Solowův model dlouhodobého ekonomického růstu

Neoklasický model hospodářského růstu. Model byl publikován v 50. a 60. letech, stal se učebnicovým standardem. Solow za model dostal Nobelovu cenu v roce 1987.

Robert Merton Solow (1924)
- studoval sociologii, antropologii a ekonomii na Harvardově univerzitě.
- profesorem na Massachusetts Institute of Technology, vyučuje statistiku, ekonometrii a makroekonomii
- 1960 až 1961 poradcem prezidentem J. F. Kennedyho

Solowův model

Dvousektorová ekonomika

Nabídka je určena množstvím výrobních faktorů a produkční funkcí.

Produkční funkci si převedeme na jednotku práce.
Pro produkční funkci s konstantními výnosy z rozsahu platí
$z . Y = F(z. K, z. L)$

Položíme-li $z = 1/L$, získáme funkci
$Y/L = F(K/L, 1)$.

Označíme-li $y = Y/L$ a $k = K/L$, zapíšeme funkci jako

(1) $\mathbf{y = f(k)}$

kde $f(k) = F(k,1)$.

Tato funkce říká, že výstup na jednotku práce závisí na kapitálu na jednotku práce. Budeme předpokládat klesající mezní produkt kapitálu, definovaný jako dodatečný výstup na dělníka z dodatečné jednotky kapitálu na dělníka.

Poptávka je v Solowově modelu dána rovnicí

(2) $y = c + i$

kde c je spotřeba na dělníka a i jsou investice na dělníka.

Předpokládáme jednoduchý tvar spotřební funkce

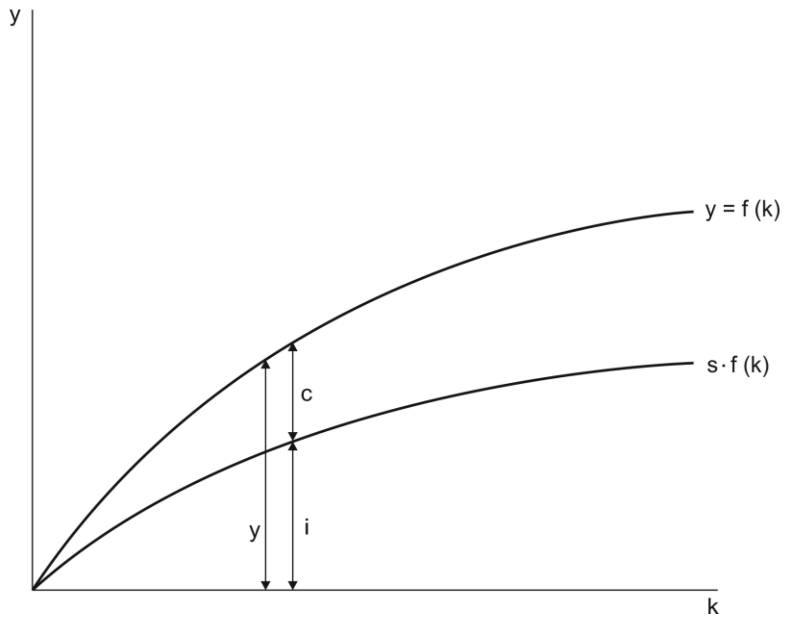
(3) $c = (1 - s) . y$

kde s je mezní míra k úsporám

Dosadíme-li vztah 3 do vztahu 2, získáme rovnici
$y = (1 - s) y + i$, kterou upravíme na tvar

(4) i = s . y

Tato rovnice říká, že investice stejně jako spotřeba, závisejí na důchodu.
Protože investice se rovnají úsporám, udává míra úspor (s) také podíl výstupu jdoucího na investice.



Obrázek 1 – intenzivní produkční funkce, úpory a spotřeba na obyvatele

Stálý stav a přibližování se k němu

Jak se projeví narůst kapitálu v čase v hospodářském růstu?

Stav kapitálu se mění amortizací a investicemi.
Dosadíme-li do rovnice 4 produkční funkci 1, získáme vztah

(5) i = s f(k)

Čím vyšší je stav kapitálu, tím vyšší je výstup a tím vyšší jsou investice.

Označíme-li δ míru amortizace, je každý rok amortizováno množství kapitálu δk.

