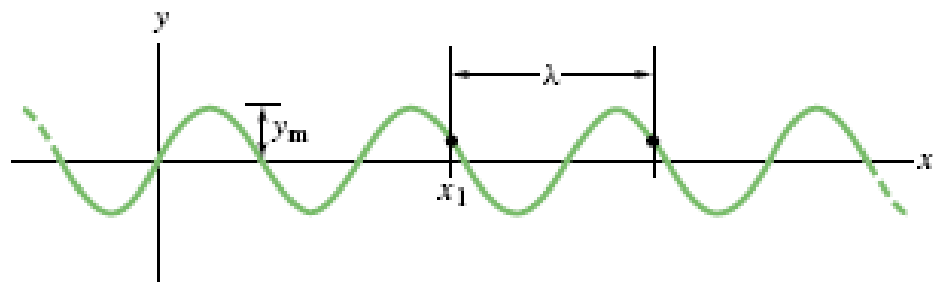
Vlna je kolektivní kmitavý pohyb prostředí

Každý bod prostředí koná kmitavý pohyb,
každý bod však s jinou fází, složením těchto
pohybů vzniká vlna

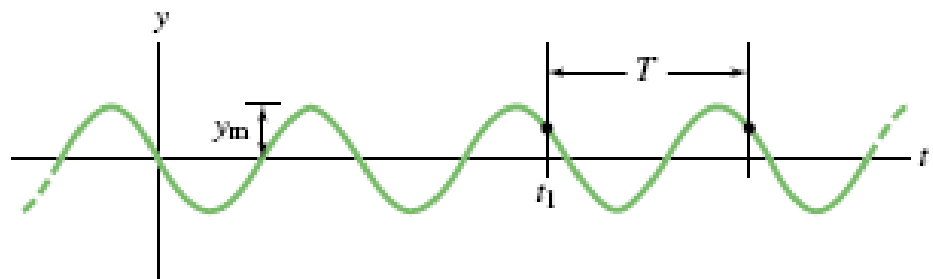
Body kmitají „na místě“, nepřemísťují se
spolu s vlnou prostorem

Vlna – základní parametry

Amplituda, fáze, vlnový vektor, vlnová délka, úhlová frekvence, frekvence, perioda



(a)



(b)

$$y(\vec{r}, t) = y_m \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

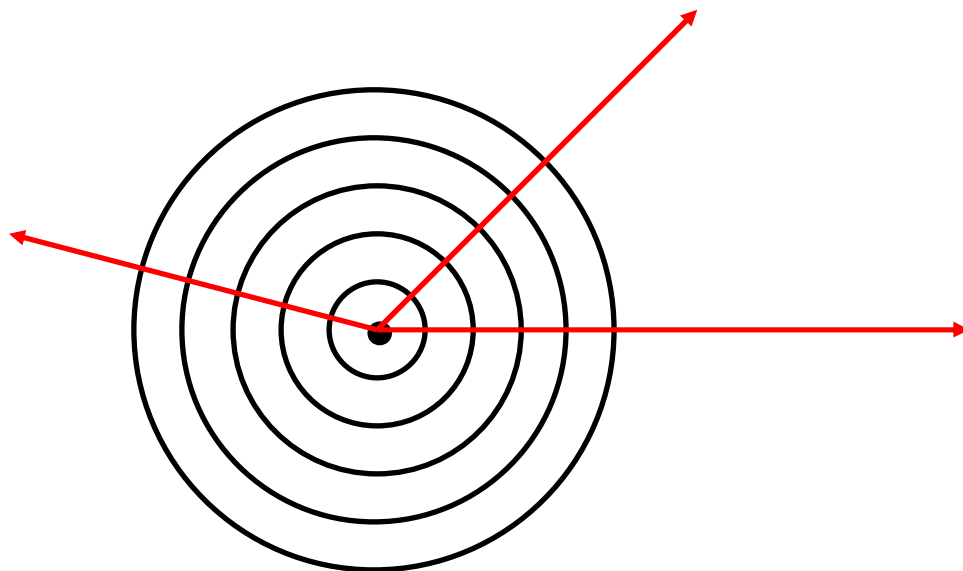
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, k = \frac{\omega}{c}$$

$$\lambda = cT$$

Vlnoplocha, paprsek

Vlnoplocha se šíří fázovou rychlostí c

Paprsek – kolmice k vlnoploše, směr k



Vlnoplocha

- Fáze, místa stejné fáze = vlnoplocha

$$\varphi = \omega t - kx$$

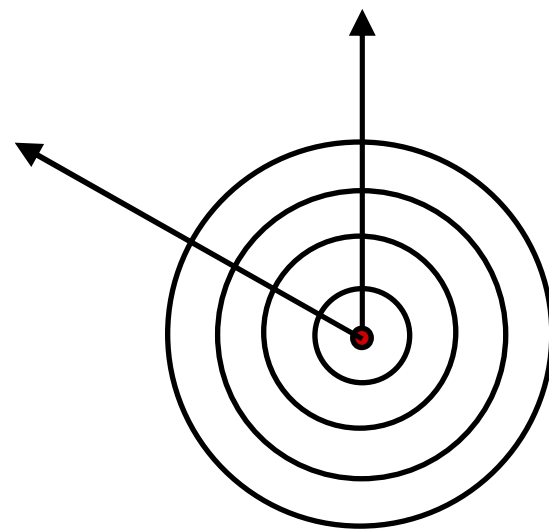
- Fázová rychlost

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

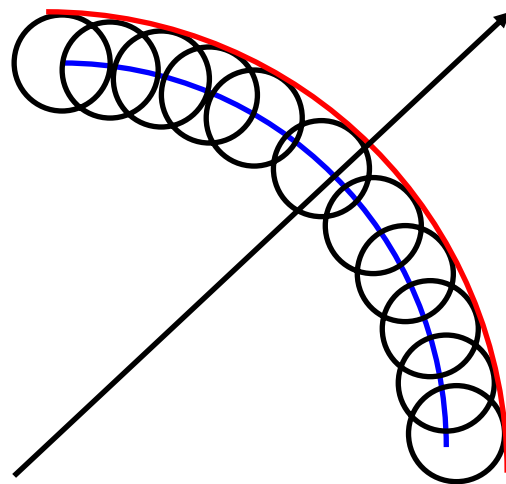
V izotropním prostředí vznikají z bodového zdroje vln kulové vlnoplochy

Rovinná vlnoplocha



Huyghensův princip

Každé místo vlnoplochy se stává zdrojem dalšího vlnění. Výsledná vlnoplocha je obálkou těchto elementárních vlnoploch.



