

Magnetismus

Magnetické pole v látkách.

Magnetické pole vodičů s proudem a permanentních magnetů, Biotův-Savartův zákon, elektromagnetická indukce, Ampérův zákon, energie magnetického pole cívky s proudem.

Diamagnetismus, paramagnetismus, feromagnetismus.

Pozorování projevů magnetismu

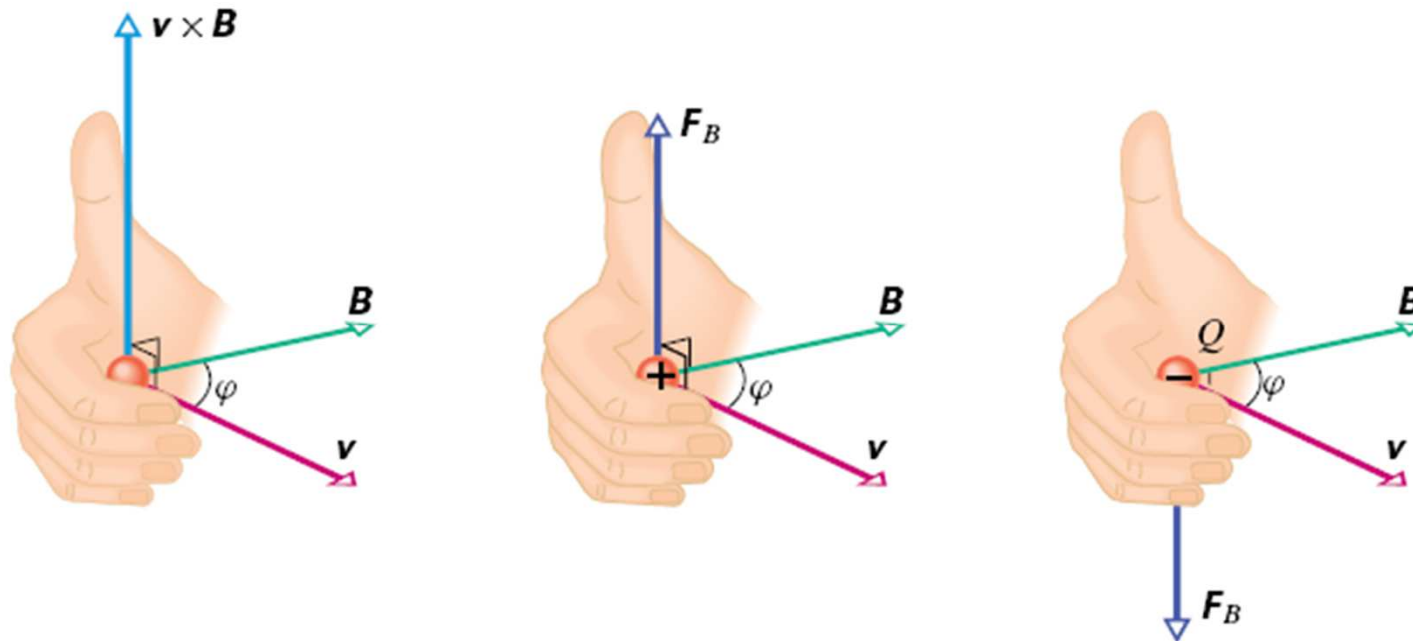
- Permanentní magnetky (magnetit a hematit – oxidy železa) - kompas
- Magnetická síla na pohybující se elektrický náboj
- Magnetická síla mezi dvěma elektrickými proudy
- Elektromagnetická indukce
- Elektromagnetické vlny

Lorentzova síla

Působení na pohybující se elektrický náboj

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$F_B = |Q|vB \sin \varphi$$



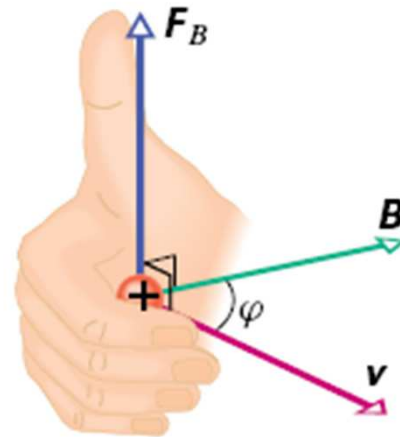
Magnetická indukce

Definice přes Lorentzovu sílu F_B

$$B = \frac{F_{B,\max}}{|Q|v}$$

Směr indukce je směrem rychlosti \mathbf{v} , kdy je

$$\mathbf{F}_B = \mathbf{0} \quad (\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{0})$$



Velikost a jednotka magnetické indukce

Jednotka

T (Tesla)

Starší jednotka G (Gauss) – $1\text{T} = 10^4\text{G}$

Velikost

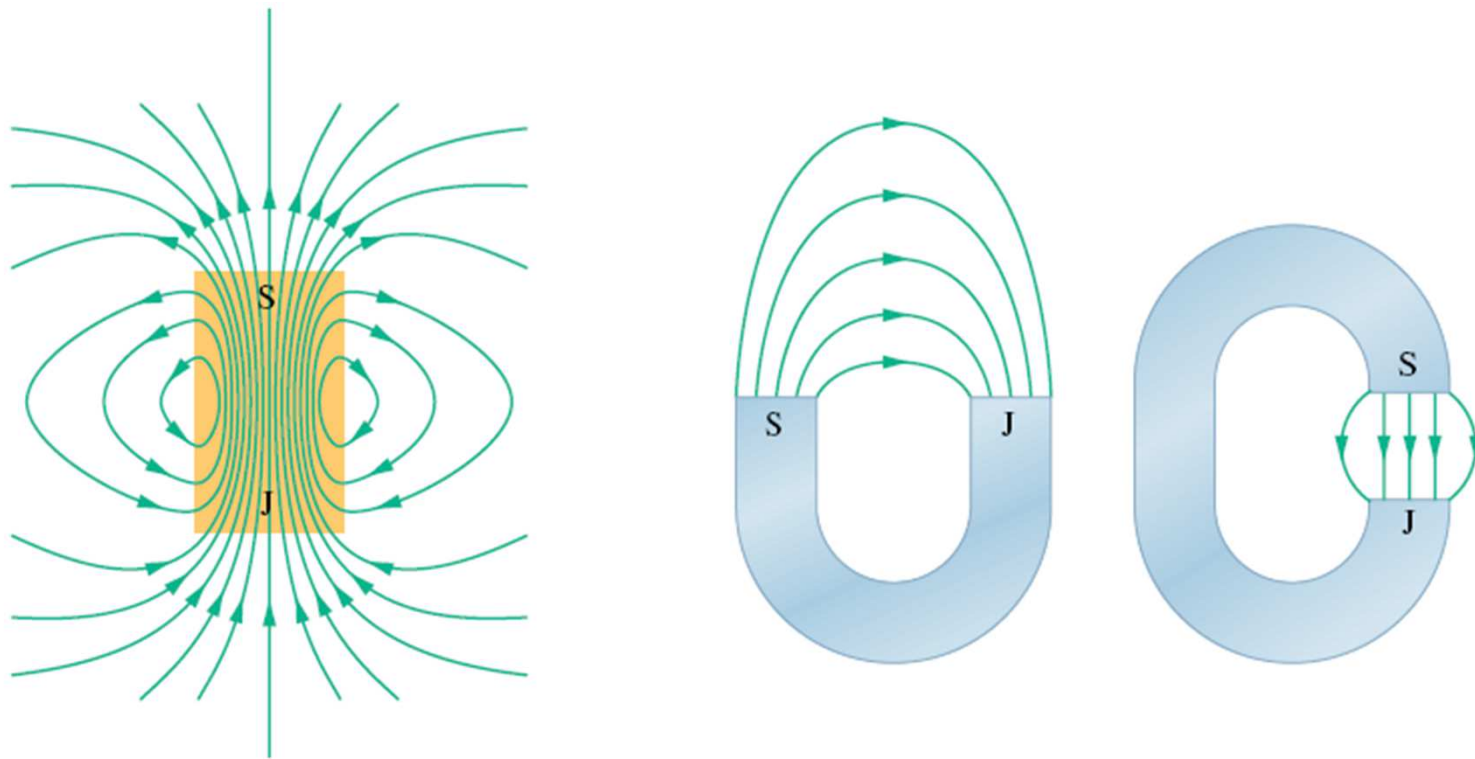
Na povrchu Země 10^{-4}T

Elektromagnety, NdFeB permanentní magnety 1T

Supravodivé magnety $>1\text{T}$

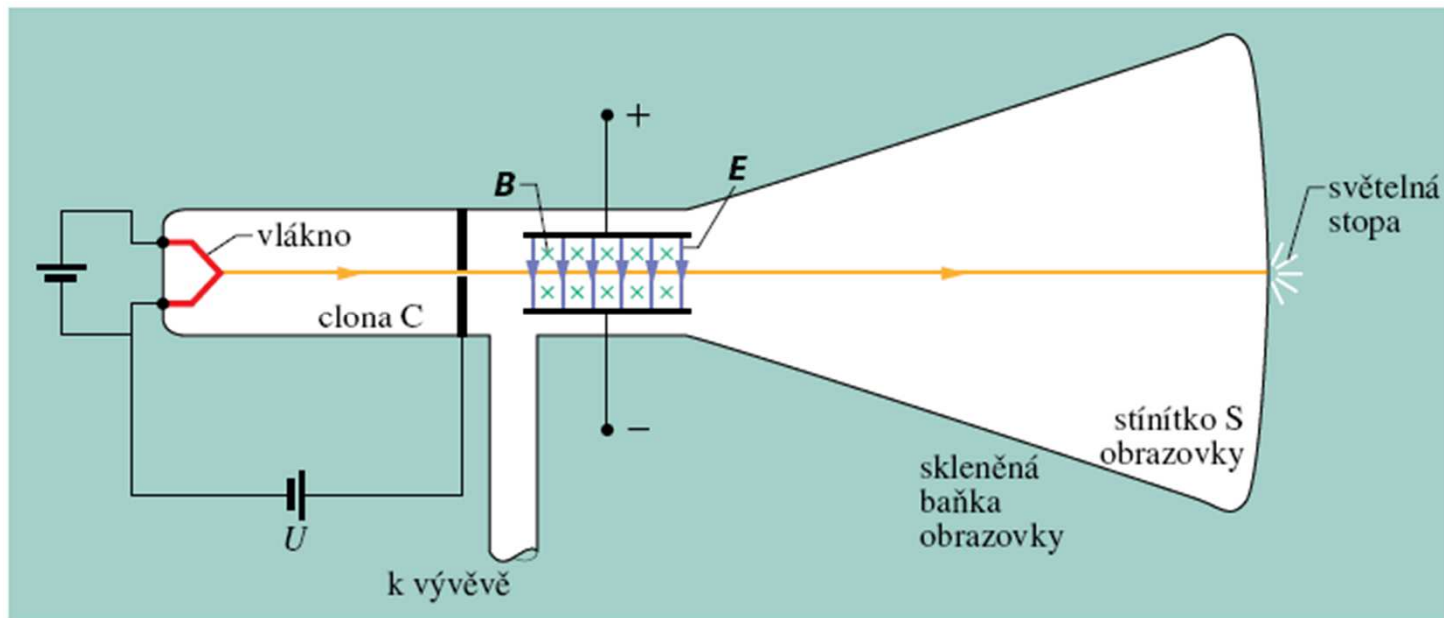
Magnetické indukční čáry

Popisují prostorové rozložení indukce B mg. pole – neukazují směr magnetické síly!