Změna kapitálu je dána rovnicí

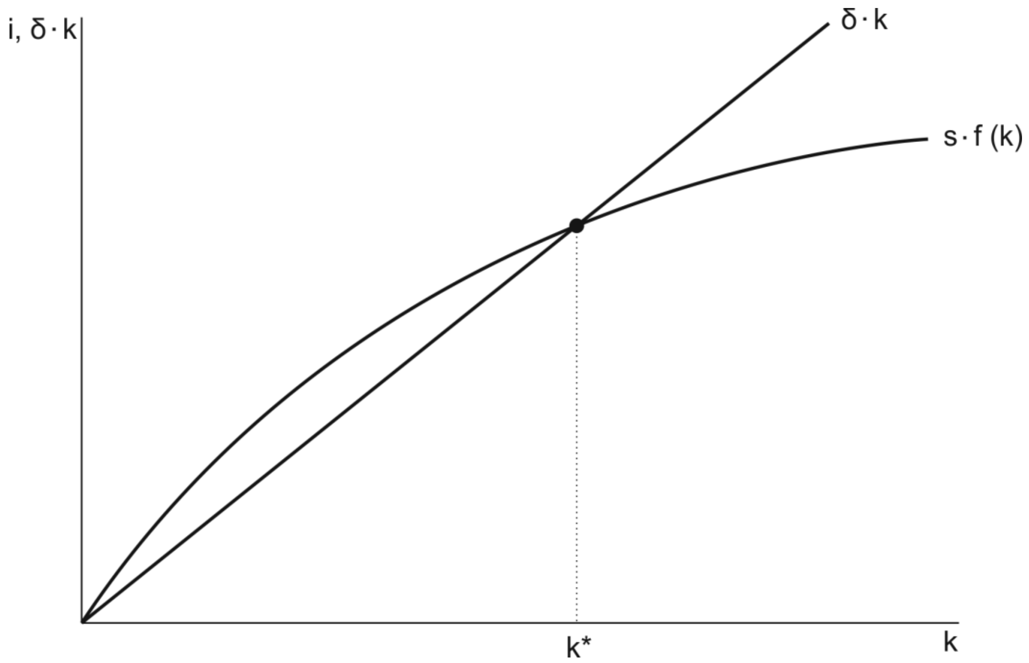
$\Delta k = i - \delta k$

Dosadíme-li za investice z rovnice (5) získáme vztah

$\Delta k = s\, f(k) - \delta k$

Čím vyšší je stav kapitálu, tím je sice vyšší výstup a tedy i investice, ale tím je vyšší i amortizace.

Existuje pouze jedna úroveň kapitálu, kde se investice rovnají amortizaci. Tento stav kapitálu se nazývá **stálý stav kapitálu** (k*).