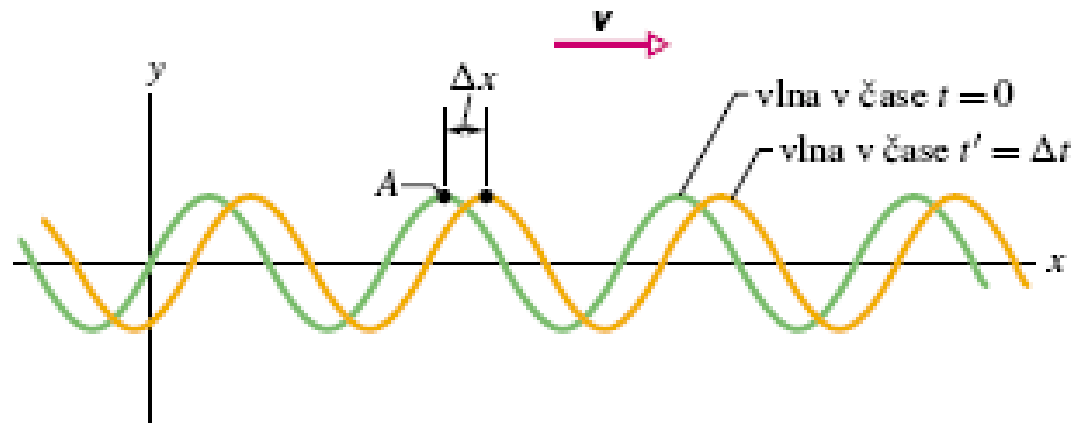
Fázová rychlost

Rychlost s jakou se šíří vlnoplocha v prostoru

$$\omega t - kx = konst.$$

Derivujeme podle času

$$c = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$



Polarizace vlny

- Podélná (např. zvuk v kapalinách a plynech), výchylky kmitů jednotlivých částic jsou stejného směru jako je směr šíření vln
- Příčná (např. vlny na vodní hladině, ultrazvuk v pevné látce, atd.), výchylky kmitů částic jsou kolmé na směr šíření vlny

Vlny na napjaté struně

- Průhyb struny (příčná vlna)
- Fázová rychlost vlny na struně $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

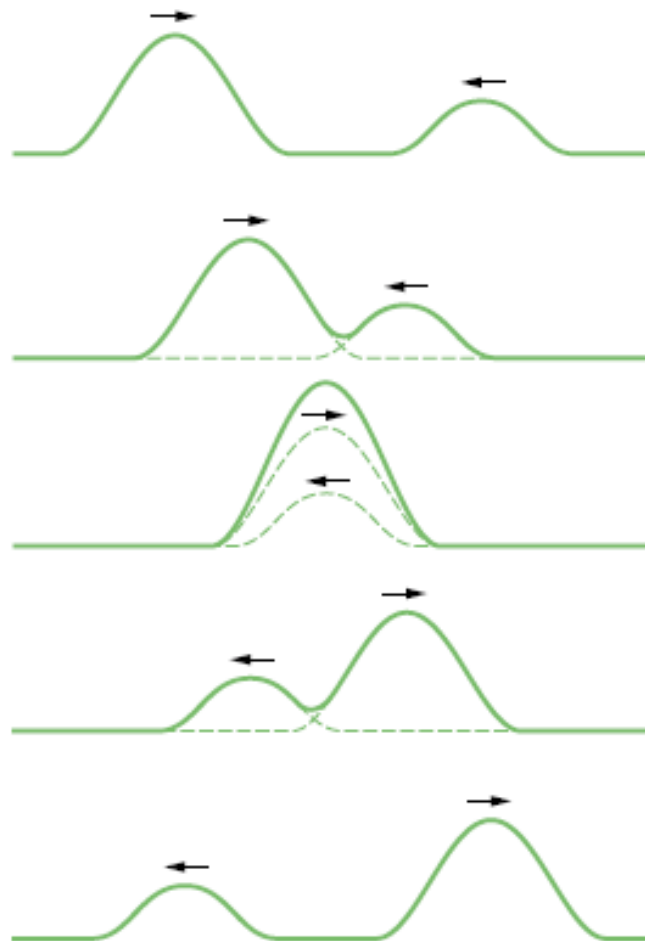
F ... síla napětí struny [N]

μ ... lineární hmotnost struny [kg m⁻¹]

Princip superpozice

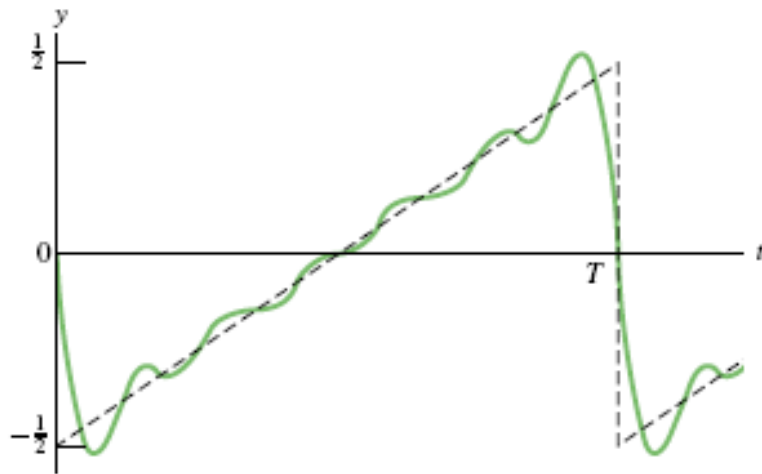
Skládání dvou vln
= součet výchylek
obou vln