Obrazovky

Objev elektronu – J.J.Thomson 1897
dnešní „klasické“ obrazovky – TV, měřicí
přístroje, atd.

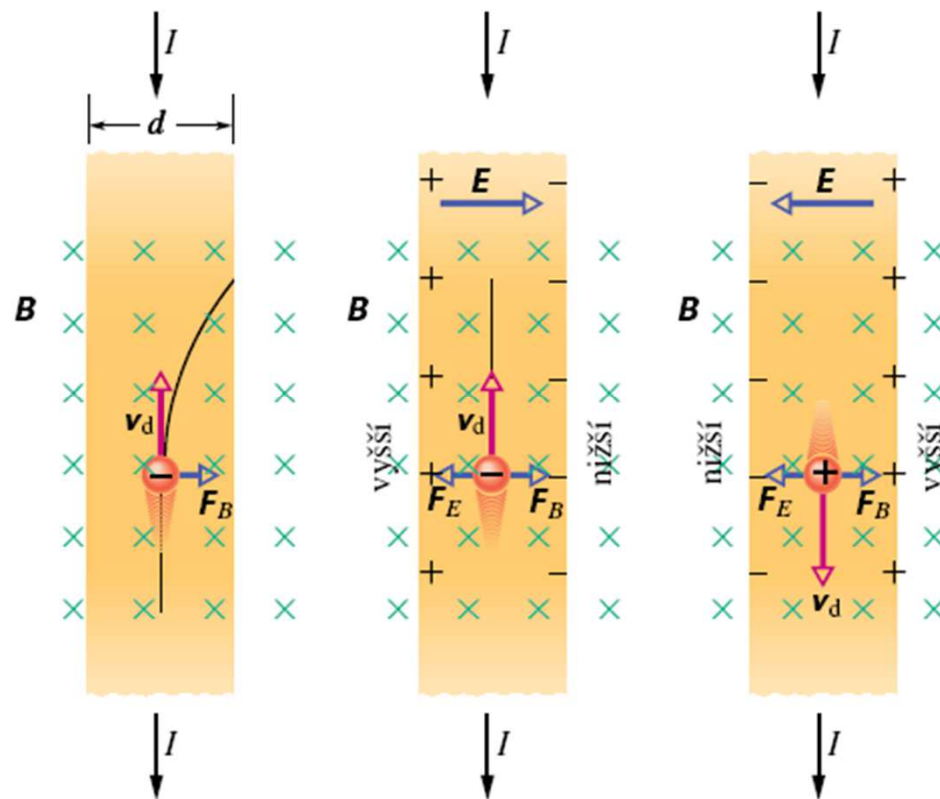


Důsledky Lorentzovy síly

- Hallův jev
- Pohyb nabitých částic po šroubovicích
- Polární záře
- Urychlovače nabitých částic
- Jednoduchý motor
- ...

Hallův jev

E.H.Hall, 1879 – měření koncentrace nosičů náboje



$$\mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = \mathbf{0}$$

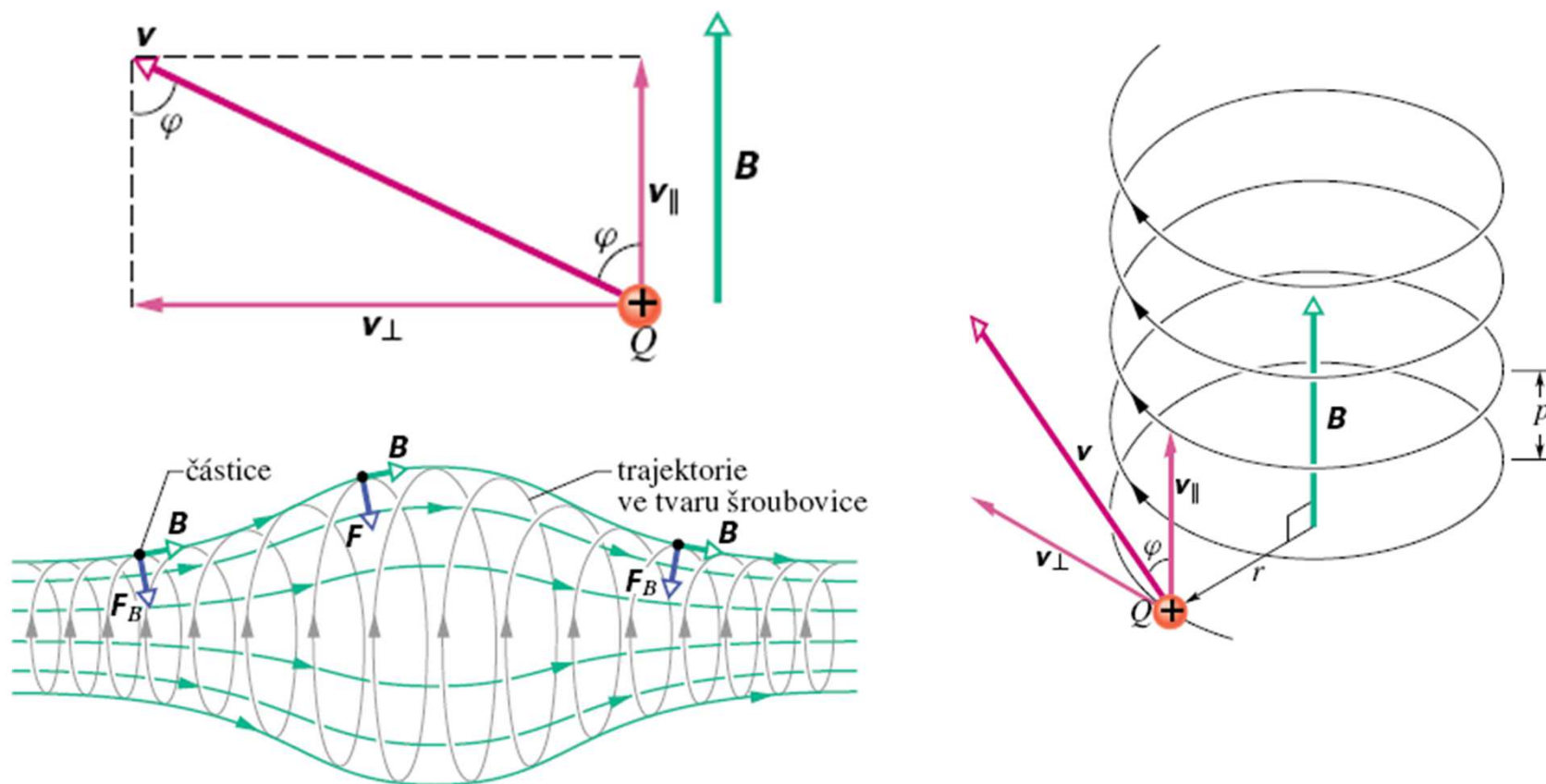
$$QE = Qv_d B$$

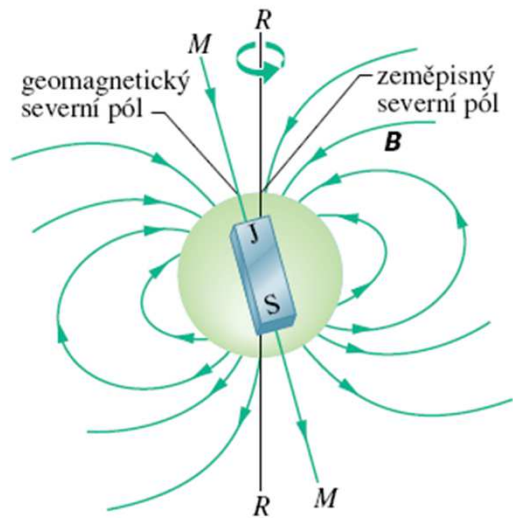
$$v_d = \frac{J}{nQ} = \frac{I}{nQS}$$

$$n = \frac{BI d}{U_H S Q}$$

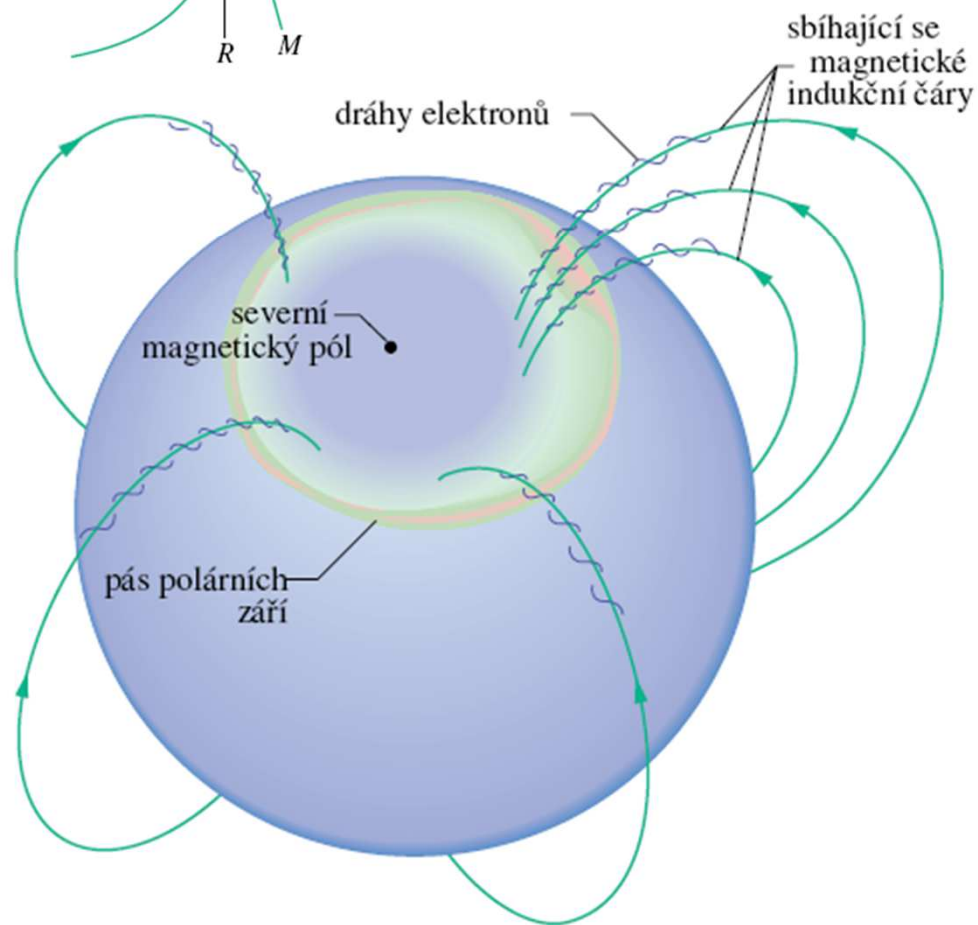
Pohyb nabitých částic po šroubovicích

Lorentzova síla nemění velikost, ale směr rychlosti!