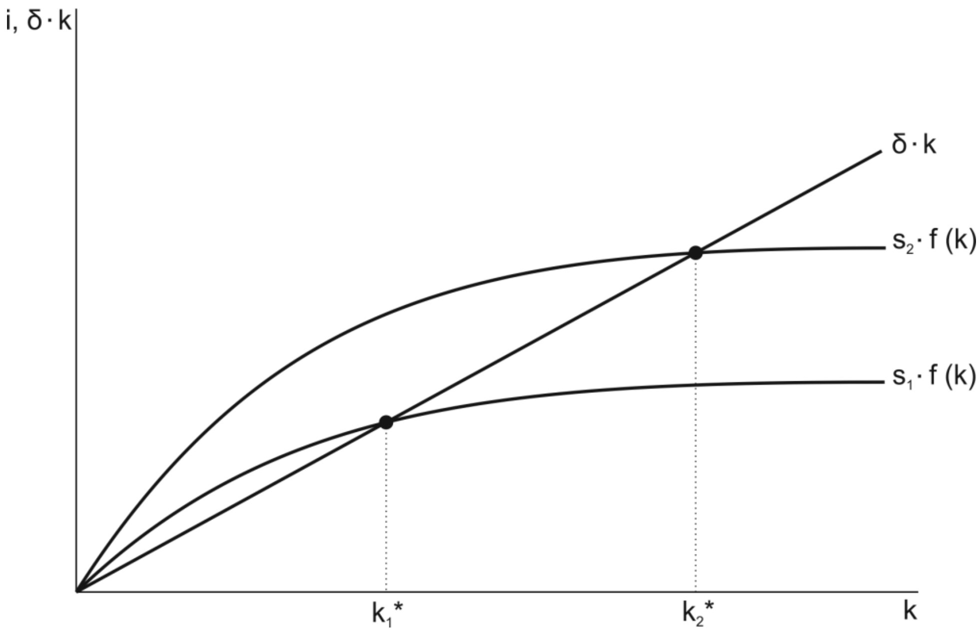


Obrázek 2 – stálý stav

Stálý stav kapitálu lze zapsat rovnicí

(6) $0 = s\,f(k^*) - \delta k^*$

Stálý stav představuje dlouhodobý rovnovážný bod ekonomiky. Ekonomika v něm skončí bez ohledu na výchozí úroveň kapitálu.
Pokud by výchozí úroveň kapitálu byla nižší než stálý stav, vyšší investice než amortizace by znamenaly nárůst stavu kapitálu v čase až do úrovně odpovídající stálému stavu.
Pokud by výchozí úroveň kapitálu byla vyšší než stálý stav, nižší investice než amortizace by znamenaly pokles stavu kapitálu až do úrovně odpovídající stálému stavu.



Obrázek 3 – Vliv růstu míry k úsporám

Důsledky

Ekonomika s vyšší mírou úspor bude mít vyšší stálý stav kapitálu a důchod na hlavu, což se projeví na životní úrovni. Empirické studie také skutečně ukazují, že přímou závislost mezi mírou úspor (aproximuje se často podílem investic na výstupu) a důchodem na hlavu. Zvýšení míry úspor však **nemůže** vysvětlit trvalý hospodářský růst. Zvýšení míry úspor zvýší růst pouze přechodně, než se ekonomika dostane do nového stálého stavu.

Zlaté pravidlo

Definujme stálý stav odpovídající Zlatému pravidlu (k**) jako stálý stav s nejvyšší spotřebou.

Existují hospodářsko-politické nástroje umožňující dosáhnout libovolnou míru úspor a tedy libovolný stálý stav. Otázkou je, jaký stálý stav je optimální. Obyvatele ani tak nezajímá celková výše kapitálu v ekonomice, dokonce ani výše výstupu. Důležitá je výše spotřeby.

Z rovnice 2 plyne

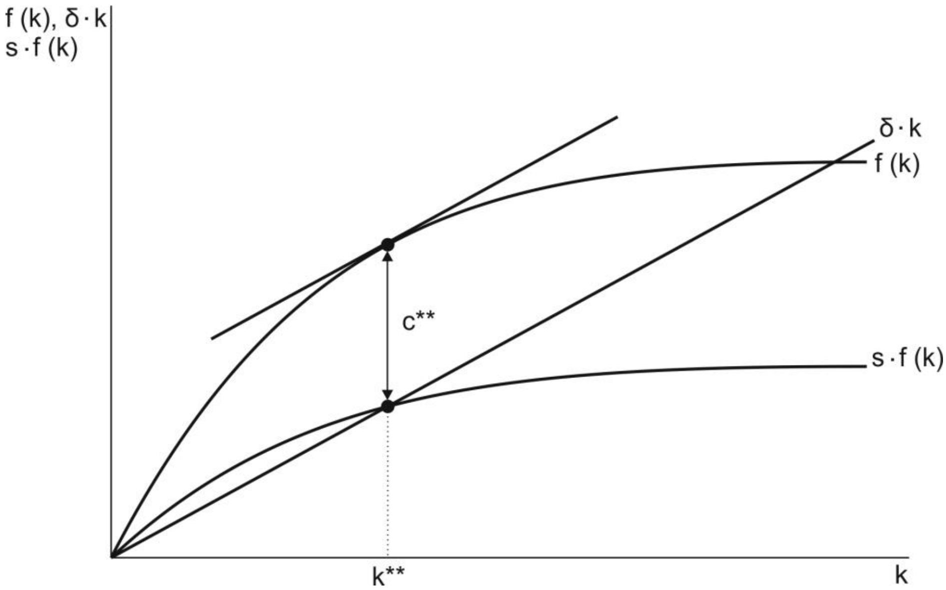
$c = y - i$

Ve stálém stavu pro spotřebu tedy platí (investice jsou rovny amortizaci)

$c^* = f(k^*) - \delta k^*$

Maximální je spotřeba c** je v takovém stálém stavu, ve kterém je sklon produkční funkce roven sklonu přímky amortizace.
Jinak řečeno ve stálém stavu odpovídajícímu Zlatému pravidlu musí platit

(7) MPK = δ



Obrázek 4 – zlaté pravidlo

Při stálém stavu pod úrovní Zlatého pravidla nastane při nárůstu kapitálu vyšší narůst důchodu než amortizace, takže spotřeba roste.

Pokud by však kapitál rostl nad úroveň Zlatého pravidla, amortizace by rostla rychleji než důchod, tedy spotřeba by klesla.