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

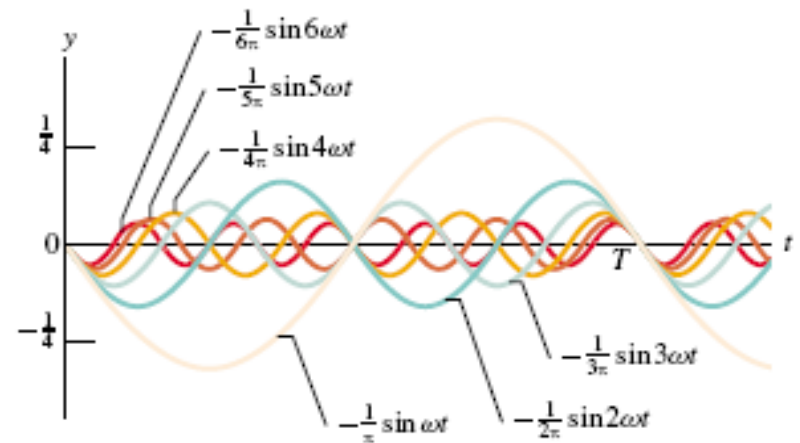


Fourierova analýza

Každou vlnu lze složit z dostatečného počtu jednoduchých sinusových vln



(a)



(b)

Interference vln téže frekvence

Složení dvou vln o téže frekvenci

$$y_1 = y_m \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2 = y_m \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

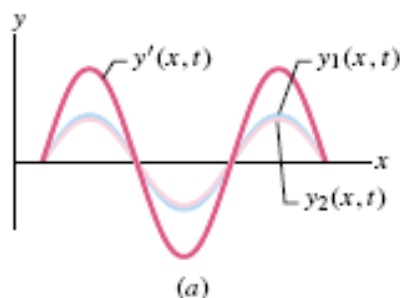
Výsledná vlna

$$y = y_1 + y_2 = 2y_m \cos\left(\frac{1}{2}\varphi\right) \sin\left(\omega t - kx + \frac{1}{2}\varphi\right)$$

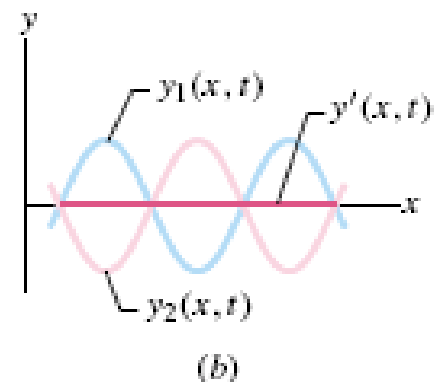
Amplituda závisí na fázovém rozdílu obou vln

Amplituda složené vlny

Konstruktivní
interference



Destruktivní
interference



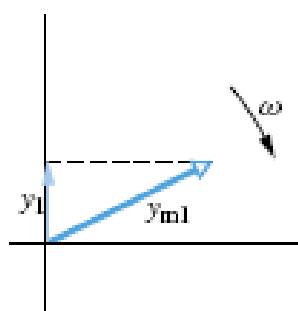
Tabulka 17.1 Fázové rozdíly a jim odpovídající druh interference^a

FÁZOVÝ ROZDÍL VE STUPNÍCH	FÁZOVÝ ROZDÍL V RADIÁNECH	DRÁHOVÝ ROZDÍL VE VLN. DÉLKÁCH	AMPLITUDA VÝSLEDNÉ VLNY	DRUH INTERFERENCE
0	0	0	$2y_m$	úplně konstruktivní
120	$2\pi/3$	0,33	y_m	částečná
180	π	0,50	0	úplně destruktivní
240	$4\pi/3$	0,67	y_m	částečná
360	2π	1,00	$2y_m$	úplně konstruktivní
865	15,1	2,40	$0,60y_m$	částečná

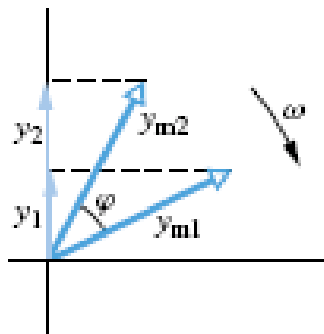
^a Interferují dvě identické harmonické vlny o amplitudě y_m , postupující souhlasným směrem.

Fázorový diagram

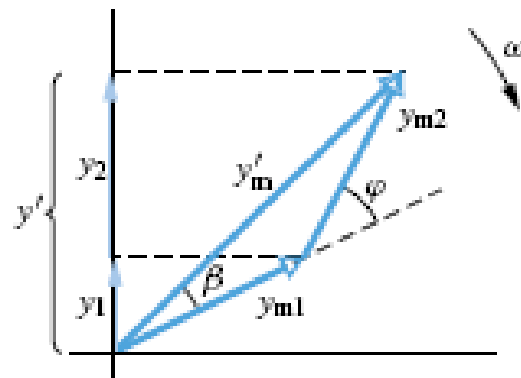
Sčítání vln se stejnou frekvencí



(a)



(b)