Polární záře

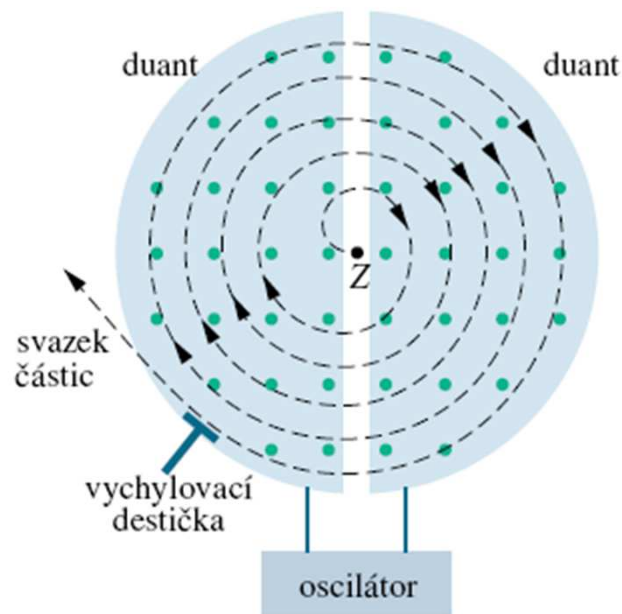


Vznikají nahromaděním elektricky nabitých částic ze „Slunečního větru“ v blízkosti zemských pólů

Nárazy nabitých částic na molekuly kyslíku (zelené světlo) a dusíku (růžové světlo)

Urychlovače částic

Cyklotron – částice urychlována elektrickým polem a její dráha zakřivována magnetickým polem

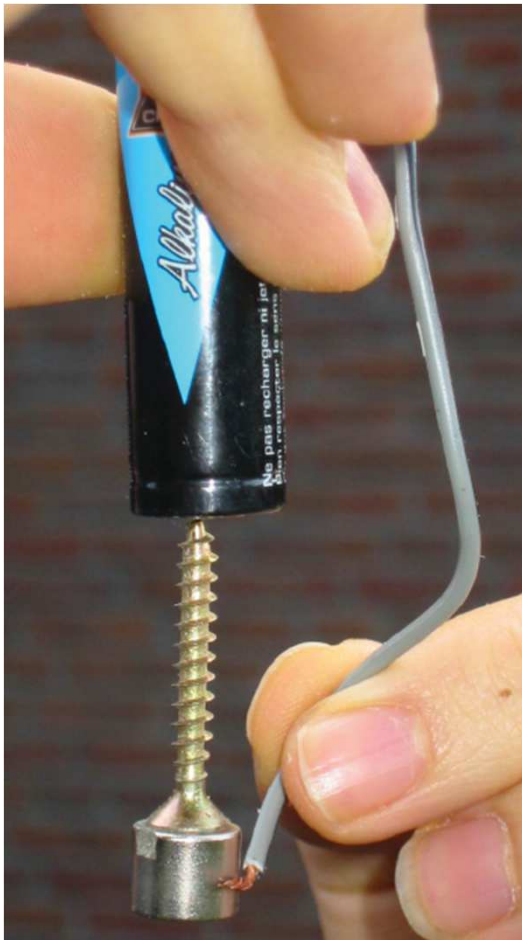


$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{QB} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{QB}{2\pi m}$$

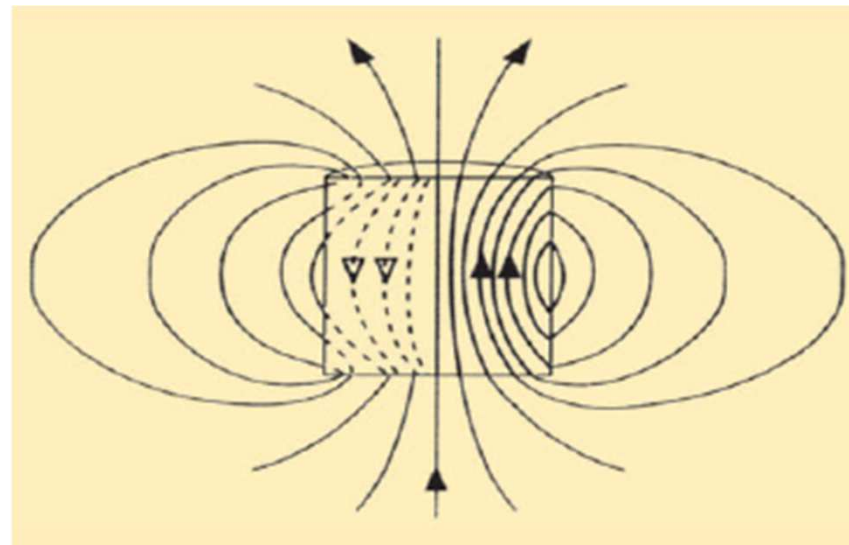
$$QB = 2\pi m f_{osc}$$

Jednoduchý motor



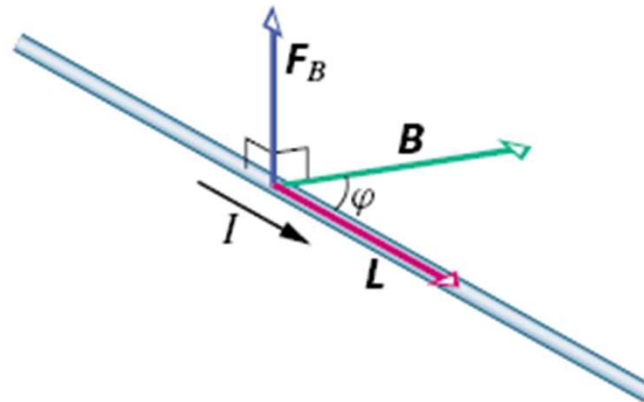
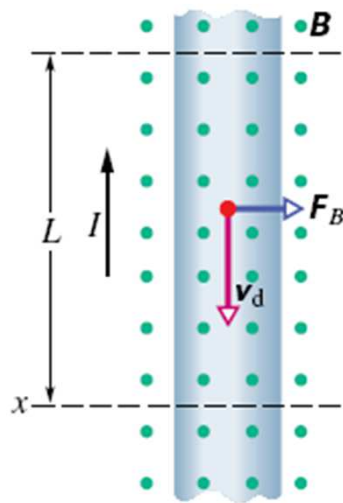
Pohyb díky reakci na
Lorentzovu sílu na
pohybující se náboje

Phys. Unserer Zeit **35**, 6 (2004) 272-273



Síla na vodič s proudem v magnetickém poli

Síla působí na pohybující se náboje



$$Q = It = \frac{IL}{v_d}$$

$$F_B = Qv_d B \sin \varphi = \frac{IL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ$$

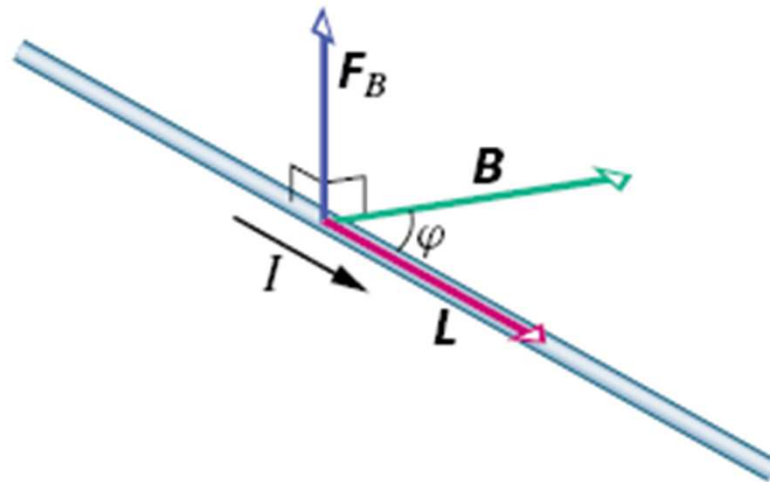
$$F_B = ILB$$

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

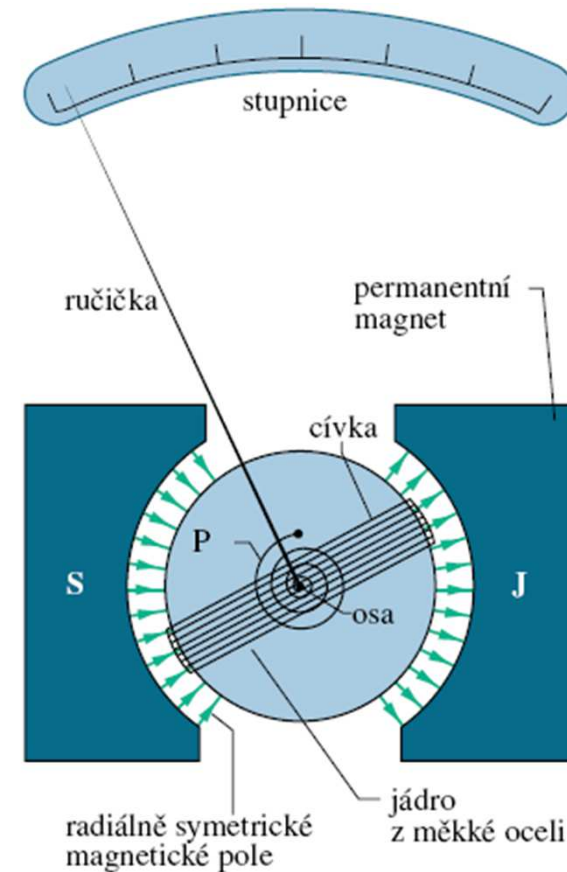
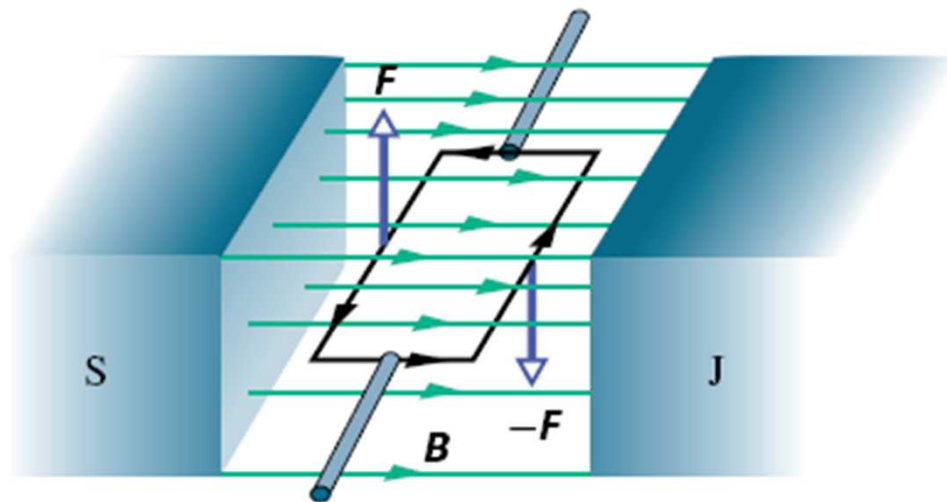
Flemingovo pravidlo levé ruky

Položíme levou ruku na vodič s proudem prsty ve směru protékajícího proudu a s indukcí magnetického pole vstupující do dlaně, palec nám potom ukazuje směr působící magnetické síly na vodič.