Ekonomika se automaticky přibližuje stálému stavu. Stálému stavu odpovídajícímu Zlatému pravidlu se ekonomika však automaticky nepřibližuje. Konkrétní stálý stav závisí na míře úspor. Pouze míře úspor s** odpovídá stálý stav odpovídajícímu Zlatému pravidlu.

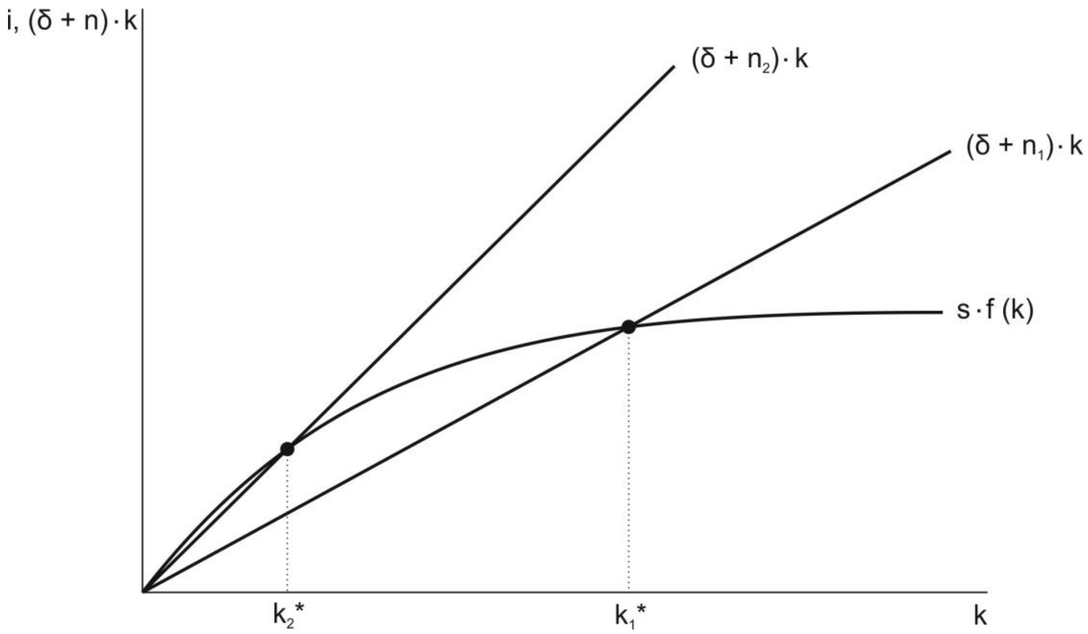
Růst populace

Další zdroj růstu. Předpokládáme, že populace a pracovní síla rostou konstantní mírou n.

Změna stavu kapitálu na dělníka je dána nově rovnicí

$\Delta k = s\, f(k) - (\delta+n).k$

Část δ kapitálu se amortizuje a část n musí přispět na kapitálové vybavení nové pracovní síly.



Obrázek 5 – růst populace

Zahrnutí populačního růstu modifikuje základní Solowův model:

1. Ve stálém stavu zůstávají výstup i kapitálu na dělníka stejné. Ale protože roste počet dělníků mírou n, zvyšuje se celkový kapitál a celkový výstup ekonomiky také mírou n. Populační růst nemůže vysvětlit růst životní úrovně (výstup na jednotku práce), ale může vysvětlit růst celkového výstupu.
2. Model vysvětluje empiricky zjištěnou skutečnost, že v zemích s vyšším populačním růstem je většinou nižší životní úroveň.
3. Podmínka stálého stavu odpovídající Zlatému pravidlu se modifikuje na tvar
MPK = δ+n

Technologický pokrok

Třetí zdroj hospodářského růstu.

Produkční funkci upravíme do tvaru

Y = F(K, L . E)

Kde E je nová proměnná označující efektivitu práce. Ta zahrnuje jednak zvládnutí výrobních metod pracovní silou, jednak zdraví, vzdělání a zkušenosti pracovní síly. L . E označuje práci měřenou v jednotkách efektivity.

Budeme předpokládat, že efektivita roste konstantní mírou g. Práci zvyšující technologický pokrok značíme g.
Pracovní síla roste mírou n, efektivita mírou g, práce měřená v jednotkách efektivity roste mírou n+g.