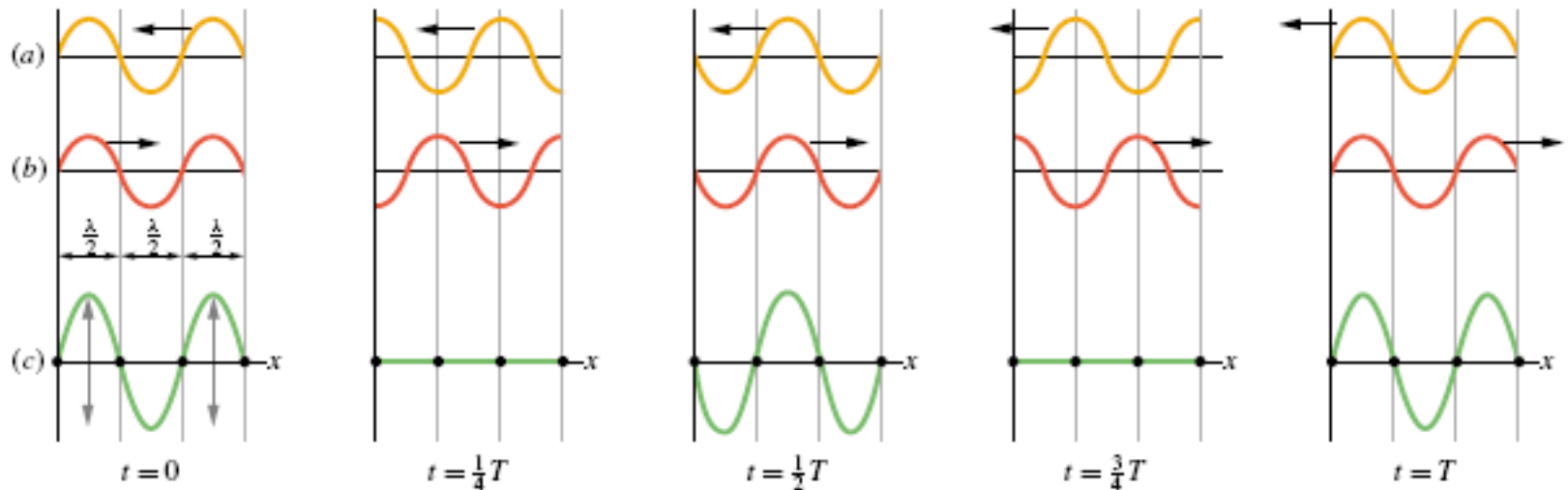
(c)

$$y_m^2 = y_{m1}^2 + y_{m2}^2 - 2y_{m1}y_{m2} \cos(180^\circ - \varphi)$$

$$\tan(\beta) = \frac{y_{m2} \sin \varphi}{y_{m1} + y_{m2} \cos \varphi}$$

Stojaté vlny

Složení dvou stejných vln běžících opačným směrem



Uzly a kmitny stojatých vln

Rovnice stojatých vln

$$y_1(x, t) = y_m \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2(x, t) = y_m \sin(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2y_m \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Uzly

$$\sin(kx) = 0$$

$$kx = n\pi, \quad x = n \frac{\lambda}{2},$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Kmitny

$$\sin(kx) = \pm 1$$

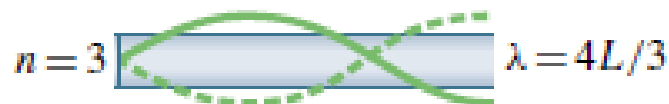
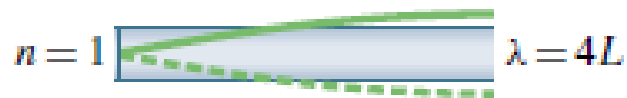
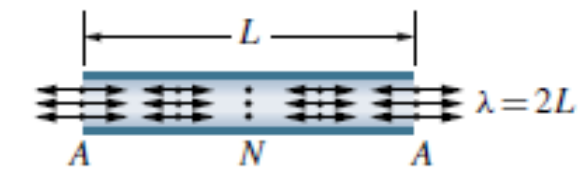
$$kx = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2},$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Stojaté vlny v rezonanční trubici

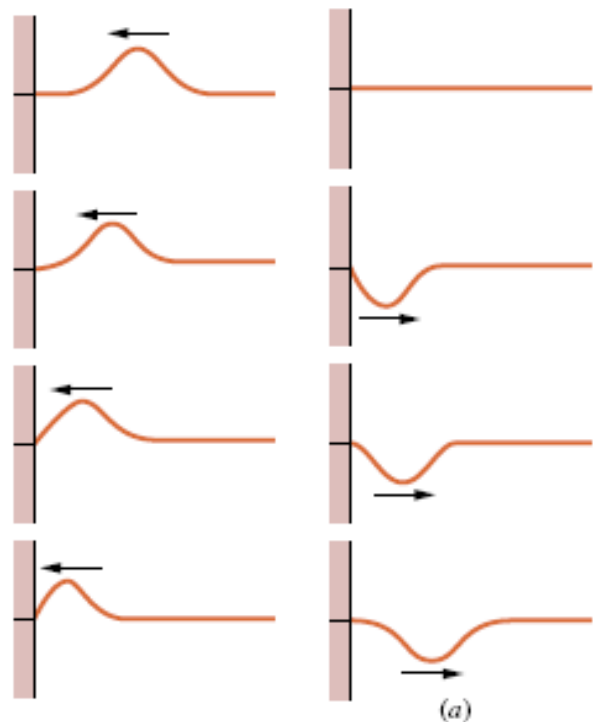
Píšťaly, flétny, atd. – základní a vyšší harmonické frekvence