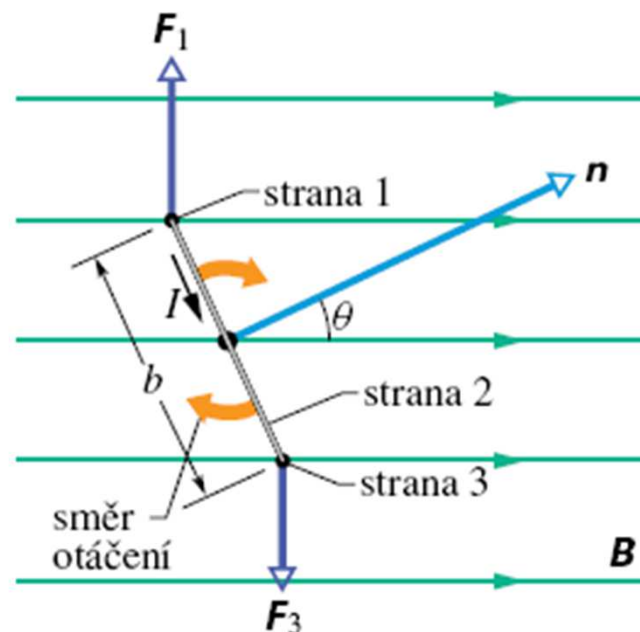
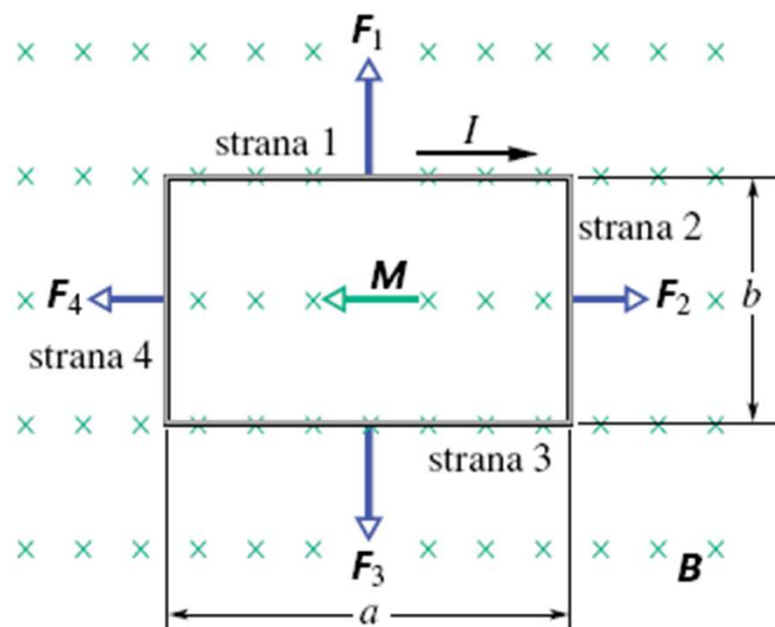
Silové působení na proudovou smyčku v magnetickém poli

Moment síly – základ pro motory a měřicí techniku
(Deprézské ručkové systémy)



Smyčka s proudem v magnetickém poli

Dvojice sil



$$M' = \left(IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) + \left(IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) = \\ = IabB \sin \theta.$$

$$M = NM' = NIabB \sin \theta = (NIS)B \sin \theta$$

Magnetický dipólový moment smyčky

Dipólový moment $\mu = NIS$

Směr je směrem normály ke smyčce

Moment síly na smyčce $M = \mu B \sin \theta$

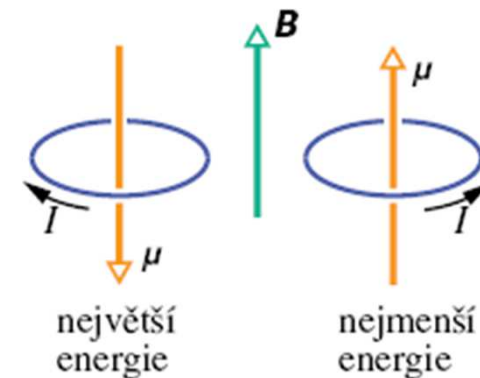
$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

Energie dipólu v magnetickém poli

$$E_p(\theta) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

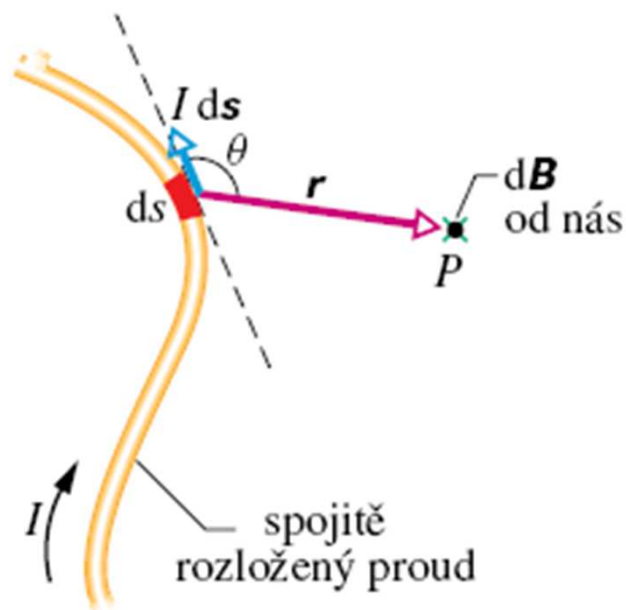
Maximum vs. minimum

$$\Delta E_p = (+\mu B) - (-\mu B) = 2\mu B$$



Magnetické pole vodiče s proudem

Silové působení proudu ve vodiči na
magnetku v okolí



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{Biotův-Savartův zákon})$$

permeabilita vakua

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$$

Magnetické pole přímého vodiče s proudem

Pole v okolí vodiče s proudem



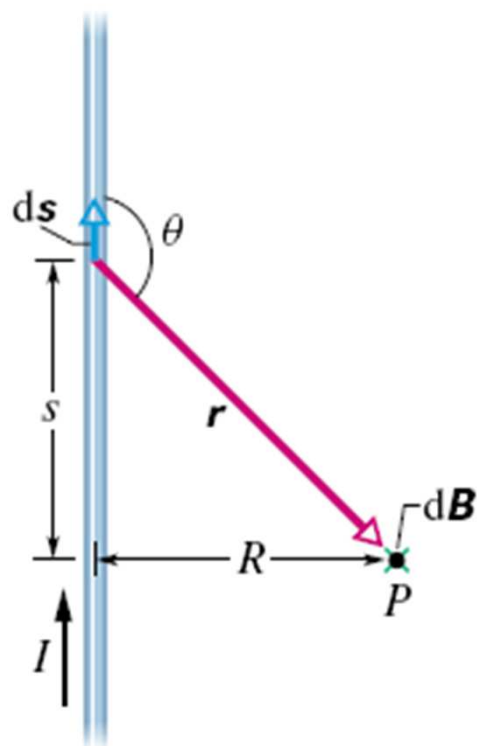
integrací
z Biotova-
Savartova zákona

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Výpočet pole přímého vodiče s proudem

Biotův-Savartův zákon

$$dB = \frac{\mu_0 I ds \sin \theta}{4\pi r^2}$$



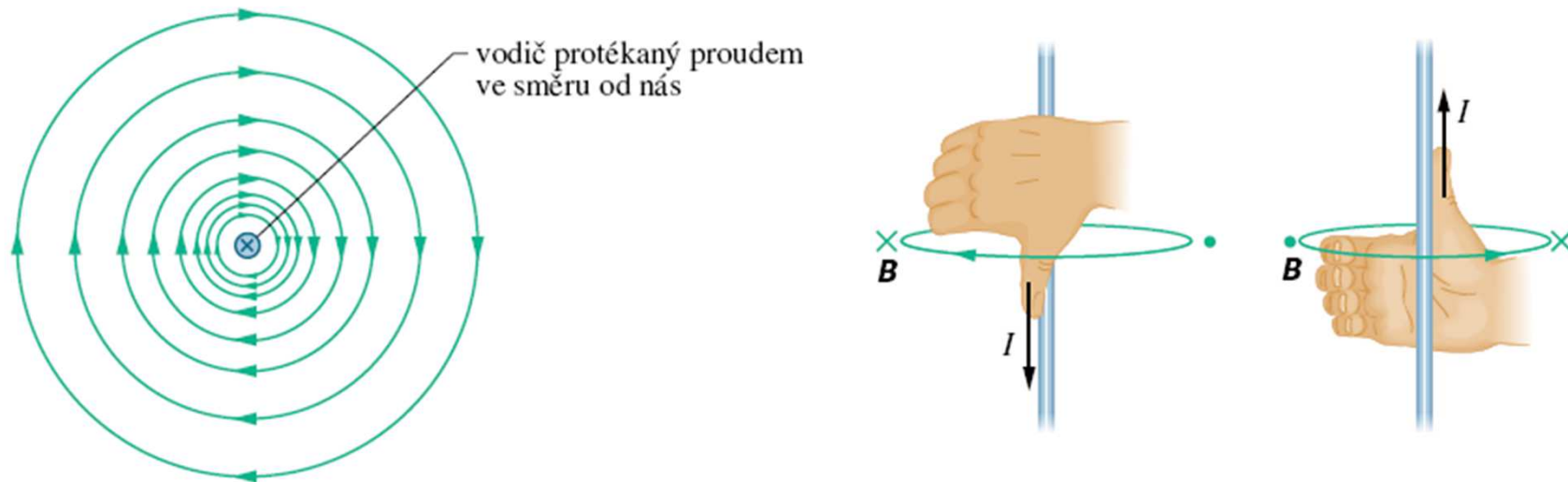
$$r = \sqrt{s^2 + R^2},$$

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \end{aligned}$$

Orientace indukce pole přímého vodiče

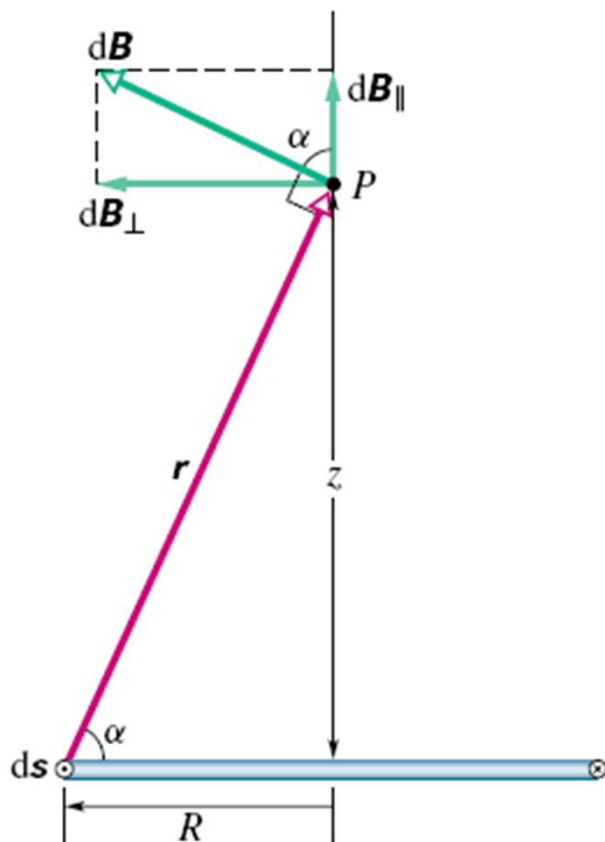
Orientace podle pravidla pravé ruky



Položte palec pravé ruky ve směru proudového elementu; zahnuté prsty ukazují směr magnetických indukčních čar.