Označme výstup na jednotku efektivity

$y = Y / (L . E)$

a kapitál na jednotku efektivity

$k = K / (L . E)$

změna stavu kapitálu na jednotku efektivity je nyní dána rovnicí

$\Delta k = s\, f(k) - (\delta+n+g).k$

Část kapitálu jednotky efektivity δ se amortizuje a část $n+g$ musí přispět na kapitálové vybavení nové jednotky efektivity. Kapitál jednotky efektivity se tedy celkem zmenší o část $\delta+n+g$.

Zahrnutí technologického pokroku modifikuje základní Solowův model:

1. Ve stálém stavu zůstávají kapitál i výstup na jednotku efektivity stejné. Protože však počet jednotek efektivity roste mírou g, zvyšuje se kapitál i výstup na dělníka také mírou g. Celkový kapitál a celkový výstup pak rostou mírou n+g.
2. Technologický pokrok konečně umožňuje vysvětlit stálý růst životní úrovně (výstupu na dělníka), který ve světě pozorujeme. Jakmile je ekonomika ve stálém stavu, míra růstu výstupu na dělníka závisí jen na míře technologického pokroku g.

Ve stálém stavu odpovídajícímu Zlatému pravidlu je maximalizována spotřeba. Podmínka se modifikuje na tvar

(8) $MPK = \delta+n+g$

TEXTY

„Solowův model se zahrnutím růstu populace a technologického pokroku předvídá růst výstupu a kapitálu na dělníka ve stálém stavu mírou technologického pokroku. Data za posledních 40 let v USA vykazují, že výstup i kapitál na hlavu rostou zhruba o 2 % ročně. Při práci zvyšujícím technologickém pokroku by měla reálná mzda růst taky tempem g, reálný nájemný výnos z jednotky kapitálu by měl zůstat konstantní. Také to odpovídá datům za posledních 40 let v USA.“

„Ze Solowova modelu plyne, že jestliže dvě země vykazují stejné míry růstu populace, stejnou míru úspor a pracují se stejnou produkční funkcí, budou konvergovat ke stejné úrovni důchodu na hlavu.“

Úspory, růst a hospodářská politika

Měla by být v ekonomice vyšší nebo nižší míra úspor?

Míra úspor by měla být taková, aby odpovídala stálému stavu odpovídajícímu Zlatému pravidlu. Pokud je MPK v ekonomice vyšší než $\delta+n+g$, je v ekonomice méně kapitálu, než odpovídá zlatému pravidlu, a bylo by třeba míru úspor zvýšit.

Odhad pro USA:
Reálný GDP roste v USA tempem zhruba 3% za rok, tedy $n+g = 0{,}03$. Dále víme, že stav kapitálu je asi 2,5 krát vyšší než roční GDP, amortizace činí asi 10% GDP a podíl kapitálu na výstupu α je asi 30%. Tedy $k = 2{,}5\ y$ a $\delta k = 0{,}1y$, z čehož plyne $\delta = 0{,}04$. Pro podíl kapitálu na výstupu platí $\alpha = MPK\ (K/Y)$, z čehož po dosazení vychází $MPK = 0{,}12$. V USA je tedy stav kapitálu pod úrovní Zlatého pravidla, bylo by tedy vhodné zvýšit míru úspor.

Jaká politika může změnit míru úspor?

Vzhledem k ekonomickým úspěchům Japonska existuje řada studií, které zkoumají příčiny vysoké míry soukromých úspor například ve srovnání s USA.

V Japonsku:
- je těžší si vypůjčit.
- je větší omezení likvidity.
- velká část úspor směřuje do bydlení. V Japonsku je jednak možno financovat bydlení hypotečním úvěrem pouze cca. 60% ceny proti cca. 90% ceny v USA, jednak jsou dražší pozemky. Proto musí Japonci více spořit, aby si mohli dovolit vlastní bydlení.
- se příjmy z kapitálu zdaňují velmi nízko.
- Japonci jsou trpělivější a mají vyšší averzi k riziku, což vede k větší preferenci budoucí spotřeby.

Z tohoto srovnání plynou určité možnosti pro ovlivňování míry soukromých úspor. Je však nutné nezapomínat na náklady, které by při uplatnění těchto možností vznikly. Těžko např. říct, zda by zvýšení míry úspor vyvážilo třeba snížení dostupnosti vlastního bydlení.

Ke zvýšení úspor může vést i zvýšení veřejných úspor (přebytek veřejného rozpočtu)

$T – G = I – S$

Má hospodářská politika ovlivňovat alokaci investic?