Otevřený konec – kmitna, uzavřený konec - uzel

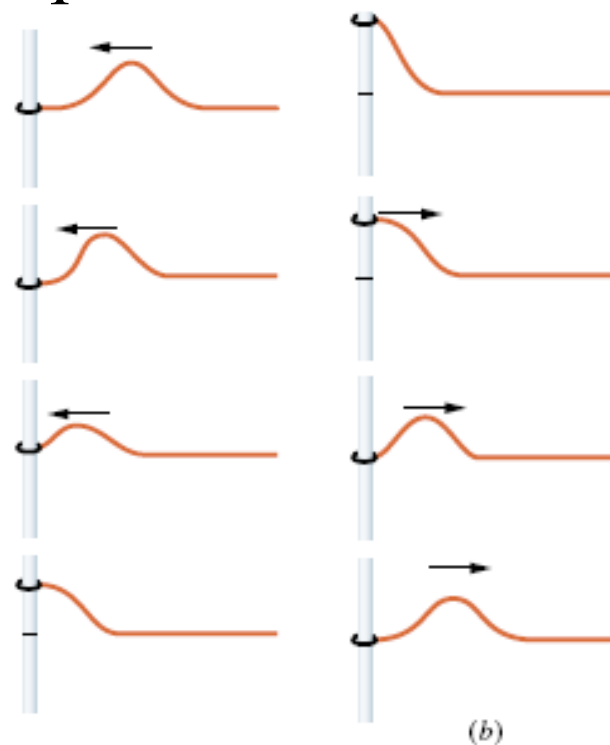


Odraz na konci vlnové řady

Pevný konec - ve fázi

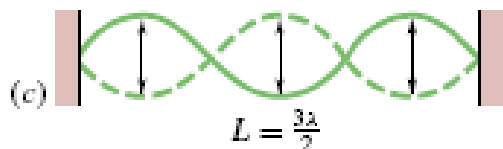
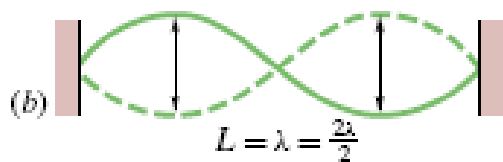
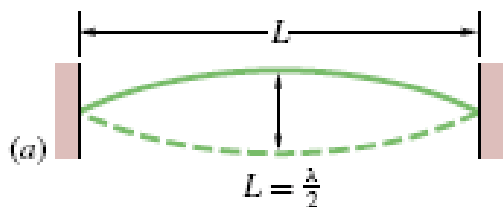


volný konec –
opačná fáze



Vlastní kmity struny

Složené vlny konstruktivně interferují



Frekvence kmitů

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L}$$

harmonické frekvence

Rázy

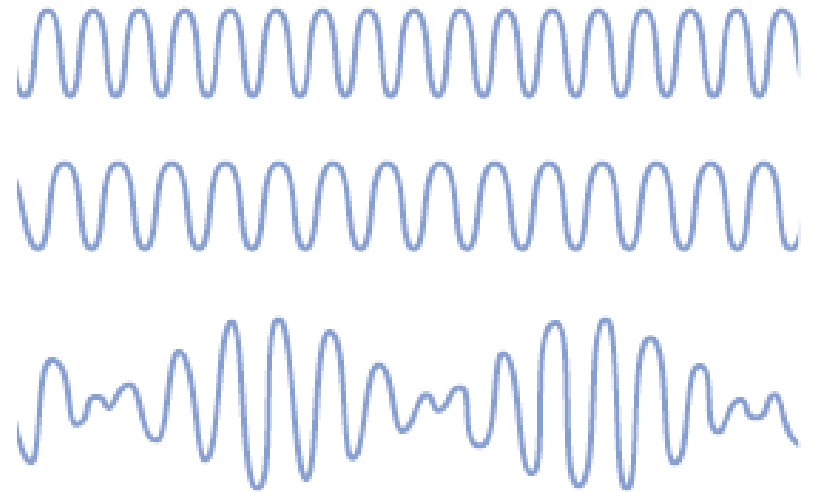
Skládání dvou vln o různé frekvenci

$$y_1 = y_m \sin(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$y_2 = y_m \sin(\omega_2 t - k_2 x)$$

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \quad \Delta\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$$

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2), \quad \Delta k = \frac{1}{2}(k_1 - k_2)$$



→
čas

$$y = y_1 + y_2 = 2y_m \cos(\Delta\omega t - \Delta k x) \sin(\omega t - k x)$$

Frekvence rázů

Úhlová frekvence rázů

$$\omega_{\text{rázy}} = 2\Delta\omega$$

Frekvence rázů

$$f_{\text{rázy}} = |f_1 - f_2|$$

Grupová rychlost

„Balík vln“

$$\Delta\omega t - \Delta kx = konst.$$

Rychlost šíření „balíku“ vln = grupová rychlost

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$$

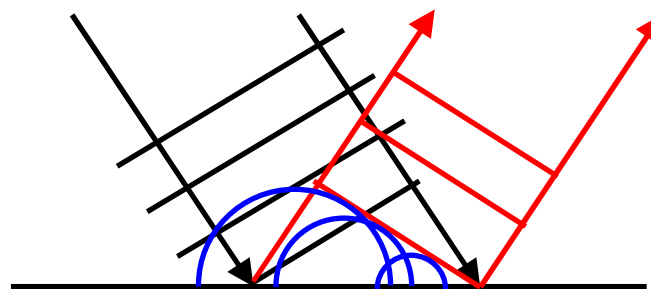
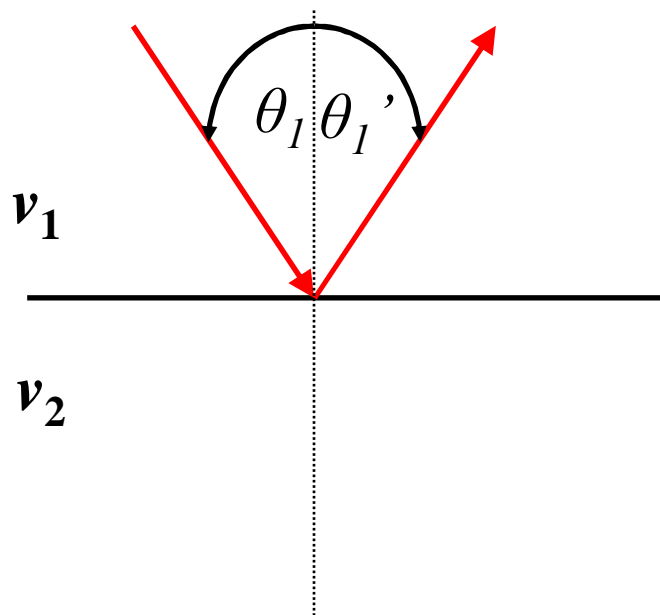
Disperze