Magnetické pole vodičů s proudem

Na ose kruhového závitu



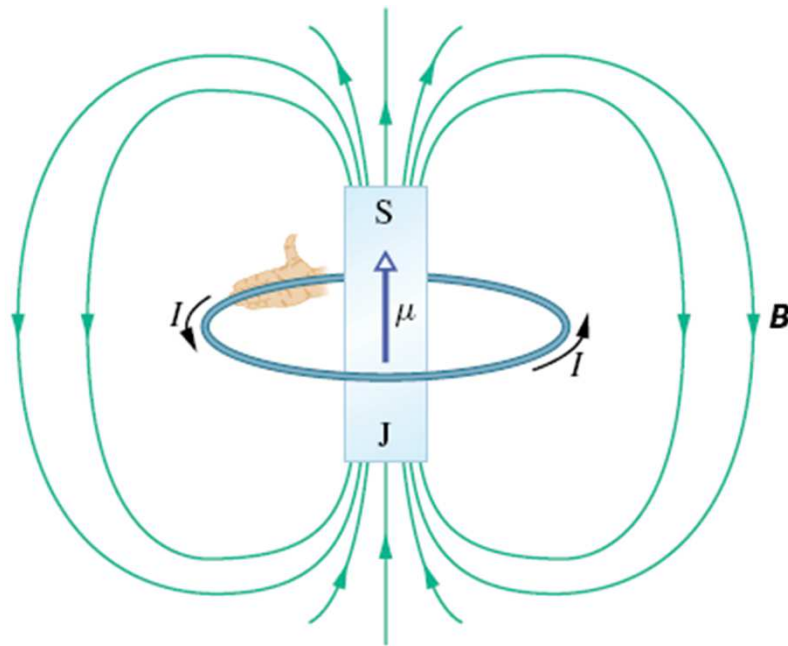
$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

uprostřed závitu

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Pole magnetického dipólu

Magnetické pole cívky se chová jako pole magnetického dipólu



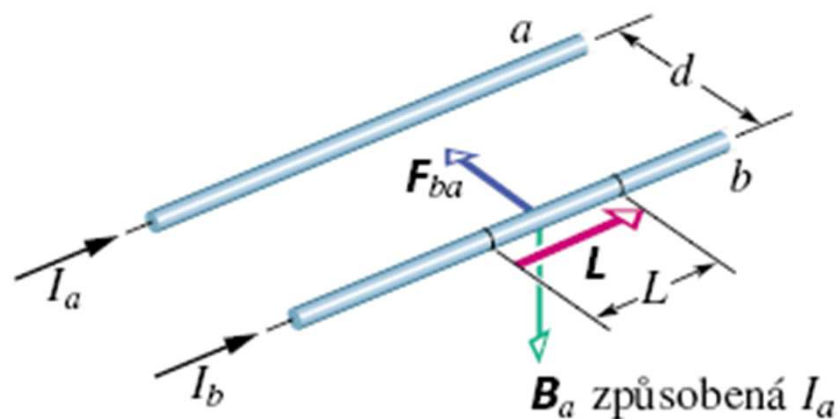
$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3}$$

magnetický dipólový
moment cívky

$$\mu = N I S,$$

Magnetická síla mezi vodiči s proudem

Magnetická indukce jednoho vodiče s proudem



$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

$$\mathbf{F}_{ba} = I_b \mathbf{L} \times \mathbf{B}_a$$

$$F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}$$

Dva rovnoběžné vodiče protékané souhlasně orientovanými proudy se přitahují, vodiče protékané opačně orientovanými proudy se odpuzují.

Definice jednotky Ampér v SI

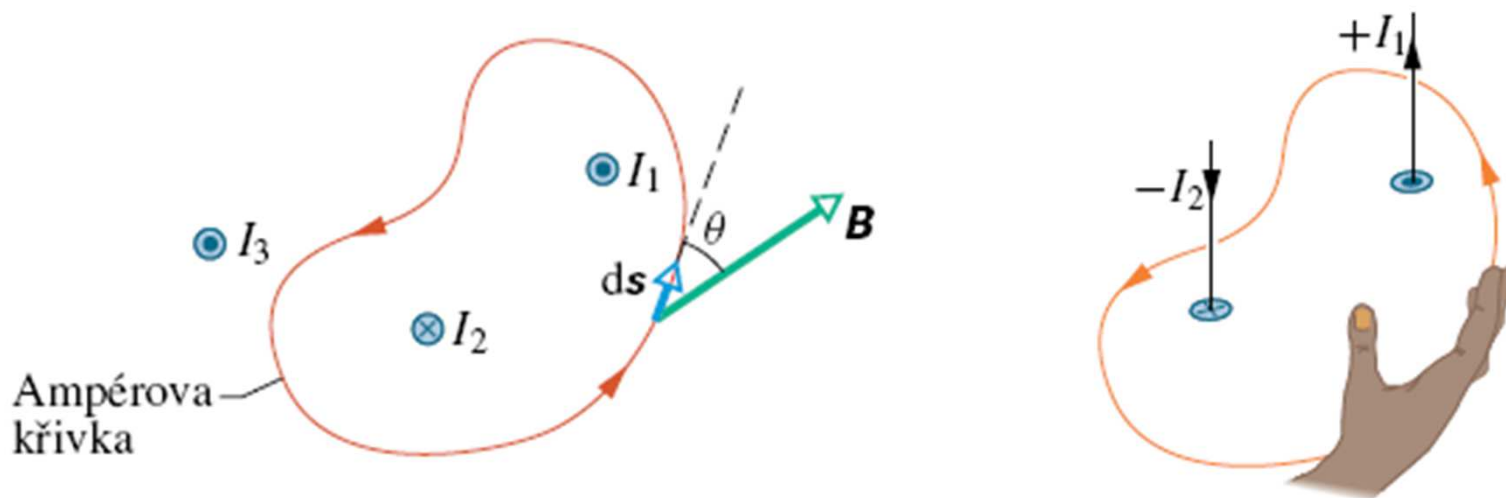
Působící magnetická síla nám dává možnost definovat realizaci jednotky Ampér

1 Ampér je definován jako velikost stálého elektrického proudu, který při průtoku dvěma přímými rovnoběžnými a velmi dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu vzdálenými od sebe 1m ve vakuu vyvolá mezi těmito vodiči sílu $2 \cdot 10^{-7}$ N na jeden metr jejich délky.

Ampérův zákon

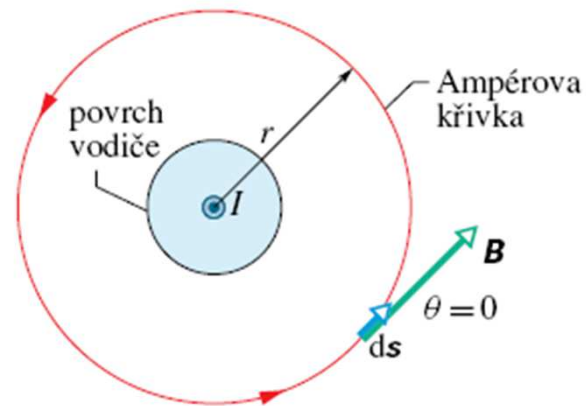
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$

Znaménko proudů – pravidlo pravé ruky



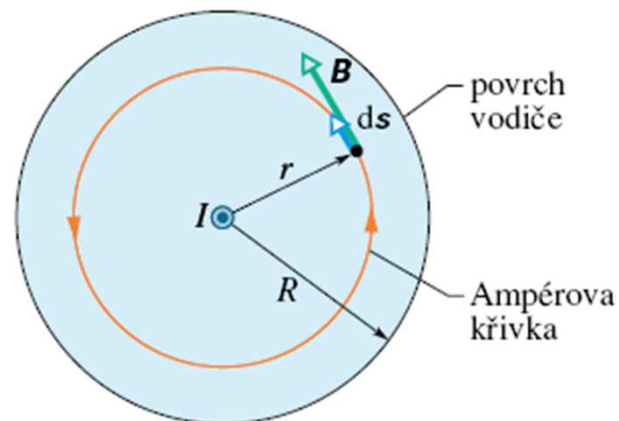
Určení pole vně a uvnitř vodiče

- Vně



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Uvnitř



$$I_c = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

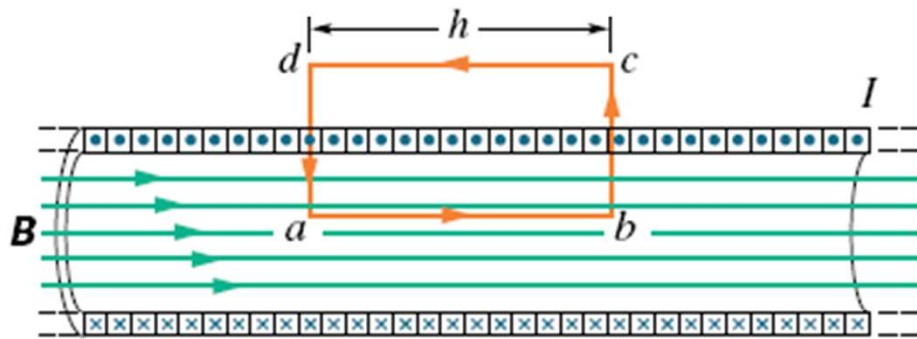
$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r$$