V realitě je mnoho typů kapitálu, soukromé firmy investují do strojů a zařízení, vláda do infrastruktury. Dále existuje lidsky kapitál, zahrnující znalosti získané vzděláním a zkušenostmi. V Solowově základním modelu je efektivita kapitálu dána exogenně, model ji nevysvětluje. Lidský kapitál je však v mnohém podobný fyzickému kapitálu, vyžaduje investice ve formě učitelů, knihoven a času věnovaného studiu.

Současný výzkum ukazuje, že lidský kapitál je nejméně tak důležitý jako fyzický kapitál při vysvětlování rozdílů životní úrovně mezi státy.

Nabízí se otázka, který typ kapitálu potřebuje ekonomika nejvíc, tedy který má největší MPK?
Do velké míry je možné se spolehnout na tržní síly, pokud správně funguje trh kapitálu. Vláda by měla působit aktivně u některých typů kapitálu, které přinášejí jako externalitu technologickou výhodu. Mnozí ekonomové tuto schopnost vlády zpochybňují.

Jak je možné zvýšit technologický pokrok?

Technologický pokrok je v modelu exogenní (model ho nijak nevysvětluje).
Stálý růst životní úrovně však závisí na technologickém pokroku.
Příčiny technologického pokroku nejsou úplně jasné.
Přesto existuje řada politik zaměřených na stimulaci technologického pokroku:
- systém patentů dává vynálezcům dočasný monopol
- daňové úlevy pro výzkum a vývoj
- systém podpory badatelského výzkumu

Od 70. let nastal v ekonomikách G7 pokles hospodářského růstu, způsobený snížením technologického pokroku.

Možná vysvětlení tohoto jevu (období nižšího technologického růstu):
- baby-boom generace vstupuje v 70. letech do pracovní síly, proto se snižuje průměrná úroveň zkušeností a efektivita práce.
- přísnější vládní regulace, např. v oblasti ekologie, nutí firmy používat méně produktivní výrobní metody.
- ropné šoky způsobily předčasnou amortizaci některého kapitálu, což si vynutilo přesunout část výdajů na výzkum a vývoj do obnovy kapitálu na ne příliš vysoké technologické úrovni.
- svět vyčerpal myšlenky pro zdokonalování technologie.

Účetnictví hospodářského růstu

Růstové účetnictví zkoumá, co způsobilo růst GDP, jestli nárůst faktorů nebo technologický pokrok.

Mějme produkční funkci $Y = K^{\alpha} . L^{1-\alpha}$

Vzroste-li kapitál o ΔK, stoupne důchod o $MPK . \Delta K$. Naroste-li práce o ΔL, stoupne důchod o $MPL . \Delta L$.

Prakticky se mění oba faktory, můžeme tedy psát

$$\Delta Y = MPK . \Delta K + MPL . \Delta L$$

Upravme tuto rovnici

$$\frac{\Delta Y}{Y} = (\frac{MPK.K}{Y})\ \frac{\Delta K}{K} + (\frac{MPL.L}{Y})\ \frac{\Delta L}{L}$$

do tvaru

$$(10) \qquad \frac{\Delta Y}{Y} = \alpha\ \frac{\Delta K}{K} + (1-\alpha)\ \frac{\Delta L}{L}$$

Přírůstek důchodu závisí na přírůstku kapitálu a přírůstku práce, přičemž musíme přírůstky faktorů vážit jejich podíly na důchodu.

Po dosažení konkrétních dat do rovnice 10 se ukázalo, že existuje rozdíl mezi skutečným růstem důchodu a růstem vysvětlitelným nárůstem faktorů.
Tento rozdíl se vysvětluje technologickým růstem a jmenuje se **Solowovo reziduum**.
Solow první ukázal jeho výpočet a interpretaci.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta Y}{Y} - \alpha\ \frac{\Delta K}{K} - (1-\alpha)\ \frac{\Delta L}{L}$$

Odpovídající produkční funkce má tvar $Y = A . K^{\alpha} . L^{1-\alpha}$
A označuje celkovou produktivitu faktorů. Změny celkové produktivity faktorů sice nejčastěji způsobuje technologický pokrok, existují však i další příčiny, např. vzdělání a vládní regulace. Pokud vláda zvýší veřejné výdaje na kvalitu vzdělávání, pracovní síla bude produktivnější, což se projeví ve zvýšení celkové produktivity faktorů.
Pokud vládní regulace donutí firmy investovat do kapitálu snižujícího znečištění nebo zvyšujícího bezpečnost práce, poroste stav kapitálu bez zvýšení důchodu, což sníží celkovou produktivitu faktorů.