pokud neplatí $\omega = kc$, je potom $v_{gr} \neq c$

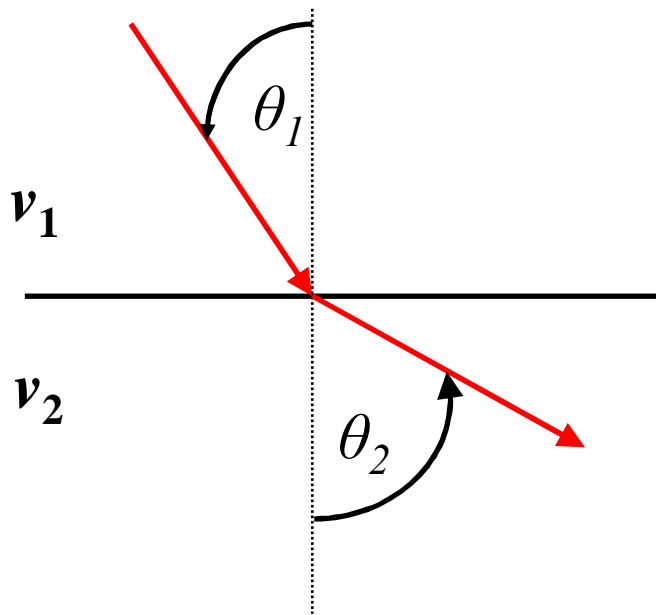
Odraz vlnění

Zákon odrazu

$$\theta_1 = \theta_1'$$

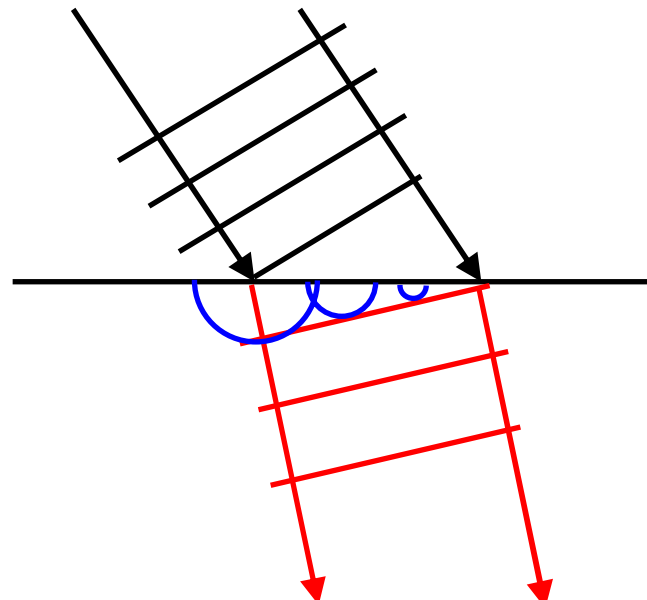


Lom vlnění



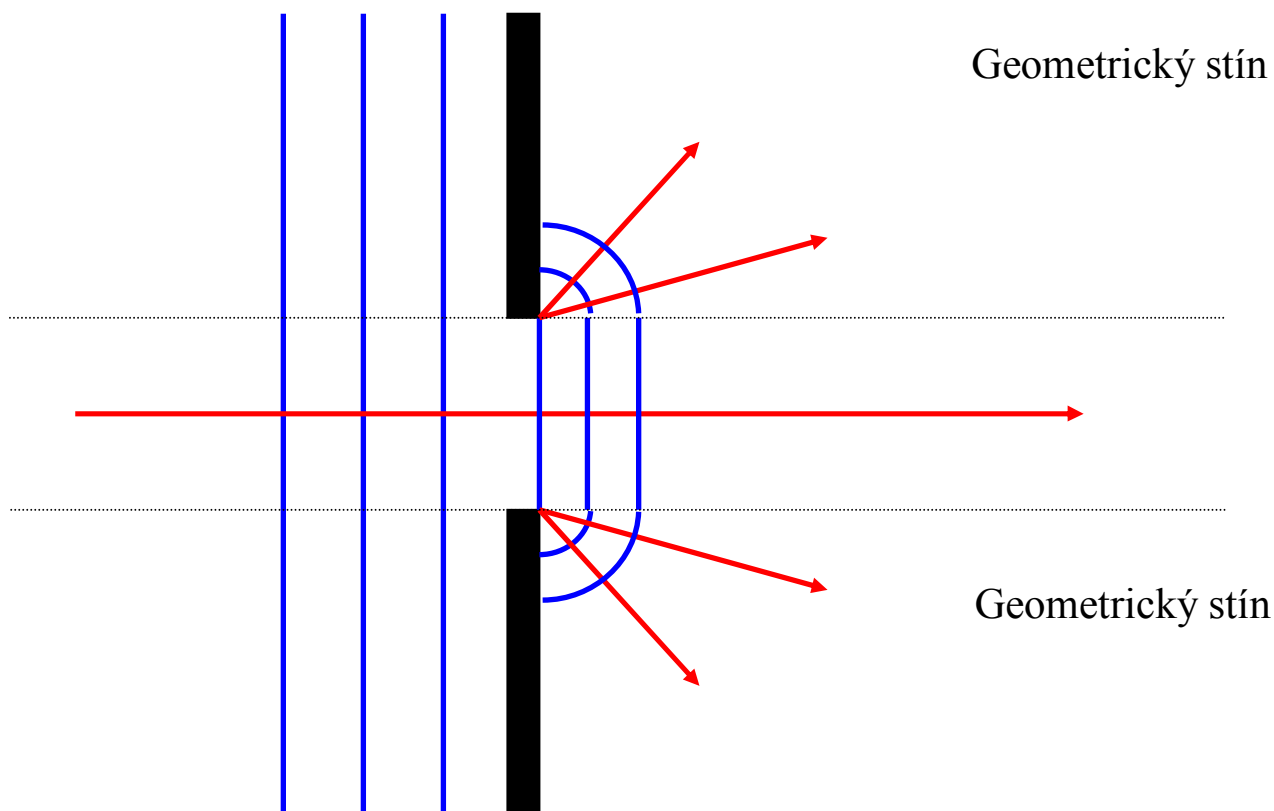
Snellův zákon lomu

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2}$$



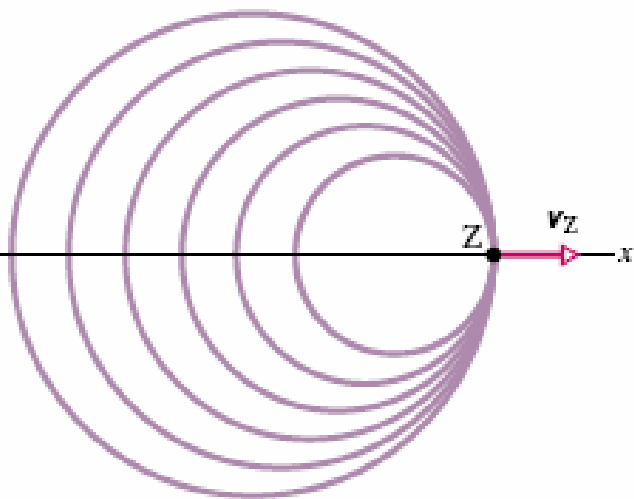
Ohyb vlnění na otvoru

Vlnění se šíří i do míst geometrického stínu



Rázová vlna

Koncentrace vlnoploch = koncentrace tlaku
zvukové vlny



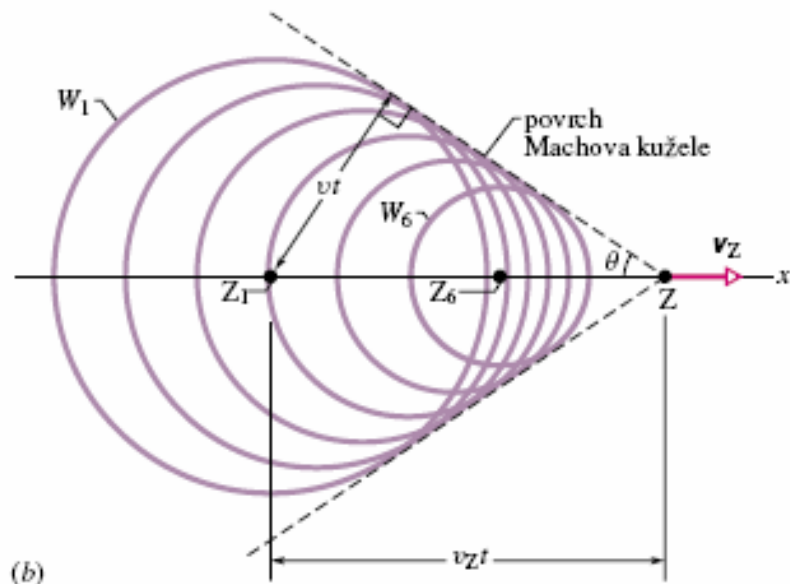
(a)

Machovo číslo, Machův kužel

Čelo vlnoplochy koncentrováno na kuželi

Machovo číslo

$$\frac{v_Z}{v}$$

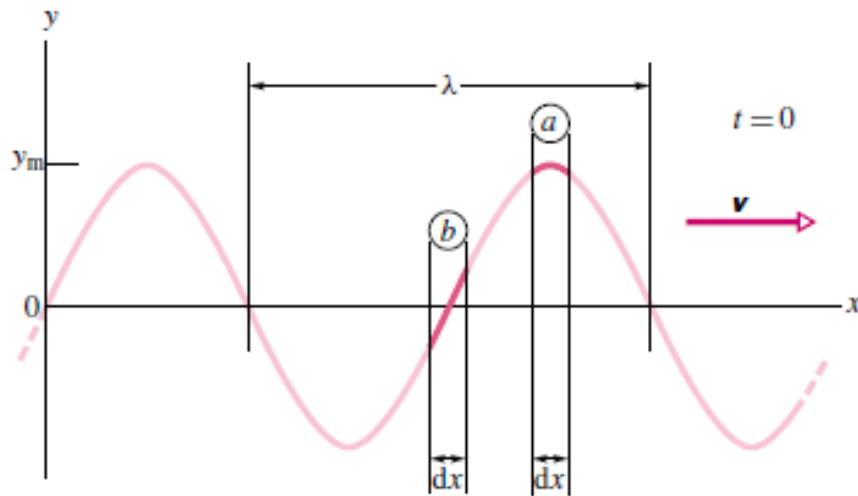


Machův kužel

$$\sin \theta = \frac{vt}{v_Z t} = \frac{v}{v_Z}$$

Energie vlny

Např. vlnová řada – kinetická a potenciální energie



$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$dE_k = \frac{1}{2} dm u^2 \quad dm = \mu dx$$

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t).$$

$$\overline{E_k} = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda dE_k.$$

Střední energie na 1m délky struny

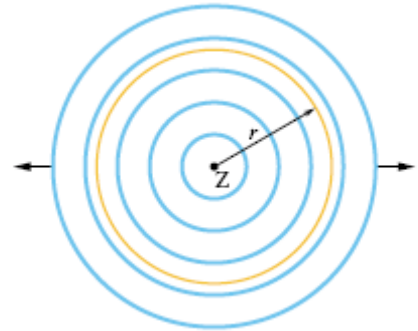