Magnetické pole solenoidu

Solenoid = cívka vinutá z izolovaného drátu

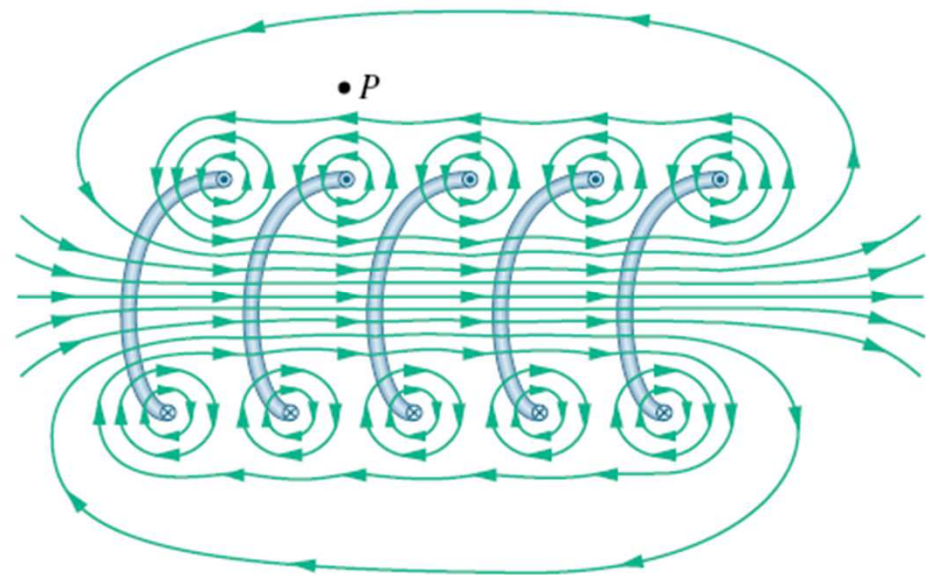
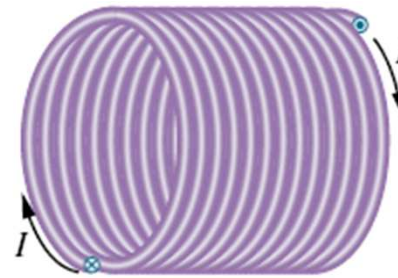
Ampérův zákon

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$



$$Bh = \mu_0 Inh$$

$$B = \mu_0 In$$



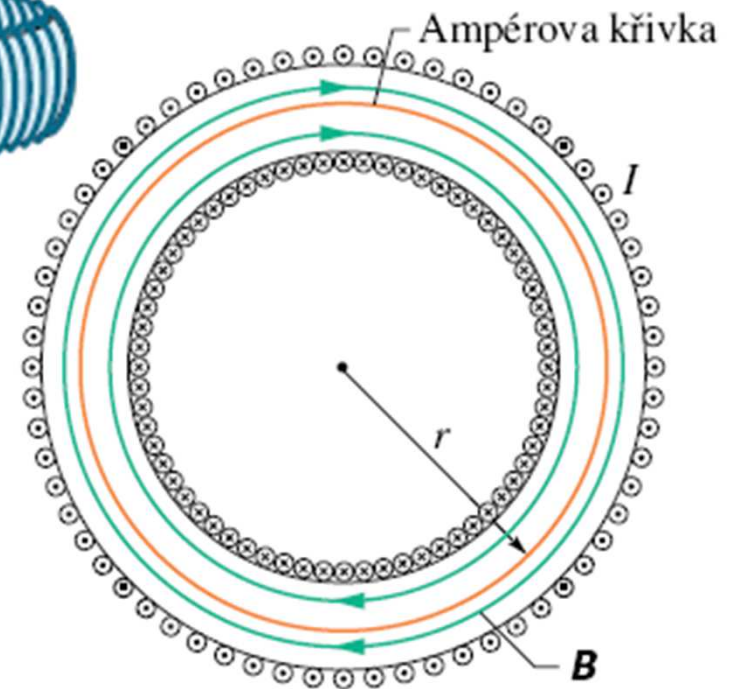
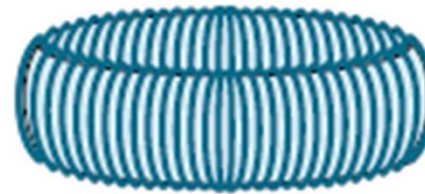
Magnetické pole toroidu

Toroid = na prstenec vinutá cívka

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c$$

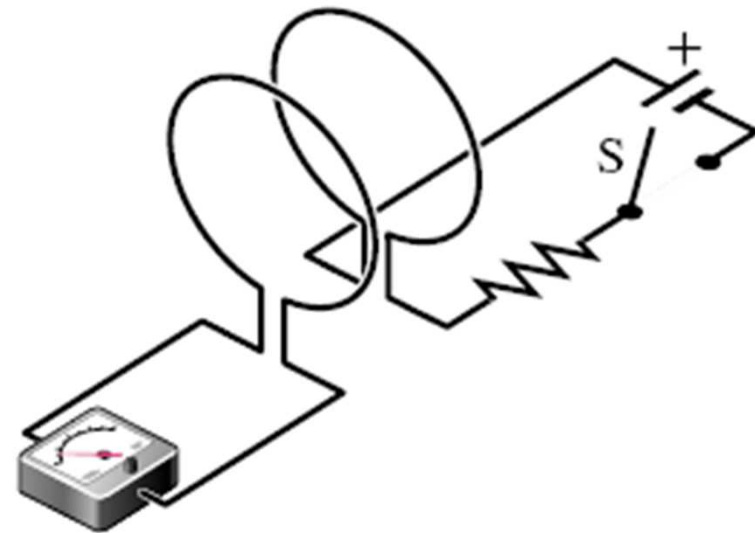
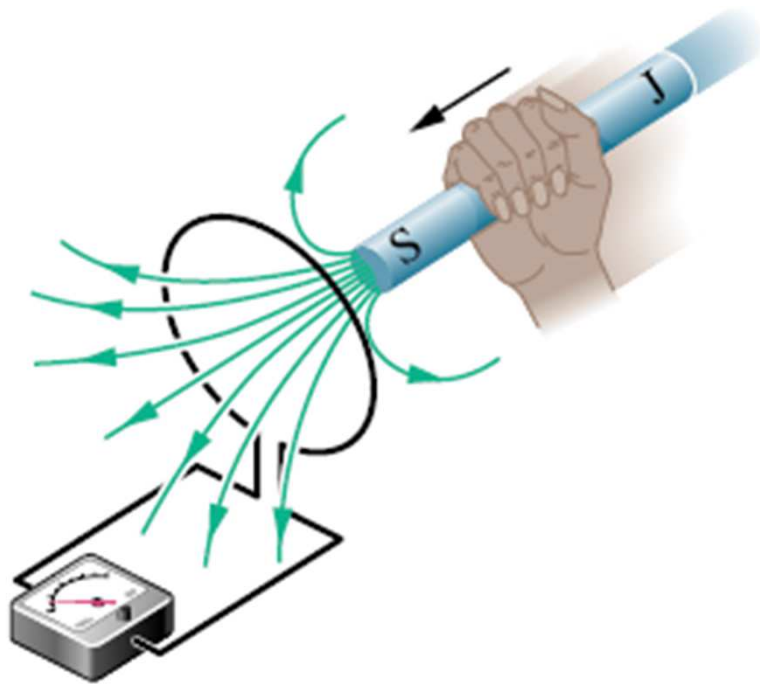
$$B(2\pi r) = \mu_0 I N.$$

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$



Elektromagnetická indukce

M.Faraday – změna magnetického pole \rightarrow EMN



Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Magnetický indukční tok

$$\Phi_B = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

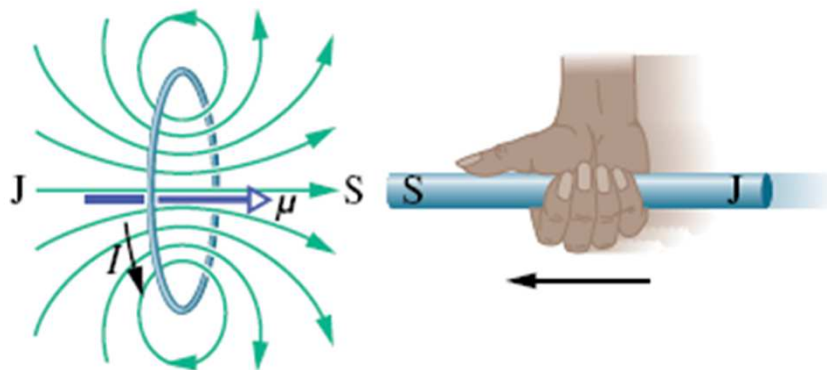
Indukované EMN

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Velikost emn indukovaného ve vodivé smyčce je rovna rychlosti změny magnetického indukčního toku procházejícího touto smyčkou.

Lenzovo pravidlo

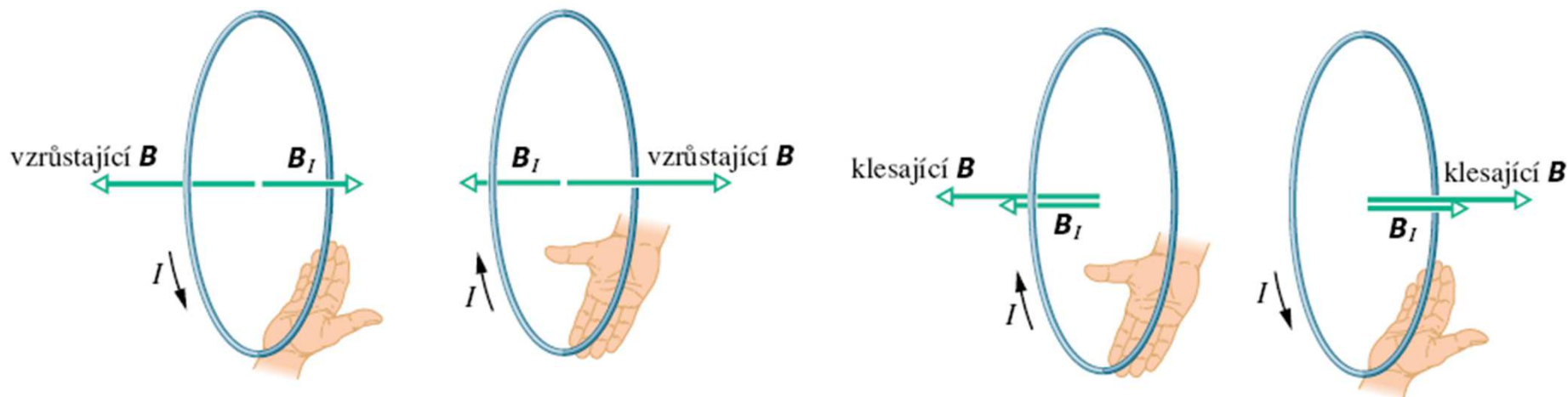
Orientace indukovaného proudu



Indukovaný proud má takový směr, že magnetické pole tímto proudem vzbuzené působí *proti změně* magnetického pole, která proud indukovala.

Lenzovo pravidlo

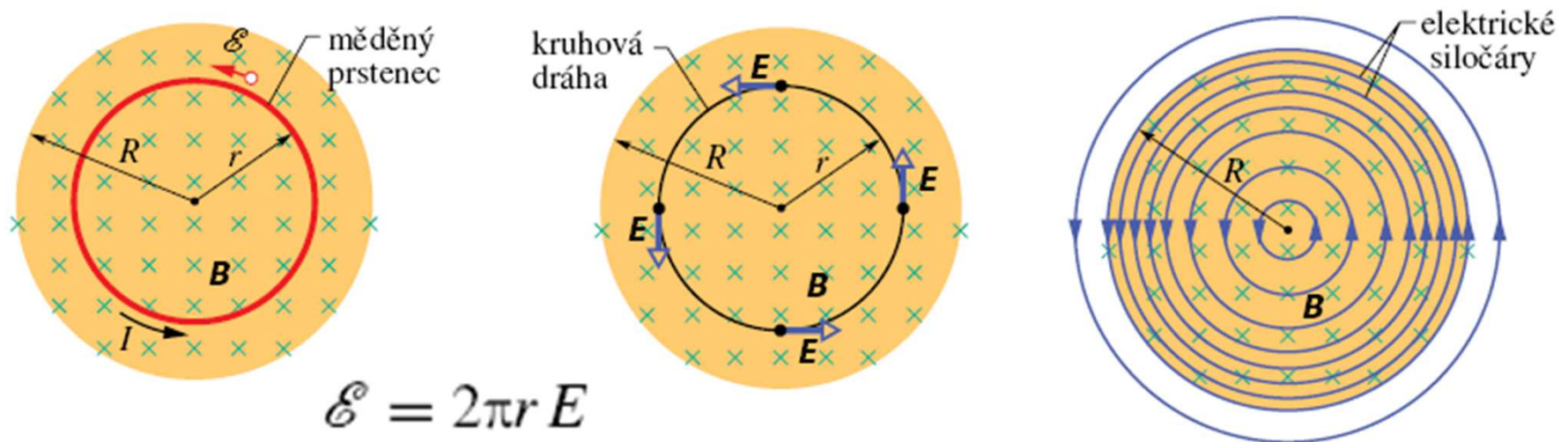
Při změně magnetické indukce



Indukovaný proud má takový směr, že magnetické pole tímto proudem vzbuzené působí *proti změně* magnetického pole, která proud indukovala.

Indukované elektrické pole

Elektromagnetickou indukcí vzniká elektrické pole – uzavřené siločáry!



Měnící se magnetické pole vytváří pole elektrické.

Faradayův zákon elmg. indukce

Spolu s výrazem pro indukované elektrické napětí lze psát

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Indukované elektrické pole nemá potenciál!

Elektrický potenciál má smysl jen pro pole statických nábojů. Nelze ho zavést pro elektrická pole vzniklá elektromagnetickou indukcí.

Indukčnost cívky

Magnetický indukční tok cívkou

$$\Phi = N\Phi_B$$

(Vlastní) indukčnost cívky L [H] – jednotka
Henry

$$N\Phi_B = LI$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

Indukčnost solenoidu

Těsně vinuté závity

$n = N/l$... počet závitů na jednotku délky

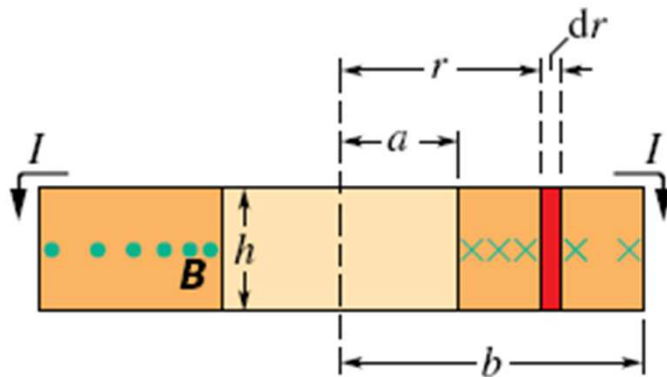
$$N\Phi_B = (nl)(BS),$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad B = \mu_0 I n.$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S$$

Indukčnost toroidu

Nutná integrace přes průřez toroidu



$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int_a^b B h \, dr = \int_a^b \frac{\mu_0 I N}{2\pi r} h \, dr = \\ &= \frac{\mu_0 I N h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}\end{aligned}$$

$$L = \frac{N \Phi_B}{I} = \frac{N}{I} \frac{\mu_0 I N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

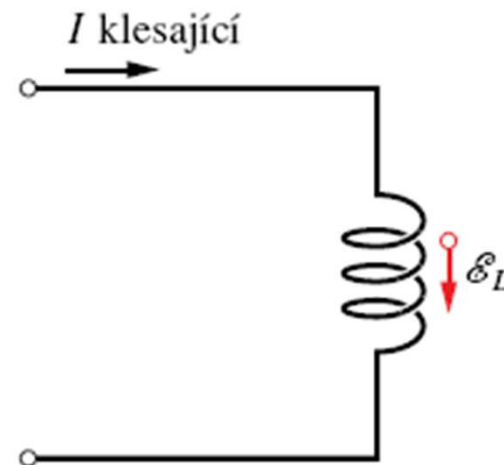
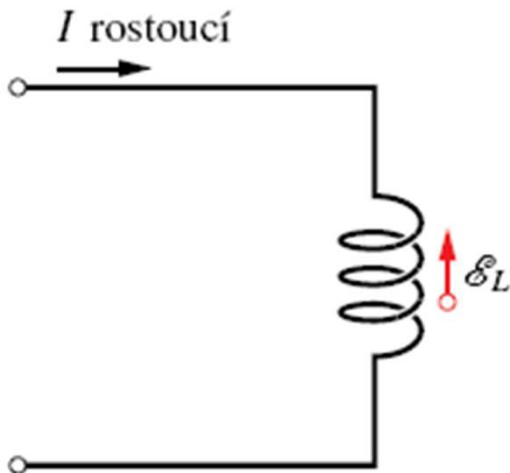
$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Indukované EMN v cívce

Vzniká v každé cívce, kde se mění protékající proud

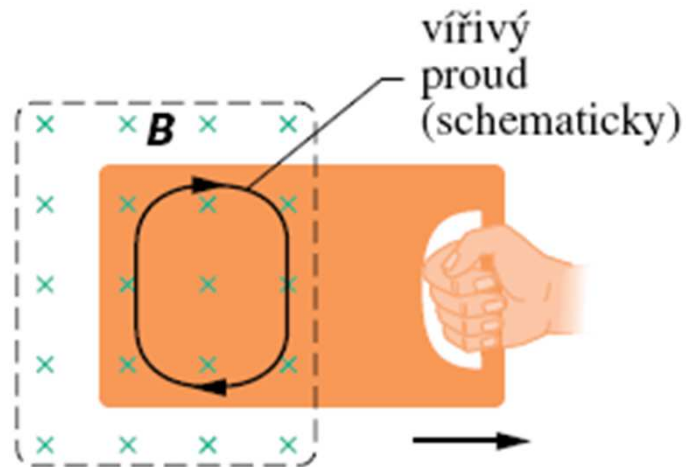
$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$



Vířivé proudy

Indukují se při změně magnetického pole v látce – např. pouze při pohybu permanentního magnetu v blízkosti vodiče



Aplikace na
elektromagnetické
brzdění měřicích
systémů, indukční ohřev
atd.

Energie magnetického pole cívky

Napětí na cívce $\mathcal{E} = L \frac{dI}{dt} + IR$

Výkon proudu v cívce

$$\mathcal{E}I = LI \frac{dI}{dt} + I^2 R$$

Magnetická energie

$$\frac{dE_{\text{mg}}}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

$$E_{\text{mg}} = \frac{1}{2} LI^2$$

Hustota energie mg. pole cívky

Magnetická energie na jednotku objemu cívky
– solenoid s průřezem S

$$w_{\text{mg}} = \frac{E_{\text{mg}}}{Sl}$$

$$E_{\text{mg}} = \frac{1}{2}LI^2$$

$$w_{\text{mg}} = \frac{LI^2}{2Sl} = \frac{L}{l} \frac{I^2}{2S}$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S \quad B = \mu_0 I n$$

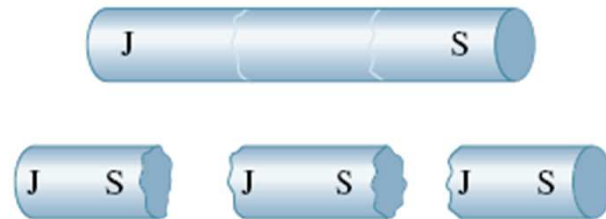
$$w_{\text{mg}} = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2$$

$$w_{\text{mg}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

Magnetické pole v látce

Magnetovec, hematit – přírodní magnetické minerály

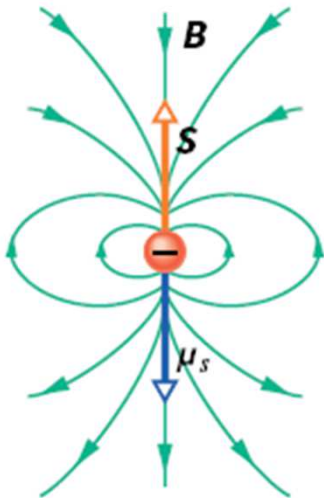
Dipólová struktura permanentních magnetů



Nejjednodušší magnetická struktura je magnetický dipól. Magnetické monopóly neexistují (alespoň podle dosavadního stavu našich vědomostí).

Magnetismus v látkách

- Paramagnetismus
- Diamagnetismus
- Feromagnetismus



spinový magnetický moment
elektronu

$$\mu_s = -\frac{e}{m}\mathbf{S}$$

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{pro } m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{e\hbar}{2m}$$

Diamagnetismus

Látky bez existence spontánního magnetického dipólového momentu

Je-li diamagnetická látka umístěna do vnějšího magnetického pole, vyvolá se v ní magnetický dipólový moment směřující proti tomuto poli. Pokud vnější pole není homogenní, je diamagnetická látka vytlačována „z pole ven“, tj. z oblasti s větší magnetickou indukcí do oblasti s menší indukcí.

Paramagnetismus

V látce existuje slabý dipólový moment orientovaný ve vnějším magnetickém poli

Je-li paramagnetická látka umístěna do vnějšího magnetického pole \mathbf{B}_{ext} , vytvoří se v ní magnetický dipólový moment ve směru tohoto pole. Není-li vnější magnetické pole homogenní, je paramagnetický materiál vtahován „do pole“, tj. z oblasti s menší magnetickou indukcí do oblasti s větší indukcí.