$$\overline{E_k} = \frac{1}{4} \mu \omega^2 y_m^2$$

Střední hodnota kinetické a potenciální energie je stejná.

Intenzita vlnění

- Střední výkon $\bar{P} = (\bar{E}_k + \bar{E}_p)v = 2\bar{E}_k v$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2$$



- Intenzita vlnění = výkon na 1m^2 vlnoplochy

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Se zvětšující se vlnoplochou se zmenšuje intenzita vlny!

Akustika

Mechanické vlnění – ve vzduchu pouze podélné vlny, v látkách mohou být i příčné

- Zvuk (20Hz-20kHz)
- Ultrazvuk (nad 20kHz)
- Infrazvuk (do 20Hz)

Zvuk

- Frekvence 20Hz-20kHz
- Fázová rychlost
- Vlnové délky ve vzduchu

Tabulka 18.1 Rychlost zvuku

PROSTŘEDÍ	$\frac{v}{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$	PROSTŘEDÍ	$\frac{v}{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$	PROSTŘEDÍ	$\frac{v}{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$
<i>Plyny^a</i>		<i>Pevné látky^a</i>		<i>Kapaliny^a</i>	
Vzduch (0 °C)	331	Hliník	6 420	Voda (0 °C)	1 402
Vzduch (20 °C)	343	Ocel	5 941	Voda (20 °C)	1 482
Helium	965	Žula	6 000	Mořská voda ^b	1 522
Vodík	1 284				

^a 0 °C a tlak 1 atm, pokud neuvedeno jinak.

^b Při 20 °C a salinitě 3,5 %.

Fázová rychlost zvuku

- V pevné látce

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

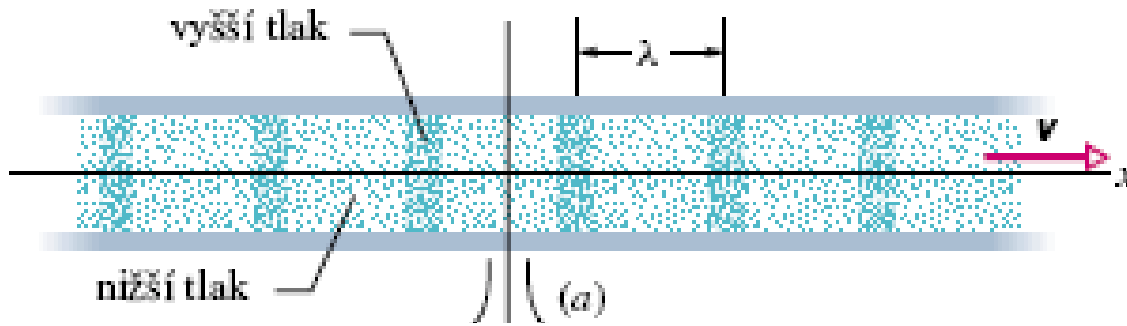
- V kapalině

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Modul objemové stlačitelnosti $K = -V \left(\frac{\Delta p}{\Delta V} \right)$

Šíření zvukové vlny

Podélná vlna změn akustického tlaku ($10^{-5} - 10^1 \text{Pa}$)

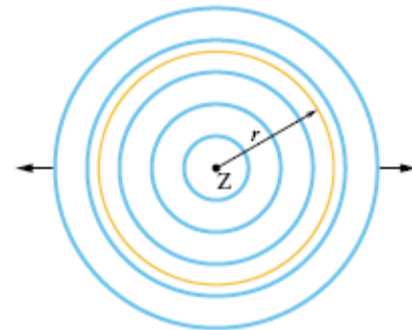


Částice prostředí jsou rozkmitány ve směru pohybu vlny

Intenzita zvuku

- Akustický výkon na 1 m^2 vlnoplochy

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$



- Intenzita zvuku

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 u_m^2$$

- Akustická impedance materiálu

$$Z_a = \rho v$$

Hladina akustické intenzity

Poměr s referenční hodnotou intenzity

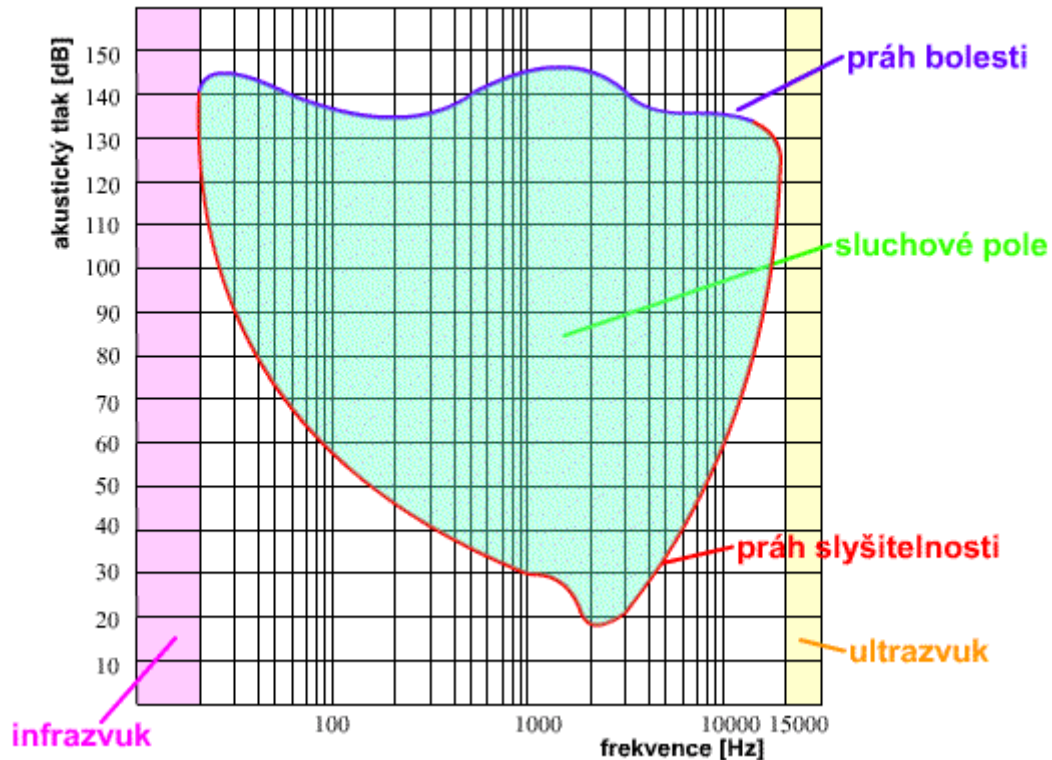
$$L = (10dB) \log \frac{I}{I_0}, \quad I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$$

Tabulka 18.2 Některé hladiny intenzity zvuku v dB

Práh slyšitelnosti	0	Rockový koncert	110
Ševelení listů	10	Práh bolesti	120
Běžný hovor	60	Proudový motor	130

Práh slyšitelnosti a bolesti

homen.vsb.cz/~ber30/texty/varhany/anatomie/pistaly_akustika.htm



Literatura

V prezentaci byly použity materiály
z knihy:

HALLIDAY, D., R. RESNICK, J. WALKER
Fyzika. Brno: VUTIUM, 2000. díl 2
Mechanika - Termodynamika