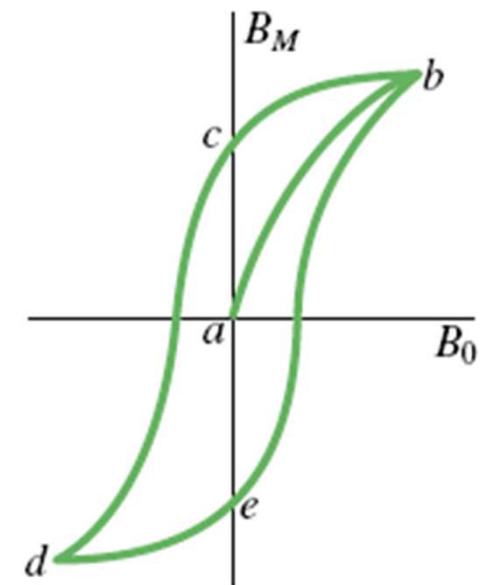
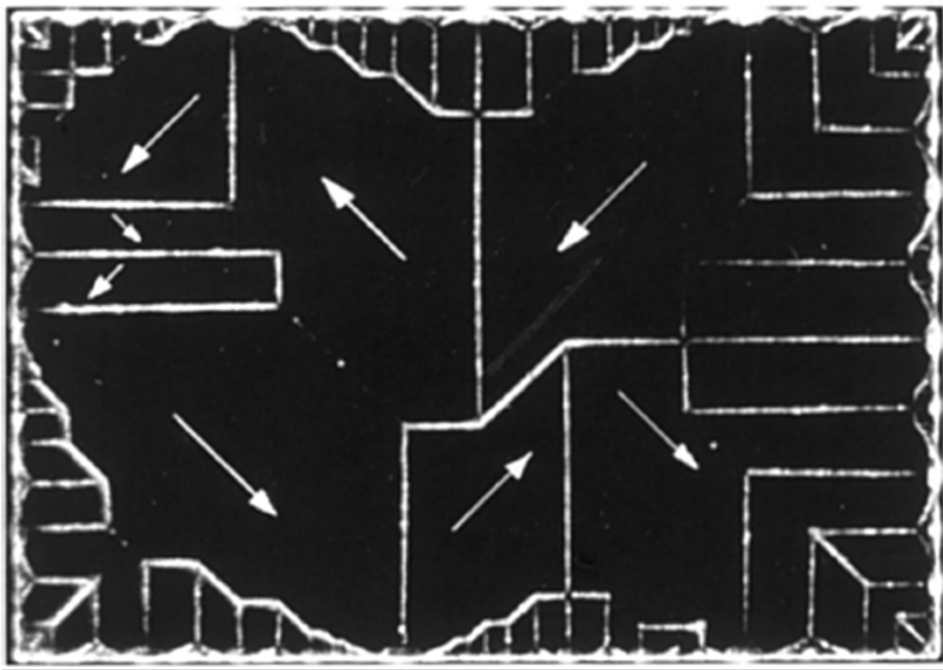
Feromagnetismus

V látce existuje silný nevykompenzovaný magnetický moment

Ve feromagnetickém materiálu se vytvoří vnějším magnetickým polem výrazný magnetický dipólový moment ve směru \mathbf{B}_{ext} . Pokud je pole nehomogenní, feromagnetický materiál je vtahován „do pole“, tj. z oblasti s menší magnetickou indukcí směrem do oblasti s větší indukcí.

Vlastnosti feromagnetických látek

- Hystereze – doménová struktura
- Curieova teplota



Magnetizace

Magnetická indukce v látce

$$B = B_0 + B_M$$

$$B_0 = \mu_0 n I_P$$

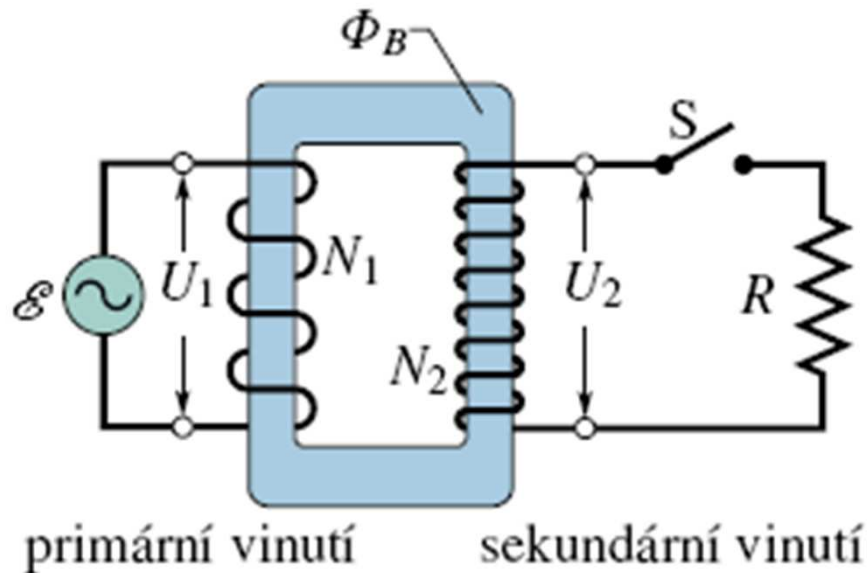
Intenzita magnetického pole H [Am^{-1}]

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_M = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

Relativní permeabilita μ_r

Transformátor

Transformace napětí a proudů – k minimalizaci ztrát Jouleovým teplem při rozvodech energie!



založeny na elektro-
magnetické indukci –
společný magnetický
indukční tok v obou
obvodech

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (\text{transformace napětí}).$$

$$I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{transformace proudů}).$$

Magnetoelektrická indukce

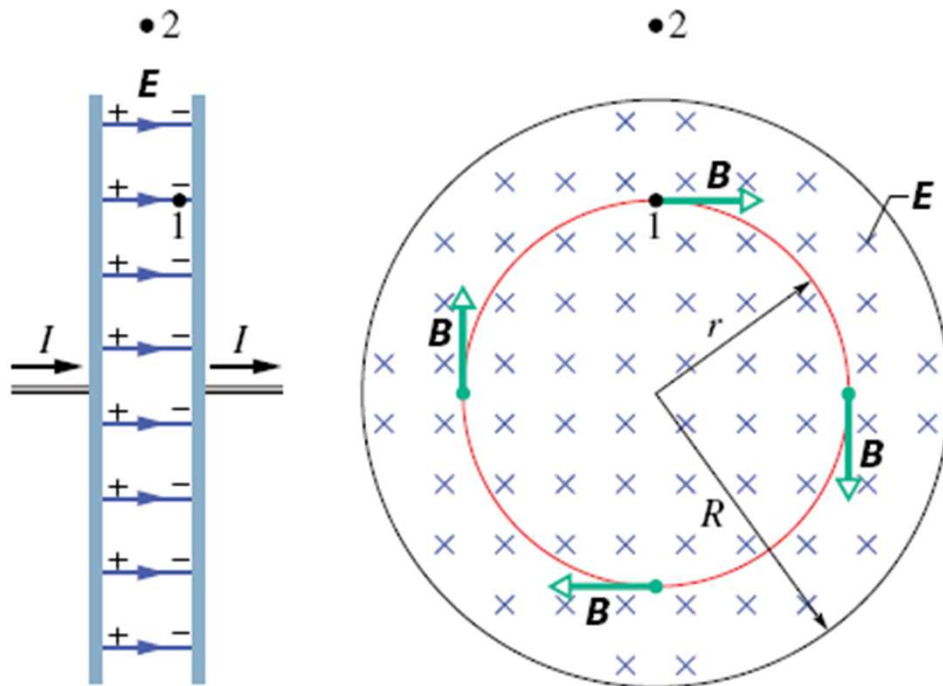
Jev symetrický k elektromagnetické indukci

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayův zákon elektromagnetické indukce}).$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{Maxwellův zákon magnetoelektrické indukce}),$$

Magnetoelektrická indukce

Ampérův-Maxwellův zákon – indukce mg. pole



$$\frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I_c$$

pole vzniká
i mimo
kondenzátor
v bodě 2!

Maxwellův proud

Elektrický tok $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$

Maxwellův proud

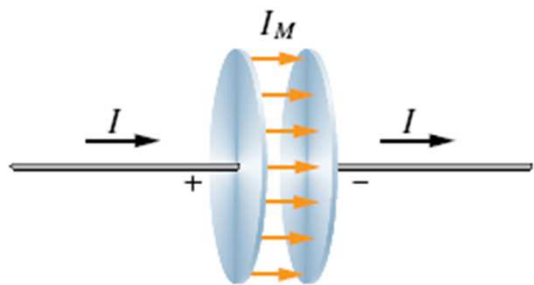
$$I_M = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampérův-Maxwellův zákon

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0(I_{M,c} + I_c)$$

Orientace Maxwellova proudu

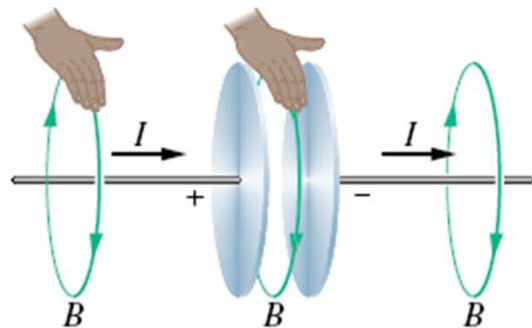
V homogenním poli kondenzátoru



$$I_M = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(ES)}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}$$

$$\frac{dQ}{dt} = I = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}$$

$$I_M = I$$



Maxwellův proud můžeme chápat jako pokračování proudu I uvnitř kondenzátoru

Maxwellovy rovnice integrální tvar

Gaussův zákon
pro elektrické pole

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Gaussův zákon
pro magnetické pole

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Faradayův zákon

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Ampérův-Maxwellův zákon

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I_c \right)$$

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Maxwellovy rovnice diferenciální tvar

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j}$$

hustota volného náboje ρ

hustota vodivostního
proudu j

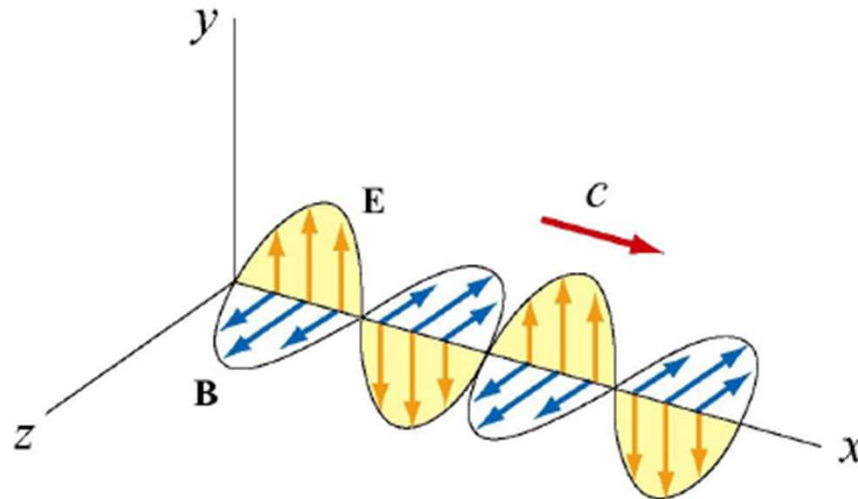
$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \right.$$

$$\left. \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

Elektromagnetické vlny

Maxwellovy rovnice umožňují řešení ve tvaru příčné rovinné vlny



$$E_y(x, t) = E_0 \cos[k(x - vt)]$$

$$B_z(x, t) = B_0 \cos[k(x - vt)]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = kv = 2\pi \frac{v}{\lambda} = 2\pi f$$

$$\boxed{\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c}$$

ve vakuu, se vlny šíří rychlostí světla $v = c$.

Vlastnosti elmg. vln

Vlny jsou příčné (transverzální), protože pole \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou kolmé ke směru šíření. Směr šíření míří ve směru vektorového součinu $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$.

Pole \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou k sobě navzájem kolmá. Tudíž jejich skalární součin $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$.

Poměr velikostí polí a amplitud polí je

$$\frac{E}{B} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c.$$

Rychlost šíření ve vakuu je rovna rychlosti světla, $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.

Elektromagnetické vlny splňují princip superpozice.

Literatura

V prezentaci byly použity obrázky z knihy:

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER,
J.: Fyzika (část 3 – Elektřina a
magnetismus), Vutium, Brno 